RENDICONTO

DELL'ACCADEMIA

DELLE

SCIENZE FISICHE E MATEMATICHE

(SEZIONE DELLA SOCIETÀ REALE DI NAPOLI)

SERIE 3.ª — VOL. IX. — (Anno XLII)

Fascicolo 3º — Marzo 1903

INDICE

NAPOLI
TIPOGRAFIA DELLA REALE ACCADEMIA DELLE SCIENZE FIS. E MAT.
diretta da E. de Rubertis fu Michele

1903

Fascicolo 3° ANNO XLII. Marzo 1903.

RENDICONTO

DELLA R. ACCADEMIA

DELLE SCIENZE FISICHE E MATEMATICHE

Processo verbale dell'adunanza del dì 21 Febbraio 1903.
Presiede il vice-presidente **G. Paladino.**

Assistono i socii ordinarii Capelli, Cesàro, della Valle, del Pezzo, Delpino, de Martini, Nicolucci, Oglialoro, Paladino, Pinto, Siacci, Villari e Bassani e il corrispondente Piutti.

Il presidente, lontano da Napoli, giustifica l'assenza.

Il segretario legge il verbale dell'ultima adunanza, che viene approvato, e presenta i libri giunti in cambio e in dono, segnalando fra questi ultimi la Nota del socio Taramelli su *alcune considerazioni tectoniche nella Lombardia occidentale.*

Comunica in seguito la circolare del Comitato ordinatore per le onoranze al prof. Guglielmo Romiti dell'Università di Pisa, in occasione del 25° anniversario del suo insegnamento, che avranno luogo il 5 Marzo. L'Accademia delibera l'invio di un telegramma di felicitazioni e di augurii all'illustre anatomico.

Partecipa da ultimo la circolare relativa al Congresso internazionale di Botanica, che sarà tenuto a Vienna nel Giugno 1905, coi nomi dei componenti il Comitato organizzatore.

Il socio Oglialoro, anche a nome dei colleghi Piutti e Scacchi, legge il rapporto sulla Nota della dott. M. Bakunin presentata nell'adunanza del 14 corrente, proponendone l'inserzione nel Rendiconto. L'Accademia approva all'unanimità.

Il corrispondente Piutti, anche da parte dei socii Oglialoro e Scacchi, riferisce sulla Nota dei dottori E. Comanducci e F. Mar-

cello presentata nella stessa tornata. Le conclusioni del rapporto, che propongono la pubblicazione del lavoro nel Rendiconto, sono approvate all'unanimità.

Processo verbale dell'adunanza del dì 7 Marzo 1903.
Presiede il presidente E. Fergola.

Sono presenti i socii ordinarii Capelli, Cesàro, Della Valle, del Pezzo, Delpino, De Martini, Fergola, Nicolucci, Oglialoro, Paladino, Pinto, Siacci, Villari e Bassani.

Il segretario legge il verbale dell'ultima adunanza, che viene approvato, e presenta i libri giunti in cambio e in dono, segnalando fra questi ultimi una Memoria del socio Angelitti, gli *Atti* del I Congresso della Società sismologica italiana e il *Memorial* pubblicato per il centenario della nascita di N. H. Abel.

Poi comunica che, adempiendo all'incarico avuto, egli si è recato a visitare il socio Albini, il quale è già in piena convalescenza e ringrazia vivamente l'Accademia.

In seguito partecipa l'invito del R. Osservatorio astronomico di Roma alla commemorazione del P. Angelo Secchi, tenuta il 26 Febbraio: invito al quale la Presidenza rispose inviando i ringraziamenti e l'adesione dell'Accademia.

Partecipa pure una circolare del signor E. Mazelle, che, annunziando la sua nomina a direttore dell'I. R. Osservatorio astronomico-meteorologico di Trieste, nutre fiducia che si manterranno le eccellenti relazioni scientifiche fra l'Accademia e l'Osservatorio.

Il socio Cesàro presenta per il Rendiconto una sua Nota intitolata: « *Analisi intrinseca delle eliche policoniche* ».

Processo verbale dell'adunanza del dì 14 Marzo 1903.
Presiede il presidente E. Fergola.

Intervengono i socii ordinarii Albini, Capelli, Cesàro, della Valle, del Pezzo, Delpino, de Martini, Fergola, Nicolucci, Oglialoro, Paladino, Pinto, Siacci, Villari e Bassani.

Il segretario legge il verbale dell'ultima adunanza, che viene approvato, e presenta i libri giunti in cambio e in dono, segnalando fra questi ultimi quello pubblicato dal Comitato Romano: « *Al P. Angelo Secchi — nel XXV dalla morte* ». Presenta pure il Rendiconto accademico del mese di Febbraio.

Comunica poi la lettera inviata alla Presidenza dal prof. Guglielmo Romiti, riconoscente per il telegramma inviatogli nell'occasione del suo giubileo.

Da ultimo, è lieto di annunziare che le condizioni di salute del socio Semmola sono migliori. L' Accademia ne è soddisfatta e prega la Presidenza di manifestare al collega gli augurii di completa guarigione.

Il socio Capelli presenta una Nota del dottor Giulio Darbi: *Sulle equazioni normali*. Il presidente incarica i socii Capelli, Cesàro e del Pezzo di esaminarla e di riferirne.

Analisi intrinseca delle eliche policoniche; *per* E. Cesàro.

(Adunanza del dì 7 Marzo 1903)

In una recente comunicazione alla Società delle Scienze di Lipsia *) il Sig. Prof. G. Scheffers ha giustamente osservato che le linee da noi ottenute **) come *eliche cilindro-coniche* non sono le più generali curve, che siano eliche ad un tempo sopra un cilindro e sopra un cono. Le dette linee sono pur sempre le sole, alle quali spetti il nome di spirali logaritmiche storte, in quanto sono caratterizzate dal fatto che i loro due raggi di curvatura *variano proporzionalmente all'arco*; ma è questa una proprietà intimamente legata all'ipotesi ***) che la curva *passi nel vertice del cono*, o all'altra che il cono *sia rotondo*. Del resto è in quest'ultima ipotesi appunto che si suole comunemente definire l' elica cilindro-conica ****). Orbene esistono eliche cilindriche, che tagliano ad angolo costante le generatrici d'un cono; ma nè questo cono è rotondo, nè il suo vertice appartiene alla curva, nè questa ha le curvature inversamente proporzionali all'arco. Tali curve giacciono sopra una quadrica rotonda, che ha un fuoco nel vertice del cono; e tagliano ad angolo costante anche le generatrici del cono che le projetta dall'altro fuoco. Questo interessante teorema di Scheffers è suscettibile d'una facile ma notevole estensione. Prima di tutto si osservi che, se p è la distanza del punto mobile M da un punto fisso F, scrivendo $dp = \alpha ds$ si ha quanto occorre e quanto basta per esprimere che la curva (M) incontra i raggi FM sotto un angolo costante, di coseno α. Affinchè dunque (M) sia un'elica, sopra un cono col vertice in F, occorre e basta che sia $p = \alpha s + \alpha'$. Se la distanza di M da un altro punto fisso G è $q = \beta s + \beta'$, la curva *è un'elica su due*

---

*) « *Berichten der mathematisch-physischen Klasse* » 1902, p. 369.

**) « *Geometria intrinseca* » p. 145 (ediz. tedesca, p. 184).

***) erroneamente creduta necessaria anche da P. Serret nella « *Théorie nouvelle des lignes à double courbure* » (Paris, 1860, p. 103).

****) Vedi, per esempio, il « *Repertorio* » di E. Pascal, vol. II, p. 783.

coni; e poichè fra p e q sussiste la relazione $\alpha q - \beta p =$ *costante*, il punto M appartiene, nel piano FGM, ad un' *ovale di Cartesio*, che ammette F e G come fuochi. Dunque la curva (M) *giace sopra una ciclide rotonda*, generata dalla rotazione dell' ovale intorno al suo asse focale. Intanto è nota l' esistenza, su questo asse, d' un altro punto H, terzo fuoco dell' ovale. La distanza r di M dal punto fisso H è vincolata a p da una relazione $\alpha r - \gamma p =$ *costante*, che dà $r = \gamma s + \gamma'$; e però la curva (M) *è un'elica sopra un terzo cono*, il cui vertice sta per dritto con quelli degli altri due. Quando uno dei fuochi si allontana indefinitamente, l' ovale tende a degenerare in una conica, ed il corrispondente cono in un cilindro. Si ritrova così il teorema di Scheffers.

Prendiamo ora a considerare la più generale curva, che sia elica ad un tempo su due (e per conseguenza su tre) coni; e riferiamo la figura al triedro fondamentale della curva stessa. Siano λ, μ, ν i coseni direttori dell'asse FGH, soddisfacenti, come è ben noto, alle condizioni

$$\frac{d\lambda}{ds} = \frac{\nu}{\rho}\,, \quad \frac{d\mu}{ds} = \frac{\nu}{\tau}\,, \quad \frac{d\nu}{ds} = -\frac{\lambda}{\rho} - \frac{\mu}{\tau}\,, \tag{1}$$

necessarie e sufficienti per l'invariabilità della direzione (λ, μ, ν). Siano x, y, z le coordinate del punto L, projezione di M sull'asse predetto, e si rappresentino con u, v, w le distanze di F, G, H ad L. Evidentemente

$$\frac{du}{ds} = \frac{dv}{ds} = \frac{dw}{ds} = \lambda\,. \tag{2}$$

Ora dalle condizioni

$$\frac{d}{ds}(x - \lambda u) = \frac{z - \nu u}{\rho} - 1\,,$$

$$\frac{d}{ds}(y - \mu u) = \frac{z - \nu u}{\tau}\,,$$

$$\frac{d}{ds}(z - \nu u) = -\frac{x - \lambda u}{\rho} - \frac{y - \mu u}{\tau}\,,$$

le quali esprimono *) l'immobilità del punto F, si deduce

$$\frac{dx}{ds} = \frac{z}{\rho} - 1 + \lambda^2\,, \quad \frac{dy}{ds} = \frac{z}{\tau} + \lambda\mu\,, \quad \frac{dz}{ds} = -\frac{x}{\rho} - \frac{y}{\tau} + \lambda\nu\,. \tag{3}$$

D' altra parte, se le espressioni di p, q, r, in funzione di s, si sostitui-

---

*) « *Geometria intrinseca* » p. 125 (ediz. tedesca, p. 157).

scono nella nota relazione fra le distanze d' un punto qualunque a tre punti d'una retta

$$(v-w)p^2+(w-u)q^2+(u-v)r^2+(v-w)(w-u)(u-v)=0\ ,$$

si trova che le costanti $v-w, w-u, u-v$, già vincolate dall'eguaglianza

$$(v-w)+(w-u)+(u-v)=0\ , \tag{4}$$

debbono inoltre esser legate alle sei costanti delle espressioni suddette mercè le relazioni

$$(v-w)\alpha^2+(w-u)\beta^2+(u-v)\gamma^2=0\ ,\ (v-w)\alpha\alpha'+(w-u)\beta\beta'+(u-v)\gamma\gamma'=0\ , \tag{5}$$

$$(v-w)\alpha'^2+(w-u)\beta'^2+(u-v)\gamma'^2+(v-w)(w-u)(u-v)=0\ . \tag{6}$$

Ora dalla (4) e dalle (5) segue subito

$$\alpha\alpha'=k\alpha^2+k'\quad ,\quad \beta\beta'=k\beta^2+k'\quad ,\quad \gamma\gamma'=k\gamma^2+k'\ .$$

Se si sceglie convenientemente l'origine degli archi si può sempre assumere $k=0$; e se si pone $k'=\alpha\beta\gamma l$ si ottiene

$$\alpha'=\beta\gamma l\quad ,\quad \beta'=\gamma\alpha l\quad ,\quad \gamma'=\alpha\beta l\ .$$

Finalmente, osservando che dalla prima delle (5) e dalla (4) risulta

$$\frac{v-w}{\beta^2-\gamma^2}=\frac{w-u}{\gamma^2-\alpha^2}=\frac{u-v}{\alpha^2-\beta^2}\ ,$$

si vede, sostituendo in (6), che il comune valore di questi rapporti è $\pm l$. Conveniamo che sia l, fissando così il *senso* della direzione FGH.

Ciò premesso, dai triangoli rettangoli FLM, GLM, HLM si ha, come valore del quadrato $x^2+y^2+z^2$ del *raggio del parallelo*,

$$R^2=(\alpha s+\beta\gamma l)^2-u^2=(\beta s+\gamma\alpha l)^2-v^2=(\gamma s+\alpha\beta l)^2-w^2\ , \tag{7}$$

d'onde, successivamente,

$$v^2-w^2=(\beta^2-\gamma^2)(s^2-\alpha^2 l^2)\quad ,\quad v+w=\frac{s^2}{l}-\alpha^2 l\quad ;\quad ecc.$$

Dunque

$$\begin{cases} u=\dfrac{s^2}{2l}-{}^1/_2(\beta^2+\gamma^2-\alpha^2)l\,, \\ v=\dfrac{s^2}{2l}-{}^1/_2(\gamma^2+\alpha^2-\beta^2)l\,, \\ w=\dfrac{s^2}{2l}-{}^1/_2(\alpha^2+\beta^2-\gamma^2)l\,; \end{cases} \tag{8}$$

quindi, derivando e ricordando le (2), poi tornando a derivare, col tener presente la prima delle (1), si trova

$$\lambda=s/l\,,\quad \nu=\rho/l\,. \tag{9}$$

Derivando invece una delle espressioni (7) di R^2 si ottiene, in virtù delle (3), ed utilizzando gli ultimi risultati,

$$x=\frac{s^3}{2l^2}-{}^1/_2(\alpha^2+\beta^2+\gamma^2)s-\alpha\beta\gamma l\,,\quad z=\left(\frac{s^2}{2l^2}+1-{}^1/_2(\alpha^2+\beta^2+\gamma^2)\right)\rho\,. \tag{10}$$

Ora si consideri il punto d'incontro O dell'asse FGH col piano rettificante di (M). Se si rappresenta con t la sua distanza ad L, deve risultar nulla l'ultima delle coordinate $x-\lambda t$, $y-\mu t$, $z-\nu t$ di O; quindi

$$t=\frac{z}{\nu}=\frac{s^2}{2l}+\left(1-{}^1/_2(\alpha^2+\beta^2+\gamma^2)\right)l\,, \tag{11}$$

ossia, per le (8),

$$t=u+(1-\alpha^2)l=v+(1-\beta^2)l=w+(1-\gamma^2)l\,,$$

cioè $OF=(1-\alpha^2)l$; ecc. Ne segue che O è un punto *fisso*; e però il piano rettificante di (M) inviluppa un cono. Dunque *esiste un quarto cono*, sul quale la linea (M) *è una geodetica.* Intanto per l'immobilità di O si hanno le condizioni

$$\frac{d}{ds}(x-\lambda t)=-1\,,\quad \frac{d}{ds}(y-\mu t)=0\,,\quad \frac{x-\lambda t}{\rho}+\frac{y-\mu t}{\tau}=0\,.$$

La prima è soddisfatta, giacchè dalle formole (9), (10) ed (11) risulta $-(s+\alpha\beta\gamma l)$ come valore di $x-\lambda t$. La seconda ci dice che $y-\mu t$ ha un valore costante g. Dalla terza si deduce una delle due equazioni intrinseche dell'elica:

$$\tau=\frac{g\rho}{s+\alpha\beta\gamma l}\,. \tag{12}$$

Per trovar l'altra si cominci dal notare che, essendo $\lambda x + \mu y + \nu z = 0$, le uguaglianze

$$x - \lambda t = -(s + \alpha\beta\gamma l) \quad , \quad y - \mu t = g \quad , \quad z - \nu t = 0 \ ,$$

quadrate e sommate dànno

$$R^2 + t^2 = (s + \alpha\beta\gamma l)^2 + g^2 \ , \tag{13}$$

d'onde, per le (7), (8) ed (11), risulta

$$g = \pm l \sqrt{(1-\alpha^2)(1-\beta^2)(1-\gamma^2)} \ . \tag{14}$$

Le medesime uguaglianze, moltiplicate per λ, μ, ν e sommate, dànno anche

$$\mu g = \frac{s^2}{2l} + \alpha\beta\gamma s - \left(1 - {}^1/_2(\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2)\right) l \ ;$$

quindi, portando in $\lambda^2 + \mu^2 + \nu^2 = 1$ questo valore di μ, e quelli di λ e ν, dati dalle (9), si ottiene finalmente

$$\begin{aligned} 4(1-\alpha^2)(1-\beta^2)(1-\gamma^2) l^2 \rho^2 = & -s^4 - 4\alpha\beta\gamma l s^3 + 2\left(\alpha^2+\beta^2+\gamma^2 - 2(\beta^2\gamma^2+\gamma^2\alpha^2+\alpha^2\beta^2)\right) l^2 s^2 \\ & + 4\alpha\beta\gamma(2-\alpha^2-\beta^2-\gamma^2) l^3 s - \left(\alpha^4+\beta^4+\gamma^4 - 2(\beta^2\gamma^2+\gamma^2\alpha^2+\alpha^2\beta^2) + 4\alpha^2\beta^2\gamma^2\right) l^4 \ . \end{aligned} \tag{15}$$

Osserviamo che in (12) vi sono due equazioni, secondo il segno che si sceglie per g, in (14). Ciascuna di esse rappresenta, insieme alla (15), una determinata linea. Le due curve così definite dalle equazioni (12) e (15) sono uguali, ma non sovrapponibili: se una di esse è *destrorsa* intorno ad un punto, l'altra è *sinistrorsa* intorno al punto definito dal medesimo valore di s. Sebbene *costituenti un' elica sola*, rappresentata dall'equazione (15), e dalla (12) *elevata al quadrato*, in quel che segue ci converrà trattarle, per maggiore chiarezza, come due linee distinte. Se si cambia l in $-l$ basta cambiare anche s in $-s$ perchè l'equazione (15) resti inalterata; ed inoltre si vede che restano così inalterate anche le due equazioni (12). Analogamente il cambiamento di segno dei numeri α, β, γ, o d'un solo di essi, lascia inalterata l'equazione (15) se in pari tempo vi si cambia s in $-s$; ma ciascuna delle (12) si muta nell'altra. Avviene dunque uno scambio fra le due curve complementari, salvo che queste non costituiscano già una linea unica: ciò accade quando è nullo uno dei numeri α, β, γ. Riservandoci di esaminare a parte questo caso, ed osservando ancora che nessun cambiamento si produce nelle equazioni (12) e (15) quando a due soli numeri α, β, γ si cambia il segno, si vede che, senza menomare la generalità della nostra ricerca, ci sarà sem-

pre lecito supporre

$$\alpha > 0 \quad , \quad \beta > 0 \quad , \quad \gamma > 0 \quad , \quad l > 0 \, . \tag{16}$$

Riprendiamo l'equazione (15) per mostrare come si riesca a spezzarne il secondo membro in due parti, facilmente scomponibili in fattori lineari reali. Sia ω l'inclinazione della linea (M), in ciascun punto M, sul meridiano che passa per M; e si noti che

$$\mathrm{R}\,\mathrm{sen}\,\omega = \nu y - \mu z = \nu g = \frac{g}{l}\rho \, . \tag{17}$$

D'altra parte dalle (7) ed (8) si ha

$$-4l^2\mathrm{R}^2 = (s+(\beta+\gamma-\alpha)l)(s+(\gamma+\alpha-\beta)l)(s+(\alpha+\beta-\gamma)l)(s-(\alpha+\beta+\gamma)l)\, , \tag{18}$$

ossia

$$-4l^2\mathrm{R}^2 = s^4 - 2(\alpha^2+\beta^2+\gamma^2)l^2s^2 - 8\alpha\beta\gamma l^3 s + (\alpha^4+\beta^4+\gamma^4-2\beta^2\gamma^2-2\gamma^2\alpha^2-2\alpha^2\beta^2)l^4 . \tag{19}$$

Se a questa eguaglianza si aggiunge (membro a membro) la (15), il primo membro diventa $-4l^2\mathrm{R}^2\cos^2\omega$, ed il secondo si riduce a $-4lpqr$, sicchè

$$\mathrm{R}\cos\omega = \sqrt{pqr/l} \; ; \tag{20}$$

e però alla (15) si può dar la forma

$$(1-\alpha^2)(1-\beta^2)(1-\gamma^2)l^2\rho^2 = -\,l(\alpha s+\beta\gamma l)(\beta s+\gamma\alpha l)(\gamma s+\alpha\beta l)$$

$$-\tfrac{1}{4}(s+(\beta+\gamma-\alpha)l)(s+(\gamma+\alpha-\beta)l)(s+(\alpha+\beta-\gamma)l)(s-(\alpha+\beta+\gamma)l)\, . \tag{21}$$

Ciascuna delle due parti, nel secondo membro, prende un valore negativo quando l'altra si annulla. Ne segue che l'elica, nel caso generale, non solo si tien lontana dai vertici dei tre coni, ma neppure in altri punti può incontrare l'asse, nè accostarsi ad esso indefinitamente.

L'equazione polare dell'ovale, quando si pone il polo in uno dei fuochi, per esempio in H, e si dirige l'asse secondo HL, risulta dall'eliminazione di s fra $r = \gamma s + \alpha\beta l$ e l'espressione (8) di $w = r\cos\theta$. L'equazione che in tal modo si ottiene

$$(r-\alpha\beta l)^2 = \gamma^2 s^2 = \gamma^2(2lw + (\alpha^2+\beta^2-\gamma^2)l^2)\, ,$$

ossia

$$r^2 - 2(\alpha\beta + \gamma^2\cos\theta)lr + (\gamma^2-\alpha^2)(\gamma^2-\beta^2)l^2 = 0 \; , \tag{22}$$

mostra che l'ovale incontra l'asse in quattro punti *reali*, situati alle distanze $(\gamma\pm\alpha)(\gamma\pm\beta)l$ da H (verso L). Le eliche più volte coniche esi-

stono dunque soltanto su quelle ciclidi rotonde, che constano di due distinte falde reali. Ad ogni coppia di valori di s, numericamente uguali, ma opposti nel segno, corrisponde, per la (11), un sol valore di t, mentre la (13) dà due valori di R^2, differenti per $4\alpha\beta\gamma l s$. Se i detti valori di s definiscono due punti *reali* dell'elica, questi punti appartengono dunque a due paralleli concentrici; e l'area compresa fra queste circonferenze varia, come si vede, proporzionalmente all'arco. Per $s=0$ i due paralleli coincidono nell'unico, di raggio

$$R_0 = {}^1/_2 l \sqrt{(\beta+\gamma-\alpha)(\gamma+\alpha-\beta)(\alpha+\beta-\gamma)(\alpha+\beta+\gamma)} :$$

è questo il *parallelo singolare*, lungo il quale la ciclide è toccata da un unico piano. Se R_0 è immaginario, non esiste un tal parallelo, e la falda esterna è, come l'interna, tutta convessa. Se R_0 è reale, il parallelo singolare esiste, e divide la falda esterna in due parti, una convessa (per chi guarda dall'esterno) e l'altra che diremo concava, quantunque sia tale soltanto in vicinanza dell'asse. Siccome, per una precedente osservazione, il valore di R^2, corrispondente ad un dato valore positivo di s, supera, nelle ipotesi (16), quello che corrisponde a $-s$, si vede che si ha $s>0$ sulla parte convessa della falda esterna, ed $s<0$ sulla parte concava della medesima falda, come su tutta la falda interna. Ha per noi interesse il sapere se l'origine degli archi ($s=0$) sta fra i punti reali dell'elica. La (21) ci dice immediatamente che ciò avviene sol quando sia $R_0 \geqq \alpha\beta\gamma l$. Allora soltanto l'elica attraversa il parallelo singolare, passando così dalla parte concava alla parte convessa della falda esterna. Siccome poi la (20) dà $\cos\omega = \alpha\beta\gamma l / R_0$, si vede che, nel caso limite, l'elica giunge fino al parallelo singolare, ma ne regredisce ad angolo retto, presentando, sulla superficie, una cuspide ($\rho=0$). In vicinanza di questa la curva giace sulla parte convessa o sulla parte concava della falda esterna secondo che $\alpha^2+\beta^2+\gamma^2$ è minore o maggiore di 2. Infatti, a prescindere da infinitesimi d'un ordine superiore, si ha

$$\left(1 - {}^1/_2(\alpha^2+\beta^2+\gamma^2)\right)\rho^2 = R^2 - R_0^2 ,$$

e per conseguenza $R>R_0$ nel primo caso, $R<R_0$ nel secondo. Del resto, nel caso particolare che stiamo esaminando, non è possibile che sia $\alpha^2+\beta^2+\gamma^2=2$, perchè in questa ipotesi la (13) mostra, ponendovi $s=0$, che si ha sempre $R_0>\alpha\beta\gamma l$. Avremo dunque, riassumendo, tre casi generali da considerare, secondo che R_0 è immaginario o reale, e, quando è reale, secondo che il suo valore è minore o maggiore di $\alpha\beta\gamma l$. Essi dipendono esclusivamente dai valori di α, β, γ, e si possono geometricamente caratterizzare dicendo che nel primo caso non esiste un triangolo dai lati α, β, γ, mentre negli altri un tal triangolo esiste, ed è inscritto in una

circonferenza, il cui diametro è maggiore di 1 nel secondo caso, minore di 1 nel terzo.

Per renderci conto delle varie forme che possono avere le nostre eliche, bisogna discutere il secondo membro dell'equazione (15), che per brevità designeremo con $-l^4\Phi(\lambda)$. I valori di $s=\lambda l$, corrispondenti a punti *reali* dell'elica, son quelli che rendono $\Phi(\lambda)\leqq 0$. Siccome la funzione

$$\Phi(\lambda)=\lambda^4+4\alpha\beta\gamma\lambda^3-2(\alpha^2+\beta^2+\gamma^2-2(\beta^2\gamma^2+\gamma^2\alpha^2+\alpha^2\beta^2))\lambda^2$$
$$-4\alpha\beta\gamma(2-\alpha^2-\beta^2-\gamma^2)\lambda+\alpha^4+\beta^4+\gamma^4-2(\beta^2\gamma^2+\gamma^2\alpha^2+\alpha^2\beta^2)+4\alpha^2\beta^2\gamma^2\,, \quad (23)$$

per λ abbastanza grande in valore assoluto, è positiva, l'arco s deve rimanere finito, come risulta anche dalla prima equazione (9), poichè $|\lambda|\leqq 1$. Ciò non toglie che la curva si possa considerare come costituita da infiniti archi *completi*, ossia tali che ciascuno sia individualmente rappresentato dalla data coppia di equazioni intrinseche. Ognuno di essi ha gli estremi in due cuspidi, corrispondenti a due radici consecutive di $\Phi(\lambda)$; e dall'una all'altra cuspide si estende senza interruzione. Fra breve si vedrà che le radici di $\Phi(\lambda)$ son tutte reali: siano $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4$ i loro valori, disposti in ordine crescente. Tutte le volte che si annulla $\Phi(\lambda)$, e per conseguenza ρ, la (17) ci dice che deve annullarsi ω, ossia che l'elica *incontra ad angolo retto un parallelo.* Le cuspidi si trovano dunque su certi quattro paralleli **1**, **2**, **3**, **4**; e l'elica *si spezza sempre*, nel caso generale, *in due serie di archi completi.* Uno di questi archi attraversa la striscia limitata dai paralleli **1** e **2**, fermandosi ortogonalmente sugli orli, dove si congiunge in cuspide con altri archi, giacenti nella medesima striscia, e costituenti, con infiniti altri analoghi, una delle serie, ossia uno dei due rami dell'elica. Si noti che, per ragion di simmetria, ogni cuspide riunisce un arco destrorso (nelle sue vicinanze) con un arco sinistrorso; e ciò suggerisce d'includere nell'elica gli archi delle due specie, provenienti dal doppio segno in (14). Un altro ramo percorre analogamente la striscia limitata dai paralleli **3** e **4**. Dove son collocate le due strisce? Per rispondere facciamoci ad esaminare più attentamente la funzione $\Phi(\lambda)$.

Quando si ordina l'espressione (23) rispetto alle potenze di $\lambda+\alpha\beta\gamma$, si riesce a darle la forma alquanto più semplice

$$[(\lambda+\alpha\beta\gamma)^2-(\alpha^2+\beta^2+\gamma^2)+2(\beta^2\gamma^2+\gamma^2\alpha^2+\alpha^2\beta^2)-3\alpha^2\beta^2\gamma^2]^2$$
$$-4(1-\alpha^2)(1-\beta^2)(1-\gamma^2)(2\alpha\beta\gamma\lambda+\beta^2\gamma^2+\gamma^2\alpha^2+\alpha^2\beta^2-\alpha^2\beta^2\gamma^2)\,.$$

D'altra parte è facile riconoscere che, se si pone

$$a=\alpha\sqrt{(1-\beta^2)(1-\gamma^2)}\,,\quad b=\beta\sqrt{(1-\gamma^2)(1-\alpha^2)}\,,\quad c=\gamma\sqrt{(1-\alpha^2)(1-\beta^2)}\,,$$

le espressioni

$$\alpha^2+\beta^2+\gamma^2-2(\beta^2\gamma^2+\gamma^2\alpha^2+\alpha^2\beta^2)+3\alpha^2\beta^2\gamma^2\ ,$$

$$(1-\alpha^2)(1-\beta^2)(1-\gamma^2)(\beta^2\gamma^2+\gamma^2\alpha^2+\alpha^2\beta^2-3\alpha^2\beta^2\gamma^2)\ ,\ \alpha\beta\gamma(1-\alpha^2)(1-\beta^2)(1-\gamma^2)$$

valgono rispettivamente $a^2+b^2+c^2$, $b^2c^2+c^2a^2+a^2b^2$, abc. Ne segue

$$\Phi(\lambda)=(\lambda+\alpha\beta\gamma)^4-2(a^2+b^2+c^2)(\lambda+\alpha\beta\gamma)^2-8abc(\lambda+\alpha\beta\gamma)$$
$$+a^4+b^4+c^4-2b^2c^2-2c^2a^2-2a^2b^2\ .$$

Basta paragonare questa espressione col secondo membro dell'eguaglianza (19), i cui fattori lineari già appariscono in (18), per accorgersi che $\Phi(\lambda)$ si annulla quando si pone $\lambda+\alpha\beta\gamma$ uguale ad uno dei numeri

$$a-b-c\quad,\quad b-c-a\quad,\quad c-a-b\quad,\quad a+b+c\ .$$

Dunque le radici di $\Phi(\lambda)$ sono

$$\left\{\begin{aligned}\lambda_1&=-\alpha\beta\gamma+\alpha\sqrt{(1-\beta^2)(1-\gamma^2)}-\beta\sqrt{(1-\gamma^2)(1-\alpha^2)}-\gamma\sqrt{(1-\alpha^2)(1-\beta^2)}\ ,\\ \lambda_2&=-\alpha\beta\gamma-\alpha\sqrt{(1-\beta^2)(1-\gamma^2)}+\beta\sqrt{(1-\gamma^2)(1-\alpha^2)}-\gamma\sqrt{(1-\alpha^2)(1-\beta^2)}\ ,\\ \lambda_3&=-\alpha\beta\gamma-\alpha\sqrt{(1-\beta^2)(1-\gamma^2)}-\beta\sqrt{(1-\gamma^2)(1-\alpha^2)}+\gamma\sqrt{(1-\alpha^2)(1-\beta^2)}\ ,\\ \lambda_4&=-\alpha\beta\gamma+\alpha\sqrt{(1-\beta^2)(1-\gamma^2)}+\beta\sqrt{(1-\gamma^2)(1-\alpha^2)}+\gamma\sqrt{(1-\alpha^2)(1-\beta^2)}\ .\end{aligned}\right. \tag{24}$$

Suppongasi, per fissare le idee, $\alpha<\beta<\gamma$, d'onde segue anche $a<b<c$. I valori (24) si trovano già disposti in ordine crescente; e poichè $\lambda_2+\lambda_3<0$, si vede subito che i primi due son sempre negativi. Ne segue, se la ciclide è tutta convessa, che la striscia corrispondente all'intervallo (λ_1, λ_2) giace sulla falda *interna*. Ciò accade anche quando vi è una parte concava nella falda esterna. Basta infatti considerare un numero qualunque dell'intervallo (λ_1, λ_2), per esempio $^1/_2(\lambda_1+\lambda_2)=-\alpha\beta\gamma-c$, ed osservare che

$$\alpha\beta\gamma+c>\alpha\beta\gamma+\gamma(1-\beta^2)=\gamma-\beta\gamma(\beta-\alpha)>\gamma+\alpha-\beta\ .$$

Ora al valore $\beta-\gamma-\alpha$ di λ corrisponde una radice di R, e propriamente quella che definisce l'ombelico della falda interna, più prossimo al centro della parte concava. Se ne deduce che al valore considerato, e per conseguenza a tutti i valori di λ, compresi fra λ_1 e λ_2, corrispondono sempre punti della falda interna, giacchè λ cresce in valore assoluto quando cresce la distanza $^1/_2 l\lambda^2$ dal piano tangente singolare. Passando ad esaminare l'altro intervallo, prendiamo in esso il numero $^1/_2(\lambda_3+\lambda_4)=-\alpha\beta\gamma+c$, ed osserviamo che

$$\alpha\beta\gamma-c<\alpha\beta\gamma-\gamma(1-\beta^2)=\beta\gamma(\alpha+\beta)-\gamma<\alpha+\beta-\gamma\ . \tag{25}$$

Se la ciclide è tutta convessa, R_0 è immaginario; e però, successivamente,

$$\gamma > \alpha + \beta \quad , \quad c > \alpha\beta\gamma \quad , \quad {}^1/_2(\lambda_3 + \lambda_4) > 0 \; ,$$

d'onde segue che la striscia corrispondente all'intervallo (λ_3, λ_4) giace sulla falda *esterna*. Si può subito affermare che ciò vale anche quando R_0 è reale, perchè la (25) ci dice che il valore assoluto del numero ${}^1/_2(\lambda_3 + \lambda_4)$, supposto negativo, è inferiore a quello, cui perviene λ nel centro della parte concava. Dunque, riassumendo, *l'elica ha sempre un ramo sulla falda esterna, ed un ramo sulla falda interna.*

Ci resta da indagare, nel caso di R_0 reale, se il ramo esterno giace sulla parte concava, sulla convessa, o sopra entrambe. È quest'ultimo fatto che si verifica, evidentemente, quando è reale l'origine degli archi, ad eccezione del caso limite ($R_0 = \alpha\beta\gamma l$) già studiato, in cui, come si è visto, uno degli orli della striscia esterna è il parallelo singolare, mentre l'altro può trovarsi tanto sulla parte convessa quanto sulla concava. Domandiamoci dunque che cosa accade quando l'origine stessa è immaginaria, nella quale ipotesi si è già osservato che α, β, γ misurano i lati d'un triangolo, inscritto in una circonferenza, il cui diametro δ è maggiore di 1. Da ciò, posto $\alpha = \delta \operatorname{sen}\varepsilon$, $\beta = \delta \operatorname{sen}\zeta$, $\gamma = \delta \operatorname{sen}\eta$, dove $\varepsilon + \zeta + \eta = \pi$, segue, nell'ipotesi d'un triangolo acutangolo,

$$a < \delta \operatorname{sen}\varepsilon \cos\zeta \cos\eta \quad , \quad b < \delta \operatorname{sen}\zeta \cos\eta \cos\varepsilon \quad , \quad c < \delta \operatorname{sen}\eta \cos\varepsilon \cos\zeta \; ;$$

quindi $a + b + c < \delta \operatorname{sen}\varepsilon \operatorname{sen}\zeta \operatorname{sen}\eta < \alpha\beta\gamma$, ossia $\lambda_4 < 0$, sicchè la striscia definita dall'intervallo (λ_3, λ_4) giace tutta sulla parte *concava* della falda esterna. Invece, se il triangolo considerato è ottusangolo, se cioè γ^2 supera $\alpha^2 + \beta^2$, la striscia giace interamente sulla parte *convessa*. Infatti, per dimostrare che λ_3 e λ_4 son positivi, basta far vedere che tale risulta ${}^1/_2(\lambda_3 + \lambda_4)$; e ciò si vede subito osservando che, se $\alpha^2 + \beta^2 < 1$, c supera $\alpha\beta\gamma$. Se per giungere a questa conclusione è bastata l'ipotesi $\alpha^2 + \beta^2 < 1$, ciò è avvenuto perchè, essendo già $\delta > 1$, l'angolo opposto a γ è necessariamente ottuso; e però non può non essere anche $\alpha^2 + \beta^2 < \gamma^2$.

È facile spiegarsi geometricamente il necessario scindersi dell'elica in due rami, mercè la considerazione dei coni, che dal vertice O si possono circoscrivere alla ciclide. Lungo un arco completo la funzione ρ^2, che negli estremi si annulla, e che d'altra parte, per la seconda formola (9), si conserva finita, deve pervenire ad un valor massimo. Quando il punto M occupa la posizione speciale, per cui questo valore è raggiunto, la (17) mostra che, intorno alla posizione stessa, $R \operatorname{sen}\omega$ si può considerare come *costante*. Ne segue, per un noto teorema di Clairaut, che l'elica si comporta, intorno ad M, come una geodetica, vale a dire che la sua normale principale incontra l'asse di rotazione; e però OM

risulta, in M, tangente al meridiano. Dunque, se immaginiamo che un fascio di raggi, provenienti dal vertice del cono rettificante, illumini la ciclide, *è sul confine dell'ombra che l'elica presenta, nello spazio, la minima curvatura.* Ciò avviene dunque su due paralleli, corrispondenti alla minima ed alla massima radice dell'equazione cubica $\Phi'(\lambda)=0$. La prima radice cade fra λ_1 e λ_2, l'altra fra λ_3 e λ_4, sicchè ciascun parallelo giace nell'*interno* della corrispondente striscia. Attraversando questi paralleli *l'elica s'inflette*, sulla ciclide, poichè si annulla, per quanto si è visto innanzi, la sua curvatura geodetica. Ciò è confermato da un calcolo facile, che dà per questa curvatura un valore proporzionale a $\rho'/R\cos\omega$.

L'esistenza dei due rami si può rendere geometricamente chiara anche mercè l'interpetrazione trigonometrica dei valori (24). Se A, B, C sono gli angoli *acuti*, sotto i quali l'elica incontra le generatrici dei tre coni, sicchè $\alpha=\cos A$, $\beta=\cos B$, $\gamma=\cos C$, si ha

$$\lambda_1=-\cos(B+C-A),\lambda_2=-\cos(C+A-B),\lambda_3=-\cos(A+B-C),\lambda_4=-\cos(A+B+C).$$

Ora, se si riflette che la tangente all'elica, in una cuspide, è anche tangente all'ovale, si vede che queste formole riducono la ricerca delle cuspidi ad una semplicissima costruzione goniometrica, da eseguire nel piano del meridiano. Se tracciamo per H la retta inclinata di $A+B$ sulla direzione *negativa* dell'asse, e per F le rette inclinate di $B+C$ e $B-C$ sulla medesima direzione, queste incontrano la prima rispettivamente nei punti **4** e **3**, generatori dei paralleli precedentemente designati con questi stessi numeri. Si ottengono analogamente i punti **1** e **2** tracciando per H, invece della prima retta, un'altra inclinata di $A-B$ sulla direzione *positiva* dell'asse. I quattro paralleli costituiscono dunque l'intersezione di due coppie di coni, aventi i vertici in F ed in H. Questa proprietà si spiega e si generalizza mediante l'altra, conseguenza immediata dell'equazione (22), che l'ovale di Cartesio è una curva *anallagmatica*, rispetto ad un centro d'inversione che può essere H o F, ma non G. Ne segue che ogni cono, projettante da F o da H una coppia di paralleli, taglia la ciclide, lungo l'uno e l'altro parallelo, sotto uno stesso angolo, il cui coseno è misurato da $\alpha/\cos\omega$ o da $\gamma/\cos\omega$ quando i paralleli incontrano l'elica. Da ciò è facile dedurre che nella mutua situazione dei paralleli **1**, **2**, **3**, **4**, si trovano più generalmente i paralleli, sui quali l'elica devia egualmente dai meridiani. In particolare, se dal vertice H si circoscrivono i coni alle due falde della ciclide, sui paralleli di contatto (i quali cadono entrambi sopra un cono di vertice F) si verifica la deviazione massima C.

La ciclide generata da una *data* ovale è solcata da infinite eliche policoniche, corrispondenti alle infinite posizioni che il vertice del cono rettificante può occupare sull'asse di rotazione. Infatti le equazioni in-

trinseche (12) e (15) definiscono *una* delle predette eliche per ciascun sistema di valori di α, β, γ, l, mentre bastano tre costanti per individuare un' ovale. Se, per fissare le idee, son dati i fuochi F e G, basta supporre nota la loro distanza $(\beta^2 - \alpha^2)l$, ed i rapporti $m = \alpha/\gamma$, $n = \beta/\gamma$, perchè l'ovale resti definita. Posto, per brevità, $l\gamma^2 = h$, l'equazione (22) diventa

$$r^2 - 2(mn + \cos\theta)hr + (1 - m^2)(1 - n^2)h^2 = 0 \ ;$$

e questa non dipende da l, giacchè h vi rappresenta la distanza FG, divisa per $n^2 - m^2$. Si resta dunque liberi, senza alterare la superficie, di far variare l, obbligando in tal modo il vertice O, la cui distanza ad H è appunto $l - h$, a spostarsi sull'asse. Senonchè, non potendo l diventare minore di h (altrimenti sarebbe $\gamma^2 > 1$) si vede che O può allontanarsi all'infinito solo nella direzione negativa dell'asse. Nella direzione opposta esso non può spingersi oltre H, e rimane perciò sempre esterno alla ciclide. Occorrerebbe infatti, partendo da H, un ulteriore spostamento $(1 - m)(1 - n)h$ per giungere al più vicino ombelico. Quando O si allontana indefinitamente, l'elica tende a degenerare nell'insieme di tutti i paralleli della ciclide. Infatti, per l infinitamente grande, α, β, γ sono infinitesimi; le equazioni (12) e (15) tendono a presentarsi sotto la forma $1/\varkappa = 0$, $\rho =$ *costante*; ed i valori (24) tendono a confondersi con quelli

$$\alpha - \beta - \gamma \ , \ \ \beta - \gamma - \alpha \ , \ \ \gamma - \alpha - \beta \ , \ \ \alpha + \beta + \gamma \ ,$$

che λ raggiunge negli ombelichi. L'elica si riduce invece ai paralleli di contatto della ciclide con i coni di vertice H, quando O si accosta indefinitamente ad H. Infatti per $l = h$ è $\gamma = 1$; ed in questa ipotesi dalle (24) si ha $\lambda_1 = \lambda_2$, $\lambda_3 = \lambda_4$. Per le posizioni intermedie di O nulla vi è da notare quando $m + n \leqq 1$, nel caso cioè che la ciclide sia tutta convessa. Per $m + n > 1$, se in pari tempo è $m^2 + n^2 < 1$, il ramo esterno dell'elica, che per O sufficientemente lontano attraversa il parallelo singolare, si ritrae da questo appena O perviene alla distanza da H, misurata dal numero ${}^1/_4(m^2 + n^2 - 1)^2 h^3/R_0^2$, e finisce così per circolare soltanto sulla parte convessa. Ciò si deve al fatto che, nel caso considerato, il punto H sta fuori dello spazio compreso fra il piano tangente singolare e la parte concava della ciclide. Per $m^2 + n^2 > 1$ il contrario accade, sicchè il punto O può entrare nella suddetta cavità, e vi penetra infatti senza che l'elica cessi di attraversare il parallelo singolare, finchè, giungendo O alla distanza da H, indicata precedentemente, il ramo esterno dell'elica abbandona la parte convessa della ciclide per raccogliersi verso l'interno, sulle pareti della cavità. Nel caso di separazione $(m^2 + n^2 = 1)$ il detto ramo tende invece a confondersi col parallelo singolare, mentre O tende a fermarsi nel centro del parallelo stesso.

Resta tuttavia da spiegare come possa la curva degenerare in circoli, malgrado le infinite cuspidi. A tal fine giova calcolare le lunghezze $(\lambda_2 - \lambda_1)l$ e $(\lambda_4 - \lambda_3)l$ degli archi completi, che dalle (24) risultano uguali a

$$2\left(n\sqrt{1-m^2\frac{h}{l}} \mp m\sqrt{1-n^2\frac{h}{l}}\right)\sqrt{h(l-h)}\ ;$$

sicchè, mentre il loro rapporto si conserva finito e diverso da 0, il loro prodotto, quadruplo di FG.OH, varia come OH. I predetti archi tendono dunque a zero quando O tende a confondersi con H, e crescono invece indefinitamente come $\sqrt{l}$ quando O si allontana all'infinito. Se prima immaginiamo che O, allontanandosi dalla ciclide, si scosti infinitamente poco dal vertice H dei coni circoscritti alle due falde, ciascuno dei due paralleli di contatto si sdoppia, e nelle due strisce incipienti l'elica nasce, procedendo per archi infinitamente piccoli, i quali si vanno man man distendendo con crescente ampiezza (a misura che O si allontana dalla superficie) in guisa che ciascuno finisce per attraversare una o più volte di seguito uno stesso meridiano, sotto un angolo che, per la (20), si avvicina indefinitamente ad $^1/_2\pi$. L'elica tende così a cingere spiralmente l'intera ciclide, e degenera perciò, come si è detto, nell'insieme di tutti i paralleli. L'equazione (15), per l infinito, tenderebbe a dare soltanto $\rho = R_0$, se si fosse costretti a trattare s come costante (indipendente da l); ma basta spostare convenientemente l'origine degli archi, attribuendo ad s un incremento che si trovi in rapporto costante, arbitrario, con la lunghezza d'un arco completo (ossia con $\sqrt{l}$), per trovare invece l'equazione d'un parallelo qualsiasi. Al medesimo risultato si giunge più agevolmente servendosi dell'equazione intrinseca sotto la forma (21): basta immaginare che nella parte biquadratica del secondo membro (eguale ad l^2R^2) si conservi costante R, ed osservare che la parte cubica diventa infinita come l, giacchè le distanze p, q, r si conservano finite. Dopo ciò, se si divide tutto per l^2, si trova subito, per l infinito, $\rho = R$. Le altre circostanze, accennate precedentemente, dipendono dalla forma del solido che si considera, e riguardano il solo ramo esterno. Questo nasce e si svolge sulla falda esterna, e finisce per coprirla tutta, sia per $m + n \leqq 1$, sia per $m + n > 1$. Nel secondo caso, esso apparisce prima sulla parte convessa, e finisce per invadere la parte concava, o apparisce in questa, e finisce per comparire anche sulla parte convessa, secondo che $m^2 + n^2 < 1$ o $m^2 + n^2 > 1$. Finalmente per $m^2 + n^2 = 1$ il detto ramo nasce dal parallelo singolare e si va distendendo simultaneamente sulle due parti.

Fin qui α, β, γ sono stati supposti differenti tra loro e da zero. Se $\alpha = 0$, l'equazione (22), relativa al fuoco F, mostra che l'ovale si riduce ad una circonferenza doppia, col centro in F ed il raggio uguale

a $\beta\gamma l$. La superficie da considerare è dunque una sfera, risultante dalla fusione delle due falde della ciclide, delle quali basterà considerare l'esterna, supponendo che λ varii soltanto da $\gamma - \beta$ a $\gamma + \beta$. Le distanze di O, G, H ad F sono l, $l\beta^2$, $l\gamma^2$, sicchè G è un punto qualunque, interno alla sfera, ed H è il suo reciproco. Vi sono dunque, *sopra ogni sfera*, infinite linee, le quali sono *eliche su due coni*, oltrechè sul cono che le projetta dal centro. Tali curve sono state già segnalate *) dal Sig. G. Pirondini. I vertici dei due coni sono reciproci rispetto alla sfera, e per ogni coppia di siffatti punti si hanno sempre infinite eliche, le quali si distinguono le une dalle altre per esser geodetiche sopra coni differenti. I vertici di questi coni costituiscono, sul diametro che passa per H, il segmento che va da H all'infinito senza incontrare la sfera.

Sono specialmente da menzionare fra le eliche coniche quelle che son tali *su due coni soltanto*, e che si ottengono supponendo tra loro uguali due dei tre numeri α, β, γ. Per $\alpha = \beta$ o per $\beta = \gamma$ l'equazione (22) mostra che l'ovale si riduce ad una *lumaca di Pascal*, con punto doppio a tangenti immaginarie nel primo caso, reali nel secondo. Ciò si vede anche più facilmente ricordando che i valori $\gamma-\alpha-\beta$, $\beta-\gamma-\alpha$, $\alpha-\beta-\gamma$ son quelli che assume λ, rispettivamente, nell'ombelico più prossimo ad H, e nei due seguenti, situati sulla falda interna; ed osservando che gli ultimi due coincidono per $\alpha = \beta$, i primi due per $\beta = \gamma$. Dunque per $\alpha = \beta$ la falda interna si riduce ad un punto, mentre per $\beta = \gamma$ essa si connette all'esterna in un punto conico. In entrambi i casi l'elica sembra rimanere *costituita da un unico ramo*. Ciò si deve, per $\alpha = \beta$, alla scomparsa del ramo interno: l'altro ramo si comporta in uno dei tre modi già descritti, secondo che il rapporto α/γ cade in uno dei tre intervalli consecutivi, determinati dai numeri $0, \frac{1}{2}, \frac{1}{\sqrt{2}}, 1$. Invece per $\beta = \gamma$ la riduzione ad un ramo unico è solo apparente, non potendosi asserire che il ramo interno effettivamente si congiunga al ramo esterno, attraverso il punto conico H. Ben è vero che, corrispondendo questo punto al valore $\lambda = -\alpha$, che per le (24) è anche il comune valore di λ_2 e λ_3, in H si fondono tutte le cuspidi d'un orlo della striscia interna e d'un orlo della striscia esterna; ma da questa fusione nasce un *punto assintotico*. Infatti, quando M è infinitamente vicino ad H, la distanza OM si può dire infinitamente grande rispetto ad HM; e però l'elica si comporta come se fosse geodetica (e per conseguenza elica) sopra un cilindro, ed elica sul cono tangente in H. Siccome poi questo cono è rotondo, si vede che il contegno dell'elica, in vicinanza di H, è quello di un'*elica cilindro-conica* regolare, che ammette H come punto assintotico. Questa con-

---

*) Nel periodico « *Le Matematiche pure ed applicate* » (Novembre-Dicembre, 1902; p. 238).

clusione è confermata dal calcolo. Se si trasporta in H l'origine degli archi, se cioè si cambia s in $s - \alpha l$, si trova facilmente, per s infinitesimo, $p = (\beta^2 - \alpha^2)l$, $q = r = \beta s$, trascurando infinitesimi d'un ordine superiore. Inoltre dalla (18) si ha $R = s\sqrt{\beta^2 - \alpha^2}$; quindi, invece di $\omega = 0$, la (20) dà $\omega = B$. Finalmente, sostituendo in (17), e ricordando la (12), si vede che, intorno ad H, l'elica si comporta come la coppia di eliche cilindro-coniche regolari (sinistrorsa e destrorsa), rappresentate dalle equazioni

$$\frac{\rho}{s} = \frac{\sqrt{\operatorname{sen}(A+B)\operatorname{sen}(A-B)}}{\operatorname{sen}A \operatorname{sen}B} \quad , \quad \pm\frac{z}{\rho} = \operatorname{tg}A \; .$$

Particolarmente notevoli fra tutte sono le eliche, per le quali i tre coni si confondono in un solo. Ciascuna di esse giace sulla superficie generata da una *cardioide*, che rota intorno al suo asse. Quantunque in apparenza *semplicemente coniche*, queste eliche continuano a stare fra le curve studiate, e ciò per la proprietà che hanno di esser geodetiche di coni. Infatti, se si domanda una curva che sia ad un tempo *geodetica* sopra un cono, ed *elica* sopra un altro, si è condotti a cercare, nel piano, il luogo dei punti M, tali che le distanze a due punti fissi, O ed H, siano espresse mediante una variabile s nel seguente modo: $OM = \sqrt{s^2 + g^2}$, $HM = ks + k'$. Con facile calcolo si giunge ad un'equazione della forma (22), sicchè l'elica cercata è necessariamente policonica. Dunque le linee rappresentate dalle equazioni (12) e (15) per $\alpha^2 = \beta^2 = \gamma^2$, ovvero (trasportando in H l'origine degli archi, e ponendo $a = (1 - \alpha^2)\alpha l$, $m = \operatorname{tg}A$) dalle equazioni

$$m^2 a^2 \rho^2 = a s^3 - {}^1/_4 s^4 \quad , \quad \pm z = \frac{m a \rho}{a - s} \; ,$$

sono caratterizzate, fra le geodetiche dei coni, dalla proprietà di essere eliche coniche, ciascuna *sopra un sol cono*. Nel dominio di H esse si comportano come una coppia di particolari eliche cilindriche, le quali si avvolgono (più rapidamente ancora di un'elica cilindro-conica regolare) intorno alla punta cuspidale, che dal parallelo singolare lievemente sporge nell'interno della superficie. Infatti, per s infinitesimo, le precedenti equazioni tendono ad assumere la forma $\rho^2/s^3 = costante$, $\pm z/\rho = costante$.

Per ritrovare le eliche di Scheffers fra le più generali eliche policoniche basta immaginare che l vada crescendo all'infinito, e che in pari tempo due dei tre numeri α, β, γ tendano a confondersi, in modo tuttavia che la loro differenza tenda a zero come $1/l$. Prima si ponga $(\beta - \alpha)l = h$, e si noti che la distanza $FG = (\beta^2 - \alpha^2)l$ tende a $2\alpha h$. Restano dunque a distanza finita soltanto i fuochi interni, e con essi il ramo interno dell'ovale, che si converte in un'ellisse, mentre H va all'infinito con tutto il ramo esterno. I valori di s negli ombelichi della falda

rimasta, che nel caso generale sono $(\beta-\gamma-\alpha)l, (\alpha-\beta-\gamma)l$, diventano $\pm h - \gamma l$. Affinchè restino finiti conviene spostare l'origine degli archi cambiando s in $s-\gamma l$. Per tal modo sarà $s=\pm h$ negli ombelichi, e conseguentemente $|s|<h$ in ogni altro punto. Inoltre

$$p=\alpha(s-\gamma l)+\beta\gamma l=\alpha s+\gamma h \quad , \quad q=\beta(s-\gamma l)+\gamma\alpha l=\beta s-\gamma h \; ;$$

quindi, al limite, $p-q=2\gamma h$. Se si riflette che si ha sempre $p>0$, $q<0$, si vede che l'ultima eguaglianza definisce un'*ellisse*, dai fuochi F e G, e l'eccentricità α/γ. D'altra parte la (18) dà $R=\sqrt{(\gamma^2-\alpha^2)(h^2-s^2)}$. Inoltre, poichè $\lim r/l=\alpha^2-\gamma^2$, dalla (20) si ha

$$\cos\omega=\sqrt{(\gamma^2h^2-\alpha^2s^2)/(h^2-s^2)} \; ;$$

quindi, sostituendo in (17), e ricordando la (12), si trova che le eliche di cui si tratta son rappresentate dalle equazioni

$$s^2+m^2\rho^2=a^2 \quad , \quad \pm\tau/\rho=\mathrm{tg}C \; , \tag{26}$$

dove per semplicità si è posto

$$a=h\sqrt{\frac{1-\gamma^2}{1-\alpha^2}} \quad , \quad m=\sqrt{\frac{(1-\alpha^2)(1-\gamma^2)}{\gamma^2-\alpha^2}} \; .$$

In particolare, per $\alpha=0$, si ritrovano le note equazioni dell'elica sferica.

Ora si supponga che tendano invece a confondersi β e γ, in guisa che resti $(\gamma-\beta)l=h$. La distanza $GH=(\gamma^2-\beta^2)l$ tende a $2\gamma h$, mentre F si allontana indefinitamente. In questo caso è respinta all'infinito la sola parte convessa del ramo interno dell'ovale, ma entrambi i rami si estendono all'infinito, costituendo un'iperbole. I valori di s, corrispondenti agli ombelichi compresi fra H e G, ossia $(\gamma-\alpha-\beta)l, (\beta-\gamma-\alpha)l$, si conservano finiti, purchè si cambii s in $s-\alpha l$; essi tendono allora a $\pm h$. Dunque $|s|>h$ in ogni altro punto. Intanto si trova, operando come nel caso precedente, $q=\beta s+\alpha h$, $r=\gamma s-\alpha h$, $q-r=2\alpha h$; e poichè r ha il segno di q, si vede che l'ovale si trova ridotta ad un'*iperbole*, dai fuochi H e G, e l'eccentricità γ/α. Inoltre

$$R=\sqrt{(\gamma^2-\alpha^2)(s^2-h^2)} \quad , \quad \cos\omega=\sqrt{(\gamma^2s^2-\alpha^2h^2)/(s^2-h^2)} \; ;$$

e però nel caso attuale le equazioni intrinseche, invece delle (26), sono

$$s^2-m^2\rho^2=a^2 \quad , \quad \pm\tau/\rho=\mathrm{tg}A \; ,$$

con un altro valore di a. Per tutte le eliche trovate da Scheffers si ha dunque $s^2 \pm m^2\rho^2 = costante$, $\tau/\rho = costante$, vale a dire che le eliche cilindro-coniche più generali si ottengono torcendo ad elica cilindrica una linea cicloidale. Esse rientrano perciò nella notevole classe di eliche, già segnalata *) dal Sig. V. Strazzeri; ed appartengono a due tipi, che ben si possono dire *ellittico* ed *iperbolico*. Quelle del tipo ellittico coprono (nel modo già descritto in generale) una striscia di sferoide allungato, compresa fra due paralleli uguali, inflettendosi sul parallelo massimo, dove diventa massima (uguale a C) la deviazione dai meridiani. Le eliche del tipo iperbolico si svolgono invece sulle due falde d'un iperboloide rotondo. Ciascun ramo esce da una cuspide e procede in due sensi, senza mai flettersi, verso la parte più ampia della falda su cui giace, avvolgendola fra spire destrorse e sinistrorse, le quali vanno sempre più deviando dai meridiani, e tendono a tagliarli sotto l'angolo C. La curva tende perciò a comportarsi come una coppia di eliche cilindro-coniche regolari; e del resto son queste appunto le linee che si trovano, in particolare, quando l'iperboloide degenera in un cono, tendendo allora le cuspidi dei due rami a fondersi in un punto assintotico.

Relazione *sulla Nota del dottor* Giulio Darbi.

(Adunanza del dì 21 Marzo 1903)

La Nota del dottor Darbi ha per oggetto le equazioni irreduttibili normali, cioè quelle equazioni irreduttibili le cui radici si esprimono razionalmente, in un certo campo di razionalità K, in funzione di una di esse. E precisamente egli si propone di ricercare quali siano le altre condizioni da aggiungersi, affinchè la normalità dell' equazione abbia per conseguenza che ogni funzione razionale delle radici si possa ridurre ad una combinazione lineare omogenea di tutte le radici con coefficienti appartenenti al campo K. Tale questione si affaccia abbastanza naturalmente a chi osservi come già l'algebra sia in possesso di alcune importanti categorie di equazioni normali, quali le equazioni della divisione del cerchio, per le quali si verifica appunto il fatto suaccennato.

Questa questione trova nella Nota dell'Autore una risposta assai semplice; cioè che la sola condizione, necessaria e sufficiente, da aggiungersi a quella della normalità, consiste nel dover essere le radici dell' equazione linearmente ed omogeneamente indipendenti nel campo K.

---

*) Vedi il citato periodico « *Le Matematiche*, ecc. » (Novembre-Dicembre, 1902; p. 244).

Di questo risultato, o del risultato equivalente, di dover essere diverso da zero un certo determinante da lui chiamato *fondamentale*, egli fa poi un' applicazione notevole alle equazioni cicliche di grado primo, invocando, assai opportunamente, una proprietà ben nota dei determinanti circolanti. Chiude poi il suo studio facendone derivare alcune interessanti proprietà delle equazioni cicliche di grado primo, come, per esempio, che « ogni funzione, razionale in K, delle radici di un'equazione ciclica di grado primo, si può esprimere in funzione lineare delle potenze ennesime delle radici, essendo n un numero pari fissato ad arbitrio ».

Ritenendo pertanto che la Nota del dottor Darbi rechi all'importante teoria delle equazioni normali un contributo degno di considerazione, vi proponiamo che essa venga inserita per intero nel Rendiconto della nostra Accademia.

E. Cesàro
P. del Pezzo
A. Capelli, *relatore.*

Sulle equazioni normali; *Nota del dottor* **Giulio Darbi.**

(Adunanza del dì 14 Marzo 1903)

La presente nota, che ha lo scopo di studiare la quistione reciproca di una proposizione già dimostrata *), si propone il seguente quesito:

in quali casi un' equazione normale **), irreduttibile in un certo campo di razionalità K a cui appartengono i suoi coefficienti, gode della proprietà che ogni funzione razionale in K delle sue radici si esprime in funzione lineare omogenea di queste con coefficienti appartenenti a K?

Prima di procedere nella trattazione della quistione, che forma oggetto della presente nota, mi sembra utile ricordare per sommi capi i risultati già ottenuti in una mia precedente ***) nota, per poi collegarli con gli altri che stabiliremo in seguito.

La teoria che esporremo nel § 1 delle pagine che seguono, trova utile applicazione al caso importante delle equazioni cicliche, le quali studieremo separatamente nel § successivo.

---

*) Cfr. *Giornale di Matematica* Battaglini. Anno 1901.

**) Chiamiamo *normale* un' equazione di cui tutte le radici si possono esprimere razionalmente per mezzo di una di esse (Cfr. Weber, *Lehrbuch der Algebra*, 1895).

***) Cfr. *Giornale di Matematica*, l. c.

I.

1. Denotate con $x_1, x_2, \ldots, x_n$ le radici dell'equazione

$$f(x) = x^n + p_1 x^{n-1} + \cdots + p_{n-1}x + p_n = 0 , \qquad (1)$$

irreduttibile in un certo campo di razionalità K a cui appartengono i suoi coefficienti, supponiamo che ogni numero del corpo algebrico $(K, x_1, x_2, \ldots, x_n)$ si esprima in funzione lineare omogenea di $x_1, x_2, \ldots, x_n$ con coefficienti appartenenti a K.

2. Si dimostra facilmente che:

« *L'equazione* (1) *è normale* ».

3. È facile vedere che:

« *Il coefficiente del secondo termine dell' equazione* (1) *è diverso da zero* ».

Si ha per ipotesi:

$$x_v^s = a_{s-1,1}x_1 + a_{s-1,2}x_2 + \cdots + a_{s-1,n}x_n \qquad (2)$$

(s è un numero intero qualunque, diverso da zero; $a_{s-1,1}, a_{s-1,2}, \ldots, a_{s-1,n}$ sono numeri appartenenti a K).

Applicando alla relazione (2) le n sostituzioni del gruppo di Galois dell'equazione data, avremo in tutto n relazioni, le quali sommate fra loro membro a membro, ci danno:

$$\sum_{v=1}^{v=n} x_v^s = -p_1 \sum_{v=1}^{v=n} a_{s-1,v} . \qquad (3)$$

Supponendo ora che si avesse $p_1 = 0$, in virtù della relazione (3), che vale qualunque sia il numero intero s, sarebbero nulle le somme delle potenze simili delle radici, e quindi, per le formule del Newton, sarebbero anche nulli i coefficienti dell'equazione (1); il che è incompatibile con la pretesa irreduttibilità della (1); per cui resta dimostrato quanto erasi asserito.

4. Dico che ha luogo la seguente proprietà:

« *Fra le radici della* (1) *non esiste alcuna relazione lineare omogenea con coefficienti appartenenti a* K.

Per l'ipotesi fatta, cioè: ogni numero del corpo algebrico $(K, x_1, x_2, \ldots, x_n)$ si esprime in funzione lineare omogenea delle radici $x_1, x_2, \ldots, x_n$ con coefficienti in K, si ha:

$$\begin{aligned} -p_1 &= x_1 + x_2 + \cdots + x_n \\ x_1^2 &= a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \cdots + a_{1,n}x_n \\ &\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\ x_1^{n-1} &= a_{n-2,1}x_1 + a_{n-2,2}x_2 + \cdots + a_{n-2,n}x_n \end{aligned} \qquad (4)$$

(ove $a_{11}, a_{12}, \ldots, a_{n-2,n}$ sono numeri appartenenti a K).

Supponiamo che si avesse:

$$\alpha_1 x_1 + \alpha_2 x_2 + \cdots + \alpha_n x_n = 0 \tag{5}$$

(ove $\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_n$ sono numeri appartenenti a K).

Le (4), considerate come un sistema di $n-1$ equazioni lineari nelle incognite $x_2, x_3, \ldots, x_n$, ci permettono di esprimere queste in funzione razionale intera di x_1, essendo il determinante Δ dei coefficienti diverso da zero, come è facile vedere.

Onde, risolvendo le (4) rispetto ad $x_2, x_3, \ldots, x_n$, e sostituendo le espressioni così ottenute nella (5), si ha:

$$\Delta_1 \alpha_1 x_1 + \alpha_2 \begin{vmatrix} x_1+p_1 & -1 & \ldots & -1 \\ x_1^2 - a_{11}x_1 & a_{13} & \ldots & a_{1,n} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ x_1^{n-1} - a_{n-2,1}x_1 & a_{n-2,3} & \ldots & a_{n-2,n} \end{vmatrix} + \cdots + \alpha_n \begin{vmatrix} -1 & -1 & \ldots & x_1+p_1 \\ a_{12} & a_{13} & \ldots & x_1^2 - a_{11}x_1 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ a_{n-2,2} & a_{n-2,3} & \ldots & x_1^{n-1} - a_{n-2,1}x_1 \end{vmatrix} = 0.$$

Denotando con $A_{s,t}$ l'aggiunto dell'elemento che occupa nel determinante Δ il posto d'incontro della s^{ma} orizzontale e della t^{ma} verticale, e raccogliendo i termini che contengono x_1 alla medesima potenza, la precedente equazione si può scrivere così:

$$\begin{aligned} & x_1^{n-1}(A_{n-1,1}\alpha_2 + A_{n-1,2}\alpha_3 + \cdots + A_{n-1,n-1}\alpha_n) + \\ & + x_1^{n-2}(A_{n-2,1}\alpha_2 + A_{n-2,2}\alpha_3 + \cdots + A_{n-2,n-1}\alpha_n) + \\ & \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\ & + x_1 E + p_1(A_{11}\alpha_2 + A_{12}\alpha_3 + \cdots + A_{1,n-1}\alpha_n) = 0 \end{aligned}$$

(E, numero appartenente a K, rappresenta il coefficiente di x_1).

Questa equazione di grado $n-1$, avendo una radice in comune con la (1), ha i coefficienti nulli. Onde, tenuto conto che p_1 è diverso da zero, si ha:

$$\begin{aligned} & \alpha_2 A_{n-1,1} + \alpha_3 A_{n-1,2} + \cdots + \alpha_n A_{n-1,n-1} = 0 \\ & \alpha_2 A_{n-2,1} + \alpha_3 A_{n-2,2} + \cdots + \alpha_n A_{n-2,n-1} = 0 \\ & \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\ & \alpha_2 A_{11} \quad + \alpha_3 A_{12} \quad + \cdots + \alpha_n A_{1,n-1} \quad = 0. \end{aligned} \tag{6}$$

Il determinante dei coefficienti di questo sistema di $n-1$ equazioni lineari in $\alpha_2, \alpha_3, \ldots, \alpha_n$ è diverso da zero, poichè altro non è che il reciproco del determinante Δ. Dunque il sistema (6), a determinante diverso da zero, ammette l'unica soluzione

$$\alpha_2 = \alpha_3 = \cdots = \alpha_n = 0.$$

Resta quindi dimostrato il teorema enunciato.

5. Ciò posto, dimostriamo ora la proposizione reciproca, cioè:

« *Se l'equazione* f(x) = 0, *irreduttibile in un certo campo* K *di razionalità a cui appartengono i suoi coefficienti, è normale, e se fra le sue radici non ha luogo alcuna relazione lineare omogenea con coefficienti appartenenti a* K, *essa gode della seguente proprietà: ogni funzione razionale in* K *delle sue radici si esprime in funzione lineare omogenea di queste con coefficienti appartenenti a* K ».

Supponiamo che $f(x) = 0$ sia un'equazione normale e fra le sue radici non abbia luogo alcuna relazione lineare omogenea con coefficienti in K.

Si ha dunque:

$$\left.\begin{array}{l} x_2 = A_1 x_1^{n-1} + A_2 x_1^{n-2} + \cdots + A_{n-1} x_1 + A_n \\ x_3 = B_1 x_1^{n-1} + B_2 x_1^{n-2} + \cdots + B_{n-1} x_1 + B_n \\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\ x_n = E_1 x_1^{n-1} + E_2 x_1^{n-2} + \cdots + E_{n-1} x_1 + E_n \end{array}\right\} \quad (7)$$

($A_1, A_2, \ldots, A_n; \ldots; E_1, E_2, \ldots, E_n$ sono numeri appartenenti a K).

Le (7), come è facile comprendere, possiamo scriverle così:

$$\left.\begin{array}{l} x_2 = a_1 x_1^{n} + a_2 x_1^{n-1} + \cdots + a_{n-1} x_1^2 + a_n x_1 \\ x_3 = b_1 x_1^{n} + b_2 x_1^{n-1} + \cdots + b_{n-1} x_1^2 + b_n x_1 \\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\ x_n = e_1 x_1^{n} + e_2 x_1^{n-1} + \cdots + e_{n-1} x_1^2 + e_n x_1 \end{array}\right\} \quad (7)'$$

(essendo i coefficienti $a_1, a_2, \ldots, a_n; \ldots; e_1, e_2, \ldots, e_n$ numeri appartenenti a K).

Consideriamo le (7)' come un sistema di $n-1$ equazioni lineari nelle incognite $x_1^n, x_1^{n-1}, \ldots, x_1^2$. Poichè abbiamo supposto che fra le radici $x_1, x_2, \ldots, x_n$ non ha luogo alcuna relazione lineare omogenea in K, il determinante dei coefficienti del sistema (7)' è diverso da zero. Onde, risolvendo le (7)' rispetto ad $x_1^2, x_1^3, \ldots, x_1^{n-1}$, si ha:

$$\left.\begin{array}{l} x_1^2 = \alpha_1 x_1 + \alpha_2 x_2 + \cdots + \alpha_n x_n \\ x_1^3 = \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \cdots + \beta_n x_n \\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\ x_1^{n-1} = \eta_1 x_1 + \eta_2 x_2 + \cdots + \eta_n x_n \end{array}\right\} \quad (8)$$

($\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_n; \ldots; \eta_1, \eta_2, \ldots, \eta_n$ sono numeri appartenenti a K).

Tenuto conto che $x_1, x_2, \ldots, x_n$ sono radici di equazione normale, le (8) dimostrano il teorema enunciato al principio di quest'articolo.

6. Riassumendo i risultati fin qui ottenuti, potremo dire che:

« *La condizione necessaria e sufficiente affinchè un'equazione* f(x)=0,

irreduttibile in un certo campo di razionalità K a cui appartengono i suoi coefficienti, goda della proprietà per cui: ogni funzione razionale in K delle sue radici si esprime in funzione lineare omogenea di queste con coefficienti appartenenti a K, è che l'equazione f(x) = 0 *sia normale, e fra le sue radici non abbia luogo alcuna relazione lineare omogenea con coefficienti appartenenti a* K ».

7. Dalle relazioni (7)′ ricaviamo che: un'equazione normale $f(x)=0$ gode della proprietà enunciata nel teorema (6), solo e quando il determinante dei coefficienti del sistema (7)′, ossia

$$D = \begin{vmatrix} a_1 & a_2 \dots a_{n-1} \\ b_1 & b_2 \dots b_{n-1} \\ \cdot & \cdot \quad \cdot \quad \cdot \\ e_1 & e_2 \dots e_{n-1} \end{vmatrix}$$

sia diverso da zero.

Chiamiamo D determinante *fondamentale* dell' equazione normale $f(x)=0$.

II.

8. Abbiasi un' equazione ciclica

$$\varphi(x) = x^n + p_1 x^{n-1} + \dots + p_{n-1} x + p_n = 0 \tag{9}$$

irreduttibile in un certo campo di razionalità K a cui appartengono i suoi coefficienti.

Supponiamo che il suo determinante *fondamentale* sia diverso da zero.

Sappiamo che il gruppo di Galois *) (G) della (9) è formato dalle potenze di una stessa sostituzione circolare, ossia:

$$(G) = S = (x_1 x_2 \dots x_n) \ , \ S^2 \ , \ \dots \ , \ S^n = 1 \ .$$

Ci è noto altresì che tutti i sottogruppi di (G) sono ciclici, e per costruirli bisogna vedere in quanti modi il numero n, grado dell'equazione (6), si può spezzare in un prodotto di due fattori; ad ogni spezzamento, ossia ad ogni divisore di n, corrisponde un sottogruppo ciclico.

Supponiamo che si abbia: $n = \mu e$; avremo un sottogruppo (H) definito dalle sostituzioni

$$(H) = S^e \ , \ S^{2e} \ , \ \dots \ , \ S^{\mu e} = 1 \ .$$

Ci proponiamo di costruire una funzione, la quale goda della proprietà di non essere alterata nel suo valore numerico dalle sostituzioni

---

*) Cfr. Jordan, *Traité des Substitutions.*

del sottogruppo (H), ed alterata dalle altre sostituzioni di (G). Nel caso che la (9) sia l'equazione della divisione del cerchio in p parti uguali, (p essendo numero primo) Gauss trovò che la funzione

$$\eta_1 = x_1 + x_{e+1} + \cdots + x_{1+(\mu-1)e}$$

rimane inalterata per le sostituzioni di (H) ed alterata per le rimanenti sostituzioni di (G).

Dimostrò inoltre che η_1 è radice di un'equazione ciclica $\varepsilon(z)=0$, irreduttibile nel campo dei numeri reali commensurabili. Queste proprietà, di cui gode la funzione η_1, dimostrate da Gauss nel caso che x_1, $x_2, \ldots, x_n$ siano radici dell'equazione della divisione del cerchio in p parti uguali, valgono ancora se l'equazione (9) sia ciclica, irreduttibile in un certo campo K di razionalità a cui appartengono i suoi coefficienti, ed abbia il determinante *fondamentale* diverso da zero. La dimostrazione di quanto asseriamo è identica a quella fatta da Gauss *); onde ci dispensiamo di ripeterla.

9. Fermiamoci al caso particolare in cui il grado n della (9) sia numero primo, ed il campo K di razionalità sia quello (C) dei numeri reali commensurabili.

Ciò posto, vediamo se fra le radici $x_1, x_2, \ldots, x_n$ della (9) possa esistere una relazione lineare omogenea con coefficienti appartenenti a (C). Si abbia dunque:

$$\alpha_1 x_1 + \alpha_2 x_2 + \cdots + \alpha_n x_n = 0 . \tag{10}$$

Applichiamo alla (10) le sostituzioni del gruppo di Galois (G) della (9). Si ha:

$$\begin{array}{l} \alpha_1 x_1 + \alpha_2 x_2 + \cdots + \alpha_n x_n = 0 \\ \alpha_1 x_2 + \alpha_2 x_3 + \cdots + \alpha_n x_1 = 0 \\ \cdots\cdots\cdots\cdots \\ \alpha_1 x_n + \alpha_2 x_1 + \cdots + \alpha_n x_{n-1} = 0 . \end{array} \tag{10'}$$

Consideriamo le (10)' come un sistema di n equazioni lineari omogenee nelle incognite $\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_n$. Il determinante del sistema, ossia

$$D = \begin{vmatrix} x_1 & x_2 \ldots x_n \\ x_2 & x_3 \ldots x_1 \\ \cdot & \cdot \quad \cdot \quad \cdot \\ x_n & x_1 \ldots x_{n-1} \end{vmatrix}$$

*) Cfr. Bachmann Paolo, *La teoria della divisione del cerchio e sue applicazioni alla teoria dei numeri.*

*

è un circolante di ordine n, e sappiamo dall'Algebra che si scinde in n fattori razionali nei suoi elementi, cioè è uguale al prodotto

$$(-1)^{\frac{(n-1)(n-2)}{2}} \psi(y_1)\psi(y_2)\ldots\psi(y_n) ,$$

essendo

$$\psi(y) = x_1 + x_2 y + x_3 y^2 + \cdots + x_n y^{n-1} ,$$

ove $y_1, y_2, \ldots, y_n$ sono radici dell'equazione $(y^n - 1 = (y-1)(y^{n-1} + y^{n-2} + \ldots + y + 1) = 0$. Se fosse $D = 0$, l'equazione in y

$$x_1 + x_2 y + x_3 y^2 + \cdots + x_n y^{n-1} = 0 \tag{11}$$

avrebbe radici in comune con $y^n - 1 = 0$. Intanto la (11) non può avere radici in comune con l'equazione della divisione del cerchio in n parti uguali (essendo n numero primo). Infatti, se al campo di razionalità (C) aggiungiamo le radici $x_1, x_2, \ldots, x_n$, l'equazione

$$y^{n-1} + y^{n-2} + \cdots + y + 1 = 0$$

è irreduttibile nel nuovo campo $(C, x_1, x_2, \ldots, x_n)$, poichè sappiamo *) che: se al campo (K) di razionalità di un'equazione irreduttibile $f(x)=0$, aggiungiamo una radice di un' equazione normale irreduttibile in K, il cui grado sia un numero primo rispetto a quello dell'equazione $f(x)=0$, questa è irreduttibile nel nuovo campo di razionalità. Onde, se la (11) non è soddisfatta dalla radice $y = 1$, cioè se $x_1 + x_2 + \ldots + x_n \neq 0$, il determinante D non è nullo, poichè l'equazione (9) è irreduttibile in (C).

10. Pertanto possiamo dire che:

« *Un' equazione ciclica* $\varphi(x) = 0$, *il cui grado sia un numero primo, la quale, avendo il coefficiente del secondo termine diverso da zero, sia irreduttibile nel campo* (C) *dei numeri reali commensurabili a cui appartengono i suoi coefficienti, gode della seguente proprietà: ogni funzione razionale in* (C) *delle sue radici si esprime in funzione lineare omogenea di queste con coefficienti appartenenti a* (C) ».

11. L'equazione (9), oltre della proprietà testè enunciata, ne gode di altre non meno prive d'interesse. Sulla (9) facciamo una trasformazione razionale, ponendo $y = f(x)$, ove f è il simbolo di una funzione razionale con coefficienti in (C); possiamo sempre supporre la $f(x)$ intera e di grado al più uguale ad $n - 1$.

L'equazione trasformata in y di grado n (essendo n numaro primo), come è facile vedere, è irreduttibile **) in (C), ed è anche ciclica. Sap-

*) Cfr. Bianchi Luigi, *Teoria dei Gruppi di sostituzioni e delle equazioni algebriche secondo Galois.*

**) Cfr. Capelli, *Istituzioni di Analisi algebrica.* Anno 1902.

piamo inoltre che ha luogo l'uguaglianza dei due corpi algebrici $(C, x_1, x_2, \ldots, x_n)$, $(C, y_1, y_2, \ldots, y_n)$, essendo $y_1, y_2, \ldots, y_n$ le radici della trasformata.

Se il coefficiente del secondo termine dell' equazione trasformata è diverso da zero, per il teorema (10) potremo dire che: ogni funzione razionale in (C) delle radici dell' equazione primitiva, si esprime in funzione lineare omogenea delle radici dell' equazione trasformata, con coefficienti commensurabili.

Consideriamo per equazione trasformata quella le cui radici siano $x_1^{2s}, x_2^{2s}, \ldots, x_n^{2s}$, essendo s un numero intero qualunque, diverso da zero.

Poichè si ha:

$$x_1^{2s} + x_2^{2s} + \cdots + x_n^{2s} \neq 0 ,$$

potremo dire che:

« *Un'equazione ciclica, il cui grado sia numero primo, irreduttibile nel campo* (C) *dei numeri reali commensurabili a cui appartengono i suoi coefficienti, gode della seguente proprietà: ogni funzione razionale in* (C) *delle sue radici si può esprimere in funzione lineare omogenea delle potenze di queste di grado pari, con coefficienti appartenenti a* (C) ».

12. Consideriamo per equazione trasformata quella le cui radici siano le inverse della proposta. Poichè si ha:

$$\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \cdots + \frac{1}{x_n} = -\frac{p_{n-1}}{p_n} ,$$

essendo p_{n-1}, p_n rispettivamente il penultimo ed ultimo coefficiente dell' equazione (9), potremo dire che:

« *Un'equazione ciclica, il cui grado sia un numero primo, la quale, avendo il coefficiente del penultimo termine diverso da zero, sia irreduttibile nel campo* (C) *dei numeri reali commensurabili a cui appartengono i suoi coefficienti, gode della seguente proprietà: ogni funzione razionale in* (C) *delle sue radici si esprime in funzione lineare omogenea delle inverse di queste con coefficienti appartenenti a* (C) ».

Osservazioni Meteoriche

FATTE NEL R. OSSERVATORIO DI CAPODIMONTE

Marzo 1903

Latitudine. . 40°52′ N.
Longitudine . 14 15 E. da Greenwich.
Altitudine. . 149ᵐ sul mare

Giorni del mese	Pressione a 0° millimetri: 700 + 9ʰ	15ʰ	21ʰ	Medio diurno	Temperatura centigrada 9ʰ	15ʰ	21ʰ	Min.	Mass.	Medio diurno	Umidità assoluta in mm. 9ʰ	15ʰ	21ʰ	Medio diurno	Umidità relativa in cent. 9ʰ	15ʰ	21ʰ	Medio diurno	Quantità delle nubi 9ʰ	15ʰ	21ʰ	Vento Direzione 9ʰ	15ʰ	21ʰ	Velocità oraria in chilom. 9ʰ	15ʰ	21ʰ	Pioggia nelle 24 ore in mill.	Evaporazione nelle 24 ore in mill.
1	51.8	50.7	50.8	51.10	12.2	13.6	11.3	10.1	14.0	11.90	8.6	9.0	8.0	8.53	82	78	80	80.0	9	9	10	S	NE	SW	1	0	1	—	0.9
2	48.8	46.4	45.4	46.87	10.9	11.5	8.8	8.8	14.1	10.65	7.9	8.4	7.8	8.03	82	83	92	85.7	9	10	10	SE	SW	WSW	1	1	2	10.4	0.9
3	41.7	37.1	33.2	37.33	8.8	9.2	9.5	8.3	12.2	9.70	6.6	7.6	7.4	7.20	78	89	84	83.7	10	10	10	SW	NE	SW	5	0	10	11.1	0.7
4	37.5	41.3	45.2	41.33	10.7	11.9	10.7	7.8	13.6	10.70	6.5	6.2	4.7	5.80	65	60	49	58.0	8	0	5	NE	NE	N	2	10	0	—	1.0
5	50.1	50.6	52.2	50.97	11.2	13.9	10.0	8.9	14.0	11.02	5.1	5.3	3.7	4.70	51	45	41	45.7	0	0	0	E	ENE	N	0	6	1	—	2.5
6	51.5	50.1	50.1	50.57	10.6	15.0	10.0	7.3	15.1	10.75	3.8	6.1	5.4	5.10	40	49	58	49.0	0	0	0	N	ESE	W	0	0	0	—	3.6
7	49.5	48.1	47.3	48.30	10.7	12.0	9.3	8.1	13.8	10.48	7.2	6.5	6.7	6.80	74	60	76	70.0	10	3	7	S	SW	WSW	0	15	7	3.9	1.5
8	47.1	46.9	47.0	47.00	8.1	10.3	8.1	6.8	11.0	8.50	5.8	5.3	5.7	5.60	72	57	71	66.7	2	0	5	SW	WSW	NNE	18	10	0	0.4	1.4
9	44.3	43.3	43.6	43.73	8.1	8.4	6.8	4.0	10.1	7.25	4.9	5.9	5.7	5.50	61	71	77	69.7	3	9	0	N	SW	S	2	4	0	4.7	1.6
10	44.7	46.0	45.1	45.27	7.4	11.4	7.3	5.0	11.7	7.85	5.8	6.6	5.7	6.03	76	68	71	71.7	10	2	0	NE	SW	E	0	0	0	0.2	1.0
11	50.9	50.5	50.6	50.67	9.8	12.1	8.3	6.1	12.8	9.25	5.9	5.2	5.8	5.63	65	50	71	62.0	0	4	0	E	SW	NE	0	5	0	0.4	1.0
12	48.8	47.2	47.4	47.80	7.3	11.6	8.1	6.3	12.1	8.45	5.9	6.7	7.1	6.57	78	65	88	77.0	10	10	10	NE	SE	NE	1	1	1	2.0	1.6
13	47.7	47.6	49.6	48.30	10.5	13.2	9.7	7.4	13.7	10.33	6.2	6.4	5.5	6.03	65	59	91	71.7	0	5	8	NE	E	NE	0	0	2	—	1.3
14	52.1	51.7	52.0	51.93	10.0	14.3	9.9	7.7	14.6	10.55	5.5	6.9	6.9	6.43	58	57	75	63.3	0	2	0	E	SW	NE	0	2	0	—	1.7
15	51.1	48.3	47.0	48.80	12.2	14.3	11.7	7.6	15.2	11.67	6.3	7.1	7.7	7.03	60	58	65	61.0	0	10	10	N	ENE	ESE	1	2	8	0.3	1.5
16	46.2	44.5	44.3	45.00	13.8	13.1	12.8	10.1	14.7	12.93	7.8	8.5	8.0	8.10	67	70	73	70.0	10	10	8	S	SE	SW	0	2	1	1.6	1.7
17	42.3	41.8	44.7	42.93	14.7	14.7	11.9	10.1	16.7	13.35	8.4	7.1	8.3	7.93	68	59	78	68.3	9	10	10	N	NNW	SW	0	7	0	2.1	1.2
18	47.9	48.5	50.3	48.90	13.7	15.8	11.2	10.3	15.9	12.77	6.8	6.6	8.7	7.37	58	50	88	65.3	1	2	2	ENE	NE	S	7	2	0	—	1.5
19	51.7	52.2	54.2	52.70	12.6	16.0	11.7	9.5	16.4	12.55	5.7	6.1	4.9	5.57	52	45	47	48.0	7	5	8	E	NE	NE	0	1	5	—	1.8
20	56.9	56.7	58.2	57.27	11.7	13.4	10.3	8.0	13.7	11.08	4.5	5.0	4.2	4.57	44	44	45	44.3	1	1	0	ENE	ENE	ENE	0	7	1	—	3.7
21	59.8	59.1	60.6	59.83	11.9	14.7	10.7	7.8	14.8	11.30	4.8	4.1	2.9	3.93	46	33	30	36.3	0	0	0	E	E	E	1	8	1	—	4.1
22	61.1	59.5	59.6	60.07	12.8	15.4	11.1	8.1	16.2	12.05	5.2	5.9	7.1	6.07	48	45	72	55.0	0	4	0	N	WNW	W	0	7	0	—	4.0
23	58.5	56.4	56.6	57.17	13.4	17.2	12.0	10.2	17.3	13.22	6.2	10.0	9.4	8.53	51	68	91	71.0	0	0	0	N	SW	SE	0	1	0	—	2.3
24	55.6	54.3	54.4	54.77	13.1	15.1	11.3	9.7	15.7	12.45	8.5	8.8	8.1	8.47	76	69	82	75.7	0	0	4	N	W	W	0	1	0	—	0.8
25	54.9	53.9	54.5	54.43	12.2	15.5	11.2	10.1	15.8	12.33	7.8	8.6	8.1	8.17	74	65	81	73.3	10	2	0	SW	SW	SW	0	3	0	—	1.0
26	55.0	54.3	54.2	54.50	12.2	18.3	13.4	9.1	18.4	13.27	8.2	6.6	8.0	7.60	78	43	70	63.7	0	0	0	E	WSW	NW	0	3	0	—	1.0
27	53.4	52.5	52.4	52.77	17.2	16.5	15.4	12.9	19.0	16.13	5.2	7.1	6.4	6.23	35	51	49	45.0	5	9	0	SW	SW	SW	0	14	0	—	2.5
28	52.2	51.4	51.0	51.53	13.4	15.3	14.4	12.6	16.3	14.17	8.7	7.6	6.5	7.60	76	59	53	62.7	10	10	10	S	W	ENE	0	3	3	—	3.6
29	51.3	50.7	50.7	50.90	12.9	11.8	10.6	10.4	16.3	12.55	8.1	7.8	7.6	7.83	74	76	80	76.7	10	10	4	S	E	WSW	0	1	4	0.9	2.8
30	52.1	51.8	52.2	52.03	12.1	13.6	10.7	9.4	14.9	11.77	7.8	7.8	7.8	7.80	74	68	82	74.7	6	10	0	W	SW	SE	0	2	0	1.5	1.0
31	49.6	45.9	43.1	46.20	12.3	12.8	11.5	9.7	13.5	11.75	8.1	8.0	6.3	7.47	77	73	62	70.7	10	10	0	W	W	WSW	0	7	14	4.5	1.5
Medi mens	50.52	49.65	50.02	50.06	11.58	13.63	10.64	8.68	14.64	11.39	6.57	6.94	6.64	6.72	64.9	60.2	69.2	64.8	4.8	5.3	3.9							somma 50.0	somma 56.7

CATALOGO

DELLE PUBBLICAZIONI PERVENUTE ALL'ACCADEMIA

dal 18 Gennaio al 21 Febbraio 1903

PUBBLICAZIONI ITALIANE

Catania — *Società degli spettroscopisti italiani* — Memorie, vol. XXXII, disp. 1ª — 1903.

Firenze — *Rivista scientifico-industriale* — Anno XXXV, n. 2 e 3 — 1903.

Biblioteca nazionale centrale — Bollettino delle pubblicazioni italiane, n. 26; indice alfabetico delle opere, n. 2.

Genova — *Rivista ligure di scienze, lettere ed arti*—Anno XXV, fasc. I—1903.

Jesi — *Giornale di agricoltura* — Anno LXIV, n. 2 — 1903.

Livorno — *Periodico di matematica* — Supplemento, anno VI, fasc. IV e V — 1903.

Mantova — *R. Accademia Virgiliana* — Atti e Memorie (anni 1901-1902) — 1903.

Milano — *R. Istituto lombardo di scienze e lettere* — Rendiconti, serie II, vol. XXXVI, fasc. I-IV — 1903.

Società italiana di scienze naturali e del Museo civico — Atti, vol. XLI, fasc. 4 — 1903.

Modena — *Società sismologica italiana* — Primo congresso ed esposizione di istrumenti sismici in Brescia nel Settembre 1902.

Le stazioni sperimentali agrarie italiane — Vol. XXXVI, fasc. I — 1903.

Napoli — *Annali di nevrologia* — Anno XX, fasc. VI — 1902.

Società di naturalisti — Bollettino, serie I, vol. XVI — 1903.

Pavia — *Rivista di fisica, matematica e scienze naturali* — Anno 4, n. 38 — 1903.

Roma — *R. Accademia dei Lincei* — Rendiconti, vol. XII, fasc. 4-5 — 1903.

Al P. Angelo Secchi nel XXV. dalla morte, il Comitato romano — 1903.

L'Elettricista — Anno XII, n. 3 — 1903.

Torino — *La rivista tecnica delle scienze, delle arti applicate all' industria e dell'insegnamento industriale* — Anno III, fasc. 2 — 1903.

Venezia — *Reale Istituto veneto di scienze, lettere ed arti* — Atti, tomo LXII, disp. 1-3.

PUBBLICAZIONI STRANIERE

Angers — *Association internationale pour l'essai des matériaux de construction* — Procès verbaux des séances 25 Octobre et 29 Novembre 1902.

Amsterdam — *K. Akademie van Wetenschappen* — Verhandelingen, Dl. VIII, n. 1-2; 2.ª Sectie Dl. VIII, n. 1-6, Dl. IX, n. 1-3; Zittingsverslagen, vol. X, 1901-1902; Proceedings of the Section of sciences, vol. IV; Jaarboek

1901; Catalog von Sternen, deren Oerter durch selbständige Meridien-Beobachtungen bestimmt worden sind ecc. — 1901.

Barcelona — *Real Academia de ciencias y artes* — Memorias, vol. IV, n. 31 y 32 — 1903.

Bern — *Schweizerisch. naturforschend. Gesellschaft* —Verhandlungen, 84 Jaresversammlung — 1902.

Société helvétique des sciences naturelles — Compte rendu des travaux présentés à la 84me session — 1901.

Boston — *American Academy of arts and sciences*—Proceedings, vol. XXXVIII, n. 1-3 — 1902.

Bremen — *Naturwissenschaftl. Verein* — Abhandlungen, Band XVII, 2 Heft—1903.

Bruxelles—*Académie Royale des sciences, des lettres et des beaux arts de Belgique* — Mémoires couronnés et Mémoires des savants etrangers, tome LXII, 1ere fasc.; Mémoires couronnés et autres mémoires, tome LXII, 3me fasc.; Bulletin de la Classe des sciences, 1902, n. 9-11; Société Royale malacologique — Tome XXXVI — 1902.

Buenos Aires — *Museo nacional* — Anales, tomo VII, (serie 2,a t. IV) — 1902.

Cracovie — *Académie des sciences* — Bulletin international, n. 1 — 1903.

Cherbourg — *Societé nationale des sciences naturelles et mathématiques* — Mémoires, tome XXXII — 1901-1902.

Ekaterinesburg — *Société ouralienne d'amateurs des sciences naturelles* — Bulletin, tome XXII — 1901.

Frankfurt a M. — *Senckenbergisch. naturforsch. Gesellschaft*—Abhandlungen, Band XX, Heft II—1899; Band XXVII, Heft I—1902; Bericht — 1902.

Jena — *Medizinisch-naturwissenschaftlich. Gesellschaft* — Band XXXVII, Heft III — 1903.

Göttingen — *K. Gesellschaft der Wissenschaften* — Geschäftlich. Mittheilungen, 1902, Heft 2 — 1902.

Hamburg — *Mathematisch. Gesellschaft* — Mittheilungen, Band IV, Heft 3 — 1903.

Kobenhavn — *Nyt Tidsskrift for Matematik* — B, Aarg. 14, n. 1 — 1903.

Kristiania — *Niels Henrik Abel, Memorial publié à l'occasion du centenaire de sa naissance* — 1902.

Lancaster — *American mathematical Society* — Transactions, vol. 4, n. 1 — 1903.

Leiden — *Verslag van den Staat der Sterrewacht te Leiden ecc.* — 1902.

Leipzig — *Fürstlich Jablonowskisch. Gesellschaft*—Jahresbericht, März 1903.

Liège — *Société Royale des sciences* — Mémoires, III série, tom. IV — 1902.

London — *Royal astronomical Society* — Monthly notices, vol. LXIII, n. 3 and 4 — 1903.

Nature — Vol. 67, n. 1738-1741 — 1903.

Mineralogical Society — Mineralogical Magazine and Journal, vol. XIII, n. 61 — 1903.

Royal Society — Year-Book 1903; Philosophical transactions, series A, vol. 201, pp. 1-35 — 1903.

München — *K. b. Akademie der Wissenschaften* — Sitzungsberichte der math.-phys. Cl., 1902, Heft III — 1903.

New Haven — *Astronomical Observatory of Jale University* — Transactions, vol. I, part VI — 1902.

Odessa — *Club alpin de Crimée* — Bulletin, n. 11-12 — 1903.

Ottava — *Geological Survey of Canada* — Contributions to Canadian Palaeontology, vol. III (quarto) — 1902.

Paris — *Académie des sciences* — Comptes rendus hebdomadaires des séances, tom. CXXXVI, n. 7-10 — 1903.

Bibliothèque de l'École des hautes études — Bulletin des sciences mathématiques, tome XXVII, Janvier 1903.

Société mathématique de France — Bulletin, tome XXX, fasc. IV — 1903.

Société d' encouragement pour l' industrie nationale — Compte rendu, n. 3-4; Bulletin, tome 104, n. 2 — 1903.

Archives de neurologie — Vol. XV, n. 87 — 1903.

École normale supérieure — Annales, tome XX, n. 1 — 1903.

Muséum d' histoire naturelle — Bulletin, année 1902, n. 5 et 6 — 1902.

Philadelphia — *American phylosophical Society* — Proceedings, vol. XLI, n. 170; Transactions, vol. XX, new series, part III — 1902.

Rennes — *Société scientifique et médicale de l'Ouest* — Bulletin, tome XI, n. 3 — 1902.

St. Louis — *Academy of Science* — Transactions, vol. XI, n. 6-11 (1901); vol. XII, n. 1-8 (1902).

Tokio — *Earthquake Investigation Committee in foreign languages* — Publications, n. 7 — 1902.

Upsala — *Kongl. Humanistiska Vetenskaps-samfundet* — Skrifter, Band VII — 1903.

Observatoire météorologique d' Upsala — Rapport sur les observations internationales des nuages etc. — 1903.

Washington — *U. S. Geological Survey* — Monographs, XLI — 1902.

Wien — *K. k. militär-Geographisch. Institut.* — Astronomische Arbeiten, XIX Band — 1902.

K. k. geologisch. Reichsanstalt — Abhandlungen, Band VI, I Abtheilung, Suppl.-Heft — 1902; Jahrbuch Band LI, Heft 3 u. 4 — 1902; Verhandlungen, n. 14-18 — 1902; n. 1 — 1903.

OPERE PRIVATE

Angelitti Filippo, *Osservazioni di Distanze Zenitali fatte al Circolo meridiano di Repsold nel R. Osservatorio di Capodimonte durante gli anni 1893-1894* — Palermo, 1902.

Palmeri P., *« La scienza ed il fuoco » — Un incendio domato* — 1878.

La chimica e la fisica nella conservazione dei monumenti — Napoli, 1902.

Il metodo sperimentale e il lavoro manuale nelle Scuole — Napoli, 1903.

Tommasina Th., *Sur le mode de formation des rayons cathodiques et des rayons de Röntgen* — Paris, 1902.

Constatation d' un champ tournant électromagnétique, produit par une modification hélicoidale des stratifications, dans un tube à air raréfié — Paris, 1903.

RENDICONTO

DELL'ACCADEMIA

DELLE

SCIENZE FISICHE E MATEMATICHE

(SEZIONE DELLA SOCIETÀ REALE DI NAPOLI)

SERIE 3.ª — VOL. IX. — (Anno XLII)

Fascicolo 4° — Aprile 1903

INDICE

NAPOLI

TIPOGRAFIA DELLA REALE ACCADEMIA DELLE SCIENZE FIS. E MAT.
diretta da E. de Rubertis fu Michele

1903

Fascicolo 4° ANNO XLII. Aprile 1903.

RENDICONTO

DELLA R. ACCADEMIA

DELLE SCIENZE FISICHE E MATEMATICHE

Processo verbale dell'adunanza del dì 21 Marzo 1903.
Presiede il presidente **E. Fergola.**

Intervengono i socii ordinarii Albini, Capelli, Cesàro, della Valle, del Pezzo, Delpino, de Martini, Fergola, Nicolucci, Oglialoro, Paladino, Pinto, Siacci, Villari e Bassani.

Letto e approvato il verbale dell'ultima adunanza, il segretario presenta i libri giunti in cambio e in dono, segnalando fra questi ultimi tre pubblicazioni del socio Palmeri.

Il presidente comunica una lettera del socio Semmola, che ringrazia l'Accademia per l'interesse dimostrato alla salute di lui e per gli augurii di prossima guarigione.

Il socio Capelli, anche a nome dei colleghi Cesàro e del Pezzo, legge il rapporto sulla Nota del dott. Giulio Darbi, proponendone l'inserzione nel Rendiconto. L'Accademia approva all' unanimità.

Processo verbale dell'adunanza del dì 4 Aprile 1903.
Presiede il presidente **E. Fergola.**

Intervengono i socii ordinarii Albini, Capelli, Cesàro, della Valle, del Pezzo, Delpino, de Martini, Fergola, Nicolucci, Oglialoro, Paladino, Pinto, Siacci, Villari, Bassani e il corrispondente Piutti.

Il segretario legge il verbale della passata adunanza, che viene approvato, e presenta i libri giunti in dono e in cambio.

Comunica in seguito una lettera del Ministero di Agricoltura, Industria e Commercio, che prega l'Accademia di rimettere a quella Biblioteca i volumi del *Rendiconto*, possibilmente a cominciare dal primo. L'Accademia, unanime, consente.

Il socio Siacci presenta una Nota del prof. Ernesto Pascal: *Sulla integrazione di un' equazione di Riccati più generale di quelle considerate da Malmstén, Brioschi e Siacci*. Il presidente prega lo stesso socio Siacci e i colleghi Capelli e Cesàro di esaminarla e di riferirne.

Il socio Piutti presenta due Note della dott. Jone Foà: 1.ª) *Azione dell'ammoniaca sull'anidride itaconica* — 2.ª) *Cromofori, cromogeni e materie coloranti*. La Commissione incaricata di esaminarle e di riferirne risulta composta dei socii Oglialoro, Piutti e Scacchi.

Il presidente comunica che, invitato alla seduta preparatoria del Congresso geografico internazionale, da tenersi l'anno venturo a Napoli, egli ha creduto opportuno di associarsi ad altri intervenuti, dando l'adesione dell'Accademia. Questa ringrazia, compiacendosene.

Processo verbale dell' adunanza del dì 11 Aprile 1903.
Presiede il presidente E. Fergola.

Assistono i socii ordinarii Cesàro, Della Valle, del Pezzo, Delpino, De Martini, Fergola, Oglialoro, Paladino, Siacci, Villari e Bassani.

Il segretario legge il verbale dell'ultima adunanza, che viene approvato, e presenta i libri giunti in dono e in cambio e il *Rendiconto* del mese di Marzo.

Il socio Siacci, anche a nome dei colleghi Capelli e Cesàro, legge la relazione sulla Nota del prof. Ernesto Pascal, proponendone l'inserzione nel *Rendiconto*. L'Accademia, unanime, approva.

Il socio Oglialoro, pure a nome dei socii Scacchi e Piutti (relatore), legge il rapporto sulle due Note della dott. Jone Foà. Le conclusioni, che propongono la pubblicazione di dette Note nel Rendiconto, sono approvate all'unanimità.

RAPPORTO *sulla Nota del prof.* Ernesto Pascal.

(Adunanza del dì 18 Aprile 1903)

La Nota del Prof. Pascal contiene l'integrazione di una equazione di Riccati, che comprende come casi particolari quelle indicate nel titolo della Nota stessa.

Riteniamo che l'Accademia sarà lieta di accogliere questa Nota nei suoi Rendiconti.

E. CESÀRO
A. CAPELLI
F. SIACCI, *relatore.*

SULLA INTEGRAZIONE DI UNA EQUAZIONE DI RICCATI PIÙ GENERALE DI QUELLE CONSIDERATE DA MALMSTÉN, BRIOSCHI E SIACCI; *Nota di* Ernesto Pascal.

(Adunanza del dì 4 Aprile 1903)

L'equazione differenziale che suol chiamarsi di Riccati, perchè un tipo speciale ne fu studiato da questo insigne analista, è la equazione differenziale di 1° ordine che si ottiene dalla equazione differenziale lineare omogenea di 2° ordine operandovi quella nota e ovvia trasformazione che serve ad abbassarne l'ordine di un'unità.

Essa è perciò del tipo

$$\frac{dy}{du} = Py^2 + Qy + R \,, \tag{1}$$

dove P, Q, R sono delle funzioni di sola u.

Ora è facile mostrare che, a meno di quadrature indefinite, si può sempre ridursi al caso in cui $P = -1$ e $Q = 0$. Infatti colla trasformazione

$$y = z e^{\int Q du}$$

la (1) si riduce a:

$$\frac{dz}{du} = P e^{\int Q du} z^2 + R e^{-\int Q du} \,,$$

e questa con

$$x = -\int P e^{\int Q du} du$$

diventa

$$\frac{dz}{dx} + z^2 = S \,, \tag{2}$$

dove S è una funzione di sola x.

La classica equazione considerata da Riccati è precisamente di questo tipo e si ha da (2) ponendo per S la espressione $Ax^{2\lambda-2}$, essendo A una costante.

Una più generale è la trasformata di quella equazione studiata da

Malmstén *) e di cui questo Autore determinò i criteri di integrabilità, e che si ottiene da (2) ponendo per S una espressione del tipo $Ax^{2\lambda-2}+Bx^{-2}$ essendo A , B, due costanti.

Questa equazione fu poi studiata anche, in uno dei suoi primi lavori, da Brioschi **), il quale fece dipendere il criterio d'integrabilità trovato da Malmstén da quello per l'equazione

$$(3) \qquad \frac{d^2v}{dt^2}=\left(A_1+\frac{B_1}{t^2}\right)v$$

che era stato trovato da Liouville ***) e di cui questo Autore si era servito per dimostrare che l'antica equazione di Riccati non ammetteva altri casi d'integrabilità oltre quei notissimi due che erano stati già trovati dai geometri del 18mo secolo. Restava così un'analoga proprietà dimostrata anche per l'equazione più generale che è quella di Malmstén ridotta al primo ordine, e che noi, per brevità, chiameremo *equazione di* Malmstén-Brioschi.

Il problema della integrazione della (3) (che comprende quello della integrazione dell'antica equazione di Riccati e di quella più generale di Malmstén-Brioschi) è molto antico; di esso si occuparono Legendre nelle sue ricerche intorno la densità degli strati dello sferoide terrestre, Laplace nei suoi studii sulla diminuzione della durata del giorno per il raffreddamento della terra, indi anche Plana e Poisson.

Ultimamente il Prof. Siacci ****) ha considerato l'equazione del tipo (2) dove S ha il valore

$$Ax^{2\lambda-2}+Bx^{\lambda-2}$$

essendo A , B costanti, e ne ha trovato le condizioni d'integrabilità; il caso del Siacci comprende anch'esso, come caso particolare, quello antico di Riccati, ma è sostanzialmente diverso da quello di Malmstén-Brioschi, e non può farsi dipendere dalla (3).

Ora io mi propongo con questo lavoro di considerare un caso che comprenda, come particolari, tutti quelli finora considerati e cioè il caso in cui S è della forma

$$(4) \qquad Ax^{2\lambda-2}+Bx^{\lambda-2}+Cx^{-2}\,,$$

e di trovare così, per l'equazione corrispondente, dei criteri d'integra-

---

*) *Cambridge and Dublin Math. Journ.*, t. V, 1850, p. 180; *Crelle's Journal*, t. XXXIX, 1850, pp. 114-115.

**) *Annali di scienze matematiche e fisiche*, t. II, 1851, pp. 497-502 [*Opere Matematiche*, Milano 1901, t. I, pp. 1-5].

***) *Journal de Mathematiques*, t. VI, 1841, p. 13.

****) *Rend. Accad. delle scienze di Napoli*, 1901.

bilità donde poter dedurre quelli relativi all'equazione di Malmstén-Brioschi da un lato e all'equazione di Siacci dall'altro.

A questa ricerca sono stato condotto dalla lettura di una Memoria di Poisson, la quale mi ha rimandato a sua volta ad un capitolo del secondo volume delle *Institutiones Calculi Integralis* di Eulero *), miniera tuttora e sempre feconda, laddove questo celeberrimo Autore si propone di costruire delle equazioni differenziali lineari di 2° ordine, assegnando in antecedenza, sotto forma di integrale definito, un integrale *particolare* della medesima. Ivi ho trovato, fra i molti casi trattati da Eulero, anche un'equazione riducibile alla (2) quando S ha il tipo (4).

Completando la ricerca di Eulero ho potuto così dedurre i casi d'integrabilità della predetta equazione e il suo integrale generale, sotto forma affatto diversa da quelle assegnate da Brioschi e da Siacci pei rispettivi casi particolari.

Comincio pertanto col ritrovare direttamente, e con metodo mio, il risultato che Eulero ottenne in altro modo.

§ 1.

Poniamo

$$\Phi(\alpha, n, \nu) = \int_0^1 e^{\alpha u} u^n (1-u)^\nu du \,, \tag{5}$$

essendo α una costante rispetto ad u.

Staccando un fattore $(1-u)$ si vede subito che

$$\Phi(\alpha, n, \nu+1) = \Phi(\alpha, n, \nu) - \Phi(\alpha, n+1, \nu) \,. \tag{6}$$

Intanto dall'integrazione per parti si ottiene:

$$\begin{aligned} \int_0^1 e^{\alpha u} u^{n-1} (1-u)^{\nu+1} u\, du = \Phi(\alpha, n, \nu+1) = \\ = \frac{1}{2}\Big[e^{\alpha u} u^{n+1} (1-u)^{\nu+1}\Big]_0^1 - \frac{1}{2}\alpha\Phi(\alpha, n+1, \nu+1) - \\ - \frac{1}{2}(n-1)\Phi(\alpha, n, \nu+1) + \\ + \frac{1}{2}(\nu+1)\Phi(\alpha, n+1, \nu) \,. \end{aligned} \tag{7}$$

Se quindi supponiamo

$$\nu \geq 0 \quad , \quad n \geq 0 \tag{8}$$

---

*) Petropoli 1769, t. II, Cap. X: *De constructione aequationum differentio-differentialium per quadraturas curvarum*, p. 278 [pp. 294-295].

possiamo scrivere la formola

$$(9)\qquad 2\Phi(\alpha, n, \nu+1) = -\alpha\Phi(\alpha, n+1, \nu+1) - \\ -(n-1)\Phi(\alpha, n, \nu+1) + (\nu+1)\Phi(\alpha, n+1, \nu)$$

la quale, per mezzo della (6), dà luogo all'altra notevole

$$(10)\qquad (n+1)\Phi(\alpha, n, \nu) + (\alpha-\nu-n-2)\Phi(\alpha, n+1, \nu) - \alpha\Phi(\alpha, n+2, \nu) = 0$$

che stabilisce una formola di ricorrenza fra tre Φ aventi i medesimi primi e terzi argomenti; *in questa formola si intende che* n, ν *sieno ambedue non negativi.*

Quando n, ν sono INTERI *non negativi* è evidente che l'integrale definito $\Phi(\alpha, n, \nu)$ ha valore *finito* e si può calcolare mediante un numero finito di termini. Giacchè sviluppando la potenza $(1-u)^\nu$, si hanno tutti integrali del tipo

$$(11)\qquad \int_0^1 e^{\alpha u} u^\mu du\,,$$

dove μ e *positivo* ed *intero*; e con μ successive integrazioni per parti l'integrale (11) può farsi infine dipendere dall'altro in cui l'esponente di u sia zero, e che perciò è immediatamente calcolabile.

Se poi o n o ν o ambedue sono interi negativi allora l'integrale Φ, per i noti teoremi del Calcolo integrale, non ha valore finito.

§ 2.

Poniamo ora

$$(12)\qquad \begin{cases} \alpha = \dfrac{2x^\lambda}{\lambda}\,, \qquad l = \sqrt{1+4g} \\ n = \dfrac{(a-1)\lambda + l}{2\lambda} \\ \nu = \dfrac{-(a+1)\lambda + l}{2\lambda} \end{cases}$$

e consideriamo la funzione di x:

$$(13)\qquad y_1 = e^{-\frac{x^\lambda}{\lambda}} x^{\frac{1+l}{2}} \Phi(\alpha, n, \nu)\,.$$

Possiamo dimostrare che questa y_1 *soddisfa all'equazione lineare di 2° ordine*

$$(14)\qquad \frac{d^2y}{dx^2} = (x^{2\lambda-2} + a\lambda x^{\lambda-2} + gx^{-2})y$$

che è la trasformata dell'equazione di Riccati

$$(15) \qquad \frac{dz}{dx} + z^2 = x^{2\lambda-2} + a\lambda x^{\lambda-2} + gx^{-2} \quad , \quad \left(z = \frac{y'}{y}\right)$$

che è quella che vogliamo considerare.

Infatti essendo:

$$\frac{d}{dx}\Phi(\alpha, n, \nu) = 2x^{\lambda-1}\Phi(\alpha, n+1, \nu)$$

$$\frac{d^2}{dx^2}\Phi(\alpha, n, \nu) = 2(\lambda-1)x^{\lambda-2}\Phi(\alpha, n+1, \nu) + 4x^{2\lambda-2}\Phi(\alpha, n+2, \nu) \, .$$

si ha:

$$\frac{dy_1}{dx} = e^{-\frac{x^\lambda}{\lambda}} x^{\frac{l-1}{2}} \left[\left(\frac{l+1}{2} - x^\lambda\right)\Phi(\alpha, n, \nu) + 2x^\lambda\Phi(\alpha, n+1, \nu)\right]$$

$$\frac{d^2y_1}{dx^2} = 2\lambda e^{-\frac{x^\lambda}{\lambda}} x^{\frac{l+2\lambda-3}{2}} \left[\left(\frac{x^\lambda}{2\lambda} - \frac{l+\lambda}{2\lambda} + \frac{l^2-1}{8\lambda}x^{-\lambda}\right)\Phi(\alpha, n, \nu) - \right.$$

$$\left. -\left(\frac{2x^\lambda}{\lambda} - \frac{l+\lambda}{\lambda}\right)\Phi(\alpha, n+1, \nu) + \frac{2x^\lambda}{\lambda}\Phi(\alpha, n+2, \nu)\right] .$$

Intanto si può scrivere:

$$-\left(x^{2\lambda-2} + \alpha\lambda x^{\lambda-2} + \frac{l^2-1}{4}x^{-2}\right)y_1 = 2\lambda e^{-\frac{x^\lambda}{\lambda}} x^{\frac{l+2\lambda-3}{2}} \left[-\frac{x^\lambda}{2\lambda} - \frac{a}{2} - \frac{l^2-1}{8\lambda}x^{-\lambda}\right]\Phi(\alpha, n, \nu)$$

onde, sommando colla precedente, tenendo conto dei valori (12) e della formola (10) fra le Φ, si ottiene esattamente la (14) per $y = y_1$.

L'equazione di Riccati (15) non è, come è facile riconoscere, meno generale di quella in cui il secondo membro abbia la forma (4), cioè in cui il coefficiente di $x^{2\lambda-2}$ sia costante diverso da 1. Basta infatti porre

$$z = A^{\frac{1}{2\lambda}}Z \quad , \quad x = \left(\frac{1}{A}\right)^{\frac{1}{2\lambda}}X \, ,$$

perchè da una equazione come (15) ma in cui il coefficiente di $x^{2\lambda-2}$ sia A (costante) si passi ad una in cui il medesimo coefficiente sia 1.

§ 3.

L'equazione (14) ha dunque per integrale *particolare* (13); ma colla seguente semplice osservazione resta immediatamente trovato anche un altro integrale particolare, e quindi l'integrale generale.

La (14) resta inalterata mutando x in $\frac{1}{x}$, e λ in $-\lambda$; di qui si deduce che un altro suo integrale particolare è:

$$y_2 = e^{\frac{x^\lambda}{\lambda}} x^{-\frac{1+l}{2}} \Phi(\alpha', n', \nu') \tag{16}$$

essendo

$$\left\{ \begin{aligned} \alpha' &= -\frac{2x^\lambda}{\lambda} \\ n' &= \frac{(a-1)\lambda - l}{2\lambda} \\ \nu' &= \frac{-(a+1)\lambda - l}{2\lambda} \end{aligned} \right. \tag{17}$$

e che quindi l'integrale generale di (15) è

$$\frac{Cy'_1 + y'_2}{Cy_1 + y_2} \tag{18}$$

essendo C una costante arbitraria.

§ 4.

Possiamo ora passare a stabilire i criteri d'integrabilità, con un numero finito di termini, della equazione (15), e ci serviremo perciò delle considerazioni fatte alla fine del § 1.

Se n, ν, n', ν', sono *interi non negativi*, allora gli integrali particolari y_1 e y_2 si possono calcolare con un numero finito di termini, e nello stesso modo sarà calcolabile l'integrale (18); si avranno così i richiesti casi d'integrabilità.

Bisognerà quindi porre

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{(a-1)\lambda \pm l}{2\lambda} &= r \\ \frac{-(a+1)\lambda \pm l}{2\lambda} &= s \end{aligned} \right. \tag{19}$$

essendo r, s *due numeri interi non negativi.*

Dalle (19) si ha

$$\left\{ \begin{aligned} a \pm \frac{l}{\lambda} &= 2r + 1 \\ a \mp \frac{l}{\lambda} &= -(2s+1) \end{aligned} \right. \tag{20}$$

o anche

$$a = r - s \quad , \quad \frac{l}{\lambda} = \pm (r + s + 1) \ . \tag{21}$$

La condizione d'integrabilità è dunque che: $a + \frac{l}{\lambda}$ e $a - \frac{l}{\lambda}$ *sieno due numeri interi dispari di segni opposti.*

Ma se invece la medesima condizione si assume sotto la forma (21) è bene osservare quanto segue: I numeri r, s, dall'analisi fatta (come anche da quella che, per il suo caso particolare, fece il Siacci) si presentano come numeri interi *essenzialmente non negativi*; ma il porre nelle (21) la condizione che r, s debbano essere positivi o zero, *non è limitazione maggiore* che il porre che r, s *debbano essere dello stesso segno.*

Giacchè le (21) possono sempre anche scriversi

$$a = (-s-1) - (-r-1) = r_1 - s_1$$

$$\frac{l}{\lambda} = \mp [(-s-1) + (-r-1) + 1] = \mp (r_1 + s_1 + 1)$$

ed r_1, s_1 sono ambedue negativi se r, s sono *positivi* o *zero.*

Se in (15) è $g = 0$, si ha $l = 1$, e dalle (21) si ritrovano così le medesime condizioni che, per via affatto diversa, trovò il Siacci; se in (15) è $a = 0$ si ha $r = s$ e

$$\frac{l}{\lambda} = \pm (2r + 1) \tag{22}$$

e si ritrova così la condizione relativa al caso considerato, come si è detto in principio, da Malmstén e Brioschi, e che d'altra parte, come dimostrarono questi Autori, è l'*unico* caso di integrabilità (nel senso solito) per la corrispondente equazione differenziale.

Se è infine $a = 0, g = 0$, si ritrova il noto criterio

$$\frac{1}{\lambda} = \pm (2r + 1) \tag{23}$$

valevole per l'antica equazione di Riccati, il cui integrale generale resta, colle considerazioni fatte, espresso sotto una forma diversa dalla solita.

È probabile che il criterio (21) sia l'unico pel quale l'equazione (15) sia integrabile con un numero finito di termini (come infatti sappiamo che si verifica nel caso particolare in cui è $a = 0$), che cioè le condizioni (21), oltre che a ciò *sufficienti*, sieno anche *necessarie.* Ne risulterebbe allora la stessa proprietà anche per l'equazione di Siacci; ma questa quistione, che è in sostanza una estensione di quella trattata da Liouville (perchè, come abbiamo detto, la quistione trattata da Malmstén e Brioschi, si riconduce subito a quella di Liouville) resta ancora da risolvere.

---

*

Relazione *sui lavori presentati dalla dott.* Jone Foà.

(Adunanza del dì 11 Aprile 1903)

La dott. Jone Foà presenta all'Accademia due Note per la pubblicazione.

La prima dal titolo: *Azione dell' ammoniaca sull' anidride itaconica* è un contributo allo studio dell'ammidazione degli acidi non saturi.

La seconda: *Cromofori, cromogeni e materie coloranti* è una rivista sintetica sulle nostre attuali conoscenze in questa parte speciale ed importante della chimica, nella quale, se l'Autrice non porta il contributo di lavori sperimentali proprii, dimostra però notevole coltura e talvolta criterii personali sopra un argomento che verrà letto volentieri nella forma in cui è redatto.

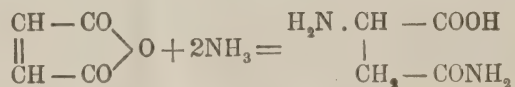
Di entrambi i lavori proponiamo la pubblicazione nei Rendiconti.

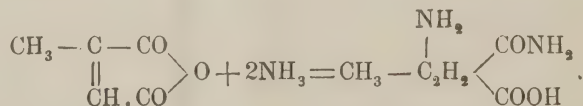
A. Oglialoro
E. Scacchi
A. Piutti, *relatore.*

Azione dell'ammoniaca sull'anidride itaconica; *Nota della dott.* Jone Foà.

(Adunanza del dì 4 Aprile 1903)

Per azione dell' ammoniaca alcoolica in tubo chiuso a 105°-110°, il Prof. Piutti ottenne dall'anidride maleica le β-asparagine rotatorie [1])

$$\left.\begin{array}{l} CH - CO \\ \| \\ CH - CO \end{array}\right> O + 2NH_3 = \begin{array}{l} H_2N \,.\, CH - COOH \\ \quad\quad | \\ \quad\quad CH_2 - CONH_2 \end{array}$$

e dall'anidride citraconica un acido ammidato omologo delle asparagine, la metilasparagina o glutammina [2])

$$\left.\begin{array}{l} CH_3 - C - CO \\ \quad\quad \| \\ \quad\quad CH \,.\, CO \end{array}\right> O + 2NH_3 = CH_3 - \overset{\overset{\large NH_2}{|}}{C_2H_2} \left< \begin{array}{l} CONH_2 \\ COOH \end{array}\right. .$$

In entrambi i casi, l'anidride non satura addiziona due molecole di ammoniaca, una delle quali entra nel doppio legame, l' altra forma il gruppo carbammidico.

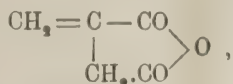
Dopo avere osservato il modo di comportarsi dell'ammoniaca sull'a-

---

[1]) Gazz. Chim. It., XXVII, I, 43.

[2]) Rend. d. R. Accad. d. scienze fis. e matem. di Napoli; Giugno 1898.

nidride citraconica, presentava un certo interesse lo studio del suo comportamento coll'*anidride itaconica* o *etilensuccinica*

$$CH_2 = C - CO \atop \quad | \qquad\quad \atop CH_2 . CO \quad > O ,$$

giacché, data la costituzione di questa anidride, isomera alla citraconica, nella reazione con ammoniaca essa poteva comportarsi in differenti modi.

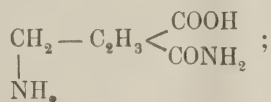
Infatti era possibile:

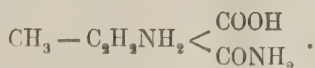
I. che il gruppo ammidico si addizionasse ad uno dei carbonili per dare il gruppo carbammidico;

II. che il gruppo ammidico si unisse ad uno dei due atomi di carbonio legati fra loro per doppio legame.

In questo secondo caso poi il gruppo ammidico poteva occupare due posizioni differenti, dando luogo alla formazione dell'uno o dell'altro dei due prodotti sottoindicati:

a) un isomero sconosciuto della glutammina, e cioè

$$\underset{NH_2}{\underset{|}{CH_2}} - C_2H_3 < {COOH \atop CONH_2} ;$$

b) la glutammina stessa che proviene dall'anidride citraconica:

$$CH_3 - C_2H_2NH_2 < {COOH \atop CONH_2} .$$

Già Körner e Menozzi, provando l'azione dell'ammoniaca in tubo chiuso riscaldato per parecchie ore a temperatura non superiore a 110° sugli eteri dei tre acidi isomeri citra-, ita- e mesaconico, avevano osservato che questi non mostravano uguale comportamento, poiché [1]): « dal-
« l'etere citraconico si ha come principale prodotto l'ammide completa
« dell'aminoacido saturo e per scomposizione parziale una discreta quan-
« tità di omoasparagina (racemica); l'etere mesaconico fornisce l'immide
« dell'aminoacido saturo, pochissima diammide dello stesso e, in quantità
« sempre minore di quella risultante dal citraconico, la omoasparagina; l'*e-*
« *tere itaconico dà quasi esclusivamente l'immide dell'aminoacido saturo* ».

Come si vede, i risultati ottenuti dai Proff. Körner e Menozzi dall'azione dell'ammoniaca sull'etere citraconico erano alquanto differenti da quelli che il Prof. Piutti otteneva operando sull'anidride corrispondente, giacchè nel trattamento con ammoniaca, egli aveva direttamente l'amminoacido invece della sua diammide. Si poteva quindi logicamente

[1]) Rend. R. Accad. dei Lincei, 5. II (1893) 2° sem., pagg. 368-373.

presumere che anche l'anidride itaconica potesse mostrare un comportamento diverso dall'etere corrispondente.

Col presente lavoro riferisco i risultati ottenuti nell'azione dell'ammoniaca sull'anidride itaconica in diverse condizioni di esperienza.

1. — Preparazione dell'anidride itaconica.

Dall'acido itaconico — ottenuto purificando il residuo cristallino che si ha nella storta dopo aver distillato a pressione ridotta (65^{mm} a 130° C) l'acido citrico disidratato — ottenni l'anidride col metodo indicato dall'Anschütz [1]), cioè riscaldando a ricadere l'acido a b. m. a moderato calore con la quantità equimolecolare di cloruro di acetile. Ma poichè il prodotto cristallizzato, secondo le indicazioni dell'Anschütz, nel vuoto, sulla calce sodata, si otteneva sempre impuro e deliquescente, lo purificai colla distillazione a pressione ridotta. A 38^{mm}, passa fra i 145 e i 150° C un liquido assai rifrangente; questo, raffreddandosi, tosto cristallizza in belli aghi incolori splendenti, che all'aria sfioriscono.

Questa sostanza ha un punto di fusione alquanto inferiore a quello indicato nella letteratura per l'anidride itaconica (58-60° invece di 68°), perchè contiene ancora un po' di acido acetico, ma non derivati acetilici come mi assicurai mediante la reazione del cacodile, né altre impurezze. Bollita con acqua, essa dà l'acido itaconico primitivo che fondeva a 161°.

2. — Azione dell'ammoniaca sull' anidride

a) in soluzione alcoolica in tubo chiuso a freddo.

Gr. 2 di anidride itaconica si fecero reagire in tubo chiuso con cm^3 30 di soluzione satura di ammoniaca in alcool assoluto, lasciando a contatto per alcune ore.

Ottenni così un olio bruno, denso, solubile in acqua e in alcool, che, trattato a freddo con idrato di magnesio, svolse ammoniaca, mostrando di essere un sale ammonico. La soluzione, concentrata a b. m., decomposta con acido cloridrico, diede una sostanza cristallina, incolora, azotata, che, cristallizzata dall' alcool, fondeva a 147°-148° e non svolgeva più ammoniaca con idrato di magnesio.

Trattata con idrato di rame dal Péligot, si scioglieva colorandosi in verde, invece che nell'intenso turchino caratteristico per gli acidi ammidati.

b) in soluzione alcoolica in tubo chiuso, a 109° C.

La mescolanza di ammoniaca ed anidride nelle proporzioni indicate in *a)* venne riscaldata in tubo chiuso, a bagno di acqua salata (109° C) per 10-12 ore.

Aperto il tubo, vi trovai un liquido oleoso giallo-rosso e piccola porzione di sostanza solida.

---

[1]) Ber. d. deutsch. chem. Ges., **13**, 1539.

Il liquido si scioglieva in acqua e in alcool; in etere era quasi insolubile, tanto che l'etere lo separava dalle soluzioni alcooliche. Conteneva azoto. Con idrato di magnesio non svolgeva ammoniaca. Evaporato a consistenza sciropposa e trattato con ossido di Péligot, si scioglieva con color verde. L'acido cloridrico non lo decomponeva. L'acetato di rame, l'acetato di piombo, il nitrato d'argento, l'anilina non producevano alcun precipitato.

In egual modo si comportava la parte solida, che cristallizzata dall'alcool fondeva a 147°-148°.

c) Ammoniaca gassosa su soluzione benzolica di anidride.

In una soluzione benzolica di anidride itaconica (1 p. in 40 p. di benzolo anidro) feci passare fino a rifiuto una corrente di ammoniaca gassosa, secca. In tal modo si formava una sostanza giallognola, di aspetto gelatinoso, che — decantate le acque madri — feci disseccare nel vuoto. Così ottenni una sostanza gialletta, friabile, solubilissima nell'acqua.

La sua soluzione acquosa con ossido di Péligot non dava la reazione dei composti ammidati; con acetato di rame non formava alcun precipitato. Con acido cloridrico si decomponeva separando una sostanza che ricristallizzata dall'alcool fondeva a 147°-148°.

Sostanza fusibile a 147°-148°.

La sostanza ottenuta nelle esperienze descritte in *a)*, *b)*, *c)* è sempre la stessa.

Caratteri. Si presenta in cristalli incolori aciculari fusibili a 147°-148°. Si scioglie facilmente nelle soluzioni alcaline.

Contiene azoto, ma non dà ammoniaca coll'idrato di magnesio nè dà con l'idrato di rame del Péligot colorazione turchina. È solubile in acqua e in alcool, poco solubile in benzolo e in etere. I suoi sali di rame, piombo, argento, anilina sono solubilissimi.

Analisi.

I. gr. 0,2190 di sostanza fornirono gr. 0,2718 di CO_2 e gr. 0,1039 di H_2O.

II. Con una determinazione di azoto eseguita seguendo il metodo di Kjeldahl su gr. 0,1239 di sostanza, nella determinazione acidimetrica relativa (per via iodometrica) ebbi:

$H_2SO_4 \frac{N}{7}$ adoperato	cm³ 15,00
Iposolfito sodico $\frac{N}{14}$ corrispondente	cm³ 30,00
Iposolfito $\frac{N}{14}$ occorso per saturare lo Iodo messo in libertà. . .	cm³ 16,90
$H_2SO_4 \frac{N}{14}$ saturato dall'ammoniaca svolta	cm³ 13,10

corrispondenti a mgr. 13,1 di azoto; ossia in 100 parti:

	trovato	calcolato per $C_5H_7O_3N$
C	46,20	46,57
H	5,26	5,42
N	10,57	10,85

Determinazione acidimetrica (indicatore fenolftaleina).

gr. 0,2846 di sostanza richiesero cm³ 21,9 di NaOH $\frac{N}{10}$ = gr. 0,0876 ossia $^0/_0$:

trovato	calcolato per $C_5H_7O_3N$
30,77	31,00

Azione del Bromo. A temperatura e pressione ordinaria, in soluzione acetica, non assorbe bromo; ma, come l'anidride itaconica, lo assorbe in tubo chiuso scaldato per due ore a 100-110° C.

In tal modo ottenni una sostanza cristallina, contenente bromo, molto solubile in acido acetico, discretamente in alcool, che, cristallizzata da quest'ultimo solvente, si presenta in belle laminucce con splendore sericeo, che a 200° imbruniscono senza fondere.

Disponendo di una quantità insufficiente di sostanza, non la potei analizzare, ma l'assorbimento osservato del bromo nelle condizioni della esperienza pare sufficiente a dimostrare che il prodotto fusibile a 147°-148° è un composto non saturo.

Non avendo ottenuto l' amminoacido scaldando a 109°, volli vedere se a temperatura più elevata il gruppo ammidico potesse entrare nel nucleo itaconico, e perciò feci un'altra esperienza

d) in soluzione alcoolica in tubo chiuso, a 180° C. per 12 ore.

Come prodotto principale della reazione ebbi un liquido rosso-bruno, che scioglieva l'ossido di Péligot colorandosi in verde.

Dopo alcuni giorni di riposo, dal liquido rosso-bruno si separava una sostanza cristallina che dall' alcool, in cui è solubile solo all'ebollizione, si depone in cristallini incolori che fondono con imbrunimento dai 193° ai 194°. Essa non dà coll' ossido di Péligot la reazione turchina degli acidi ammidati. Il punto di fusione di questa sostanza è molto vicino a quello (192°) dato da O. Strecker [1]) per la diammide itaconica (o mesaconica?), ma poiché la sostanza di cui disponevo era scarsa e poiché questa non era certamente l'acido ammidato cercato che avrebbe sciolto in azzurro l'ossido di Péligot, non ne continuai ulteriormente lo studio.

---

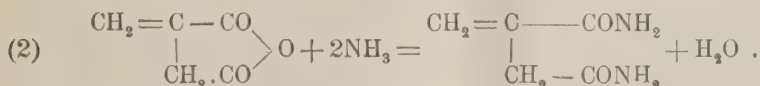
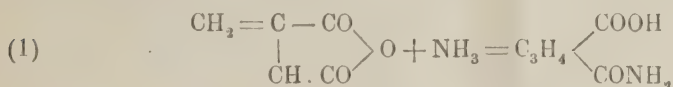
[1]) Ber. d. deutsch. Chem. Ges., **15**, 1640.

CONCLUSIONI

Pur operando in diversi modi, non ottenni, nella reazione tra ammoniaca e anidride itaconica, l'immide dell'amminoacido che i Professori Körner e Menozzi ricavarono dall' etere itaconico, e neppure ottenni l'amminoacido come il Prof. Piutti ebbe dall'anidride citraconica.

Ottenni invece nelle reazioni a temperatura ordinaria e a 109° una monoammide, e nella reazione a 180° la diammide itaconica (o mesaconica?), secondo le equazioni:

$$(1)\qquad \begin{matrix} CH_2=C-CO \\ | \\ CH.CO \end{matrix} \!\!>O+NH_3=C_3H_4\!\!<\!\!\begin{matrix} COOH \\ CONH_2 \end{matrix}$$

$$(2)\qquad \begin{matrix} CH_2=C-CO \\ | \\ CH_2.CO \end{matrix} \!\!>O+2NH_3= \begin{matrix} CH_2=C-CONH_2 \\ | \\ CH_2-CONH_2 \end{matrix} + H_2O\ .$$

Ciò dimostra che il doppio legame è assai più stabile all' ammidazione nell'anidride itaconica che non nell'anidride citraconica. L'anidride itaconica si comporta per questo riguardo come le anidridi aromatiche, giacchè né in quella né in queste si può introdurre direttamente il gruppo ammidico nel nucleo.

Al Prof. Piutti, che mi affidava l'incarico del presente studio e mi guidava con gli autorevoli insegnamenti e consigli, esprimo qui i miei sentiti ringraziamenti.

Napoli, Istituto chimico-farmaceutico della R. Università.

Cromofori, cromogeni e materie coloranti; *Nota della dott.* Jone Foà.

(Adunanza del dì 4 Aprile 1903)

Fino dal 1876, l'illustre E. O. Witt, fondando le sue induzioni sulle osservazioni e gli studi compiuti in quell'ultimo decennio specialmente da Graebe e Liebermann, potè stabilire la sua classica teoria intorno alle materie coloranti [1]).

Da allora, una quantità grandissima di studi, rivolti soprattutto a risolvere il problema industriale della tintura delle fibre tessili, è venuta ad accrescere la somma di cognizioni riguardanti l'interessante questione. Ma, per quanto siano numerosissimi i dati sperimentali, rilevando le analogie che ne risultano si possono in breve riassumere le leggi principali che dominano sulla costituzione delle materie coloranti e che sembrano rappresentare i rapporti fra le sostanze stesse e le fibre tessili.

---

[1]) Ber. d. deutsch. Chem. Ges. IX, 522.

La natura colorante di una sostanza è determinata dalla presenza di uno speciale aggruppamento atomico, il quale deve considerarsi come *gruppo colorante* o *cromoforo*.

Il Kostanecki di Berna stabilì una teoria, secondo la quale tutti i cromofori conterrebbero almeno un doppio legame; e sulla base di questa teoria ottenne per sintesi molte materie coloranti, fra cui la *Luteolina* [1]. Questa è la più antica materia colorante europea, giacchè della reseda luteola (*glastrum*) da cui si estrasse la luteolina si trova fatta menzione in G. Cesare come usata per tinger le stoffe dai Galli e dai popoli nordici delle Alpi; fu isolata nel 1832 da Chévreul e studiata da molti, fra cui, oltrechè da Kostanecki, dal Perkin [2]) e da Noelting e Freyss [3]); esso tinge la seta su mordente ed è forse il giallo più bello e più solido che si conosca.

Sulla costituzione dei cromofori il Nietzki aveva fondato una classificazione delle materie coloranti [4]), ma egli stesso dovette poi abbandonarla, per lo stato di incertezza e direi quasi di empirismo che ancora regna in questo campo della chimica. Il Kostanecki più recentemente stabilì un' altra classifica dei colori organici fondata sui cromofori [5]).

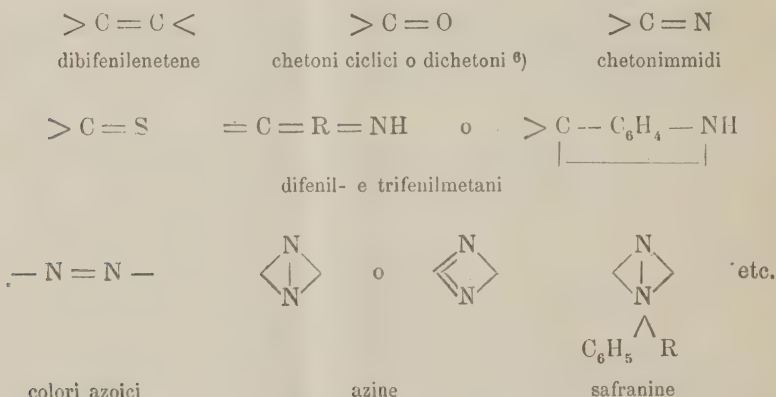
I più importanti gruppi cromofori che conosciamo sono i seguenti:

$>C=C<$ dibifenilenetene — $>C=O$ chetoni ciclici o dichetoni [6]) — $>C=N$ chetonimmidi

$>C=S$ — $=C=R=NH$ o $>C-C_6H_4-NH$ (anello)

difenil- e trifenilmetani

$-N=N-$ colori azoici — azine — safranine (C_6H_5, R) etc.

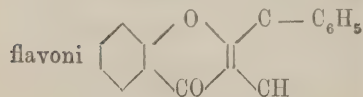
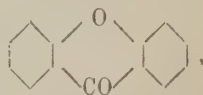
---

1) Ber. XXXIII, 3410.

2) Proc. Chem. Soc. 1899, pagg. 15, 242.

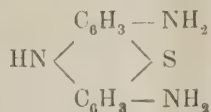
3) Industrielle Gesellschaft zu Mülhausen 12 decembre 1900.

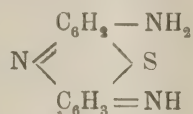
4) In Lademburg « Handwörterbuch d. Chemie ».

5) Arch. d. Sc. phys. Genève [4] 2; Ottobre 1896.

6) E così ossichetoni (per es. gallacetofenone, xantoni [formula: O, CO], flavoni [formula: O, C — C_6H_5, CO, CH] cumarine, etc.

Questi gruppi sono per lo più polivalenti, contengono spesso, oltre a carbonio e idrogeno, anche ossigeno, azoto, zolfo, e hanno in generale la proprietà di appartenere a serie non sature e di potere quindi addizionare almeno due atomi di idrogeno per dare composti incolori che vengono detti *leucobasi* [1].

Es. Dalla *leucotionina*

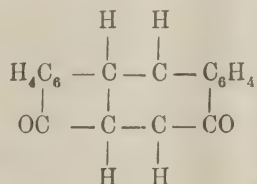
$$HN\left\langle\begin{matrix} C_6H_3 - NH_2 \\ \\ C_6H_3 - NH_2 \end{matrix}\right\rangle S$$

si ha per ossidazione il *violetto di Lauth*

$$N\left\langle\!\!\!\!\!\!\!\begin{matrix} C_6H_3 - NH_2 \\ \\ C_6H_3 = NH \end{matrix}\right\rangle S$$

A questo proposito non è forse inutile ricordare che nei processi di riduzione avvengono talora fenomeni più complessi che non sia la semplice addizione di idrogeno nella molecola. Per esempio, i *nitroderivati* per riduzione dànno *ammidoderivati*, ma questi non si possono più, per ossidazione, trasformare nei primi.

Giacchè in questo caso si forma una intera serie di composti intermedi: sottoponendo a un processo qualunque di riduzione per esempio la

---

[1]) Per i rapporti fra la colorazione di certe sostanze e la presenza in esse di doppi legami, è interessante osservare che mentre gli indoni della serie cinnamica sono tutti colorati, è invece incoloro il truxone

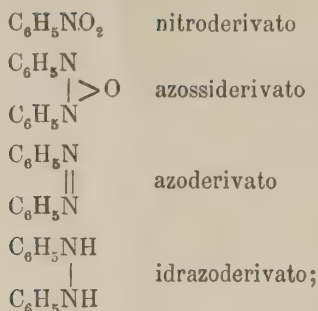
$$\begin{matrix} & & H & & H & & \\ & & | & & | & & \\ H_4C_6 & - & C & - & C & - & C_6H_4 \\ | & & | & & | & & | \\ OC & - & C & - & C & - & CO \\ & & | & & | & & \\ & & H & & H & & \end{matrix}$$

ottenuto dal Liebermann (Ber. XXXI, 2090) per azione dell'acido solforico sull'acido cinnamico pianosimmetrico e dalla dott. M. Bakunin (Atti della R. Accad. d. scienze fis. e mat. di Napoli, 16 febbraio 1901) per azione dell'anidride fosforica sullo stesso acido. Quest'ultima preparò pure i truxoni dell'acido fenilcinnamico e del nitrofenilcinnamico. Si è osservato che a mano a mano che nell'indone, rosso, si riscontrava un aumento nel peso molecolare, avveniva contemporaneamente la decolorazione, fino a che si otteneva una sostanza incolora il cui peso molecolare corrispondeva alla formula suesposta. Il fenomeno della decolorazione viene, secondo me, a confermare la costituzione del truxone, privo di doppi legami.

nitrobenzina, si ha:

$$C_6H_5NO_2 \quad \text{nitroderivato}$$

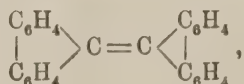
$$\begin{matrix} C_6H_5N \\ \quad | \!>\! O \\ C_6H_5N \end{matrix} \quad \text{azossiderivato}$$

$$\begin{matrix} C_6H_5N \\ \| \\ C_6H_5N \end{matrix} \quad \text{azoderivato}$$

$$\begin{matrix} C_6H_5NH \\ | \\ C_6H_5NH \end{matrix} \quad \text{idrazoderivato;}$$

quest' ultimo può considerarsi come la leucobase del

$$C_6H_5NH_2 \quad \text{ammidoderivato.}$$

Ho detto più sopra che quasi sempre i cromofori, oltre a carbonio e idrogeno, contengono altri elementi, specialmente ossigeno. Ma tali elementi non sono assolutamente necessari, come dimostrano gli studi iniziati per la determinazione della composizione della *carotina*. Questa bellissima sostanza colorante, di color rosso rame, fu estratta per la prima volta dalla *Daucus carota* coltivata, per opera del Wackenroder [1]) fin dal 1832. Più tardi lo Zeise la studiò e riferì che i dati dell' analisi mostravano come la carotina fosse un composto di carbonio e idrogeno, e precisamente C_5H_8 [2]). Ma l' Husemann ne riprese lo studio e in un lungo lavoro [3]) venne a concludere che la carotina era un composto ossigenato. Il che confermava le idee di allora, secondo le quali non potevano esistere idrocarburi colorati. E ormai la questione sembrava risoluta in questo senso, quando l' Arnaud, il quale si è occupato di questa sostanza sotto diversi punti di vista [4]) e ne riscontrò la presenza in tutte le foglie, niuna eccettuata, verificò la composizione della carotina e confermò ch' essa è un idrocarburo, cui però si deve attribuire la composizione $C_{26}H_{38}$ e che egli propone di chiamare *carotene* [5]). Nel 1875, C. de la Harpe e W. A. van Dorp ottennero [6]) per azione del PbO_2 caldo sul fluorene una sostanza rossa a cui per le analisi, per il modo di formazione e per altre considerazioni dovevano attribuire la formola

$$\begin{matrix} C_6H_4 \\ | \\ C_6H_4 \end{matrix} \!\!>\! C = C \!<\!\! \begin{matrix} C_6H_4 \\ | \\ C_6H_4 \end{matrix},$$

[1]) Geiger's Magazin, XXXIII, 144.

[2]) Ann. d. Chem. LXII, 380 (1847).

[3]) Ann. CXVII, 200 (1861).

[4]) Compt. Rend. **100**, 751; **102**, 1119 e 1319; **104**, 1293; **109**, 911; Bull. Soc. Chim. (2) *48*, 64.

[5]) Compt. Rend. **102**, 1119.

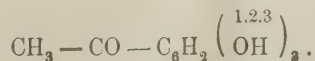
[6]) Ber. VIII, 1048.

confermata dal Graebe [1]) il quale la chiamò *dibifenilenetene*. Nello stesso tempo stabilì pure che il cromoforo di questa sostanza doveva essere il gruppo $>C=C<$, rilevando l'analogia tra questo e il cromoforo dei colori azoici $—N=N—$, che è però assai più efficace.

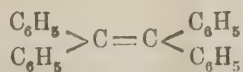
Un altro idrocarburo colorato è l'acenaftilene $C_{10}H_{16}<\begin{smallmatrix}CH\\ \|\\ CH\end{smallmatrix}$, pure descritto dal Graebe.

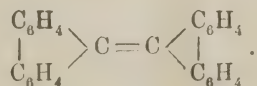
E ora tanto meno è lecito dubitare della possibilità di avere idrocarburi colorati, dacchè il Thiele [2]) ottenne una intera serie di idrocarburi colorati che possono considerarsi come prodotti di sostituzione di un isomero del benzolo $\begin{smallmatrix}CH=CH\\ |\\ CH=CH\end{smallmatrix}>C=CH_2$ (ciclopentandiene) al quale egli, per il colore dei suoi derivati, dà il nome di *fulvene.*

Lo studio del dibifenilenetene porta ad osservazioni assai importanti per la tecnica delle materie coloranti. La prima induzione che parrebbe potersi trarre è questa, che un cromoforo è quanto mai efficace se si trova in un complesso atomico ricco più che sia possibile di carbonio, mentre il più energico cromoforo non ha la forza di colorare il complesso atomico se questo è povero di carbonio. Infatti il residuo etilenico $>C=C<$ di per sè non agisce come cromoforo, ma ne acquista le proprietà quando si trova fra due gruppi difenilenici. Al contrario, il resto carbonilico $C=O$ è un cromoforo assai forte, ma non vale a colorare il complesso $CH_3—CO—CH_3$, mentre serve assai bene per il gallacetofenone

$$CH_3—CO—C_6H_2\left(\overset{1.2.3}{OH}\right)_3.$$

A questa causa sarebbe forse da attribuirsi il fatto che le materie coloranti appartengono tutte, o quasi, alla serie aromatica.

Nel caso del dibifenilenetene per altro entra in giuoco una circostanza diversa dalla proporzione di carbonio, ed è la seconda condensazione che avviene fra i nuclei benzolici, a due a due: infatti è incoloro il tetrafeniletene

$$\begin{matrix}C_6H_5\\ C_6H_5\end{matrix}>C=C<\begin{matrix}C_6H_5\\ C_6H_5\end{matrix}$$

in cui la proporzione di carbonio è di assai poco inferiore a quella del dibifenilenetene

$$\begin{matrix}C_6H_4\\ |\\ C_6H_4\end{matrix}>C=C<\begin{matrix}C_6H_4\\ |\\ C_6H_4\end{matrix}.$$

[1]) Ber. XXV, 3146 *b*.

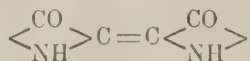
[2]) Ber. XXXIII, 666. Vedi pure Ber. XXXIV, 68.

Il Graebe a questo proposito anzi dichiara espressamente che il cromoforo costituito di due atomi di carbonio legati fra loro per doppio legame è assai debole e per divenire apparente richiede assolutamente la seconda condensazione fra i gruppi sostituenti [1]. Così, non è strano che sia colorato l'acenaftene $C_{10}H_{16}\left\langle\begin{matrix}CH\\ \|\\ CH\end{matrix}\right.$ perchè il gruppo naftalico può bene considerarsi come derivante da una condensazione di due gruppi benzolici.

E la stessa osservazione può applicarsi anche ai chetoni. Infatti, mentre è quasi incoloro il benzofenone $\begin{matrix}C_6H_5\\ C_6H_5\end{matrix}\!\!>\!CO$, è invece fortemente colorato il difenilenchetone o *fluorenone* $\begin{matrix}C_6H_4\\ |\\ C_6H_4\end{matrix}\!\!>\!C=O$, che fa parte dell' importantissimo gruppo dei chetoni ciclici, i cui rappresentanti sono quasi tutti ottime materie coloranti.

Introducendo un cromoforo in un complesso atomico, si ha, dunque una sostanza più o meno colorata, ma che non ha ancora il carattere di materia colorante; abbiamo, cioè, solamente un *cromogeno.*

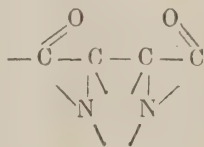
Si può considerare come cromogeno, ad esempio, il bleu d'indaco, che secondo gli autori ha per cromoforo il gruppo

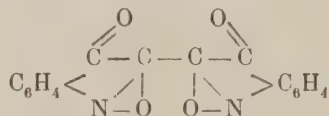
$$<^{CO}_{NH}>C=C<^{CO}_{NH}>$$

unito con due nuclei benzolici [2].

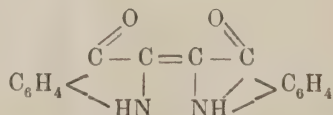
---

[1]) Ber. XXV, *loc. cit.*

[2]) A dir vero, nelle materie coloranti del gruppo dell' indolo mi sembra che dovrebbe ritenersi come fondamentale il cromoforo

```
       O     O
      //      \\
   — C — C — C — C
      \  |\  /|  /
       \ N   N /
         \  /
```

Infatti si conosce il diisatogeno

```
         O     O
        //      \\
       C — C — C — C
C6H4<   /|     |\    >C6H4
       N—O     O—N
```

che è rosso, e l'indigotina

```
         O     O
        //      \\
       C — C = C — C
C6H4<      |   |   /  >C6H4
        \HN    NH/
```

che è turchina, cioè di una gradazione più cupa, perché vi è una doppia condensazione fra i due atomi di carbonio che formano quasi direi l'anello di congiunzione fra i gruppi simmetrici.

I cromofori hanno la proprietà speciale di non essere mai neutri e di impartire quindi ai cromogeni una certa tendenza all'acidità o alla basicità. Per tale comportamento, i cromofori si possono distinguere in *elettronegativi* (che dànno origine a cromogeni acidi) e in *elettropositivi* (che dànno origine a cromogeni basici). Per esempio, il gruppo chinonico è un forte cromoforo elettronegativo; e infatti, se noi paragoniamo i semplici idrocarburi aromatici ossidrilati col chinone ossidrilato, riscontriamo che le proprietà acide, appena sensibili in quelli, sono in quest'ultimo assai forti. Analogamente si comporta il gruppo NO_2. Invece, i cromofori che non contengono ossigeno insieme con l'azoto, tendono a dare cromogeni basici.

Ma siccome la proprietà di impartire una colorazione alle fibre tessili è particolare a quelle sostanze che presentano un carattere o acido o basico bene spiccato, noi otterremo le vere *materie coloranti* solo coll'introdurre nei cromogeni certi gruppi *salificabili*, i quali valgano a rendere più attive le proprietà acide o basiche dei cromogeni stessi.

Questi gruppi salificabili possono alla loro volta dividersi in due categorie: alla 1ª appartengono i radicali acidi, come HSO_3, $COOH$, che si possono chiamare semplicemente « salificanti » (*Salzbildner*); alla 2ª appartengono l'ossidrile e il gruppo ammidico, i quali hanno un'azione assolutamente diversa e che col Witt [1]) chiameremo « *auxocromi* ».

Quelli che abbiamo chiamato « salificanti » hanno il potere di impartire al cromogeno in cui entrano proprietà acide, ma non influiscono punto a migliorare la colorazione; anzi, se mai, indeboliscono il potere colorante del cromoforo, ma hanno, forse, l'ufficio di permettere la combinazione della materia colorante con la fibra tessile.

Così, ad esempio, l'azobenzolo è un bellissimo cromogeno, ma non si può applicare alle fibre, nemmeno animali [2]), perchè è neutro, mentre invece i suoi solfo- e carboacidi agiscono efficacemente come tinte [3]).

E così pure, mentre il bleu d'indaco è un semplice cromogeno, i suoi solfoderivati sono vere materie coloranti. Per altro, siccome la presenza del gruppo solfonico rende meno brillante il suo colore turchino, nella

---

[1]) Ber. XXI, 325.

[2]) È noto che le fibre di origine animale, e specialmente la seta, fissano le materie coloranti molto meglio che le fibre vegetali, alle quali si possono fissare i colori, in generale, solo per mezzo di sostanze che vengono detti *mordenti*. Soltanto da pochi anni si conoscono i colori *sostantivi* che tingono direttamente il cotone senza l'intervento di mordenti. Tuttavia bisogna notare che la cellulosa, quando sia trattata con mezzi speciali (*cotone mercerizzato, sete artificiali*) si tinge con grande facilità, spesso come la vera seta.

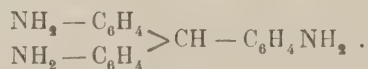
[3]) Il potere colorante di questi acidi azobenzolsolfonici è stato recentemente confermato da Binz e Schroeter (Ber. XXXV, 4225).

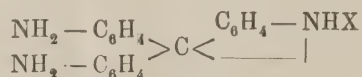
pratica tintoria, invece di ricorrere ai solfoacidi, si preferisce *sviluppare* l'indigotina direttamente sulla fibra, profittando della facilità con cui il bianco d'indaco si trasforma per ossidazione nel turchino corrispondente.

Gli *auxocromi* hanno una duplice funzione: da un lato, impartiscono ai cromogeni proprietà acide o basiche, dall'altro modificano le colorazioni, rendendole quasi sempre più intense. E a questa funzione specifica debbono la denominazione di auxocromi [1]).

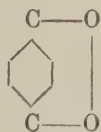
L'auxocromo OH poi assume talora le funzioni dei *salificanti*, facendo da intermediario fra la sostanza e la fibra; gli ammidogruppi auxocromici invece hanno nel più dei casi un comportamento diverso. Il quale si può spiegare facilmente per le materie coloranti del trifenilmetano o *rosaniliniche*.

Queste sostanze, come fu stabilito da E. ed O. Fischer fin dal 1876 [2]), derivano dall'idrocarburo fondamentale $(C_6H_5)_3CH$, trifenilmetano, incoloro come il suo derivato ammidico

$$\begin{matrix} NH_2-C_6H_4 \\ NH_2-C_6H_4 \end{matrix}\!\!>CH-C_6H_4NH_2\ .$$

Sostituendo l'idrogeno del residuo metanico CH con un OH, otteniamo una *base carbinolica* che è ancora incolora, ma che con gli acidi dà sali fortemente colorati e coloranti in rosso. Il fenomeno, secondo E. e O. Fischer [3]) si spiegherebbe ritenendo che si formi un legame speciale fra il carbonio metanico e l'azoto immidico, così da dar luogo alla formazione di sali aventi una struttura

$$\begin{matrix} NH_2-C_6H_4 \\ NH_2-C_6H_4 \end{matrix}\!\!>C<\!\!\begin{matrix} C_6H_4-NHX \\ \underline{\qquad\qquad}| \end{matrix}$$

Il legame sarebbe analogo a quello che una volta si riteneva esistente fra i due atomi di ossigeno del chinone [4])

$$\begin{matrix} C-O \\ \langle\ \rangle\ \ | \\ C-O \end{matrix}$$

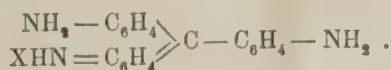
---

[1]) Dalla radice di αὐξάνω = accrescere e χρῶμα = colore.

[2]) Ann. d. Chem. **194**, 274.

[3]) Ibid.

[4]) Fin dal 1867, Graebe e Liebermann ammettevano fra gli atomi dei gruppi cromofori un legame simile a quello allora ammesso come esistente fra gli atomi di ossigeno del chinone.

Ma appunto basandosi su tale analogia e sul fatto che ormai quasi tutti considerano i chinoni come veri dichetoni, il Nietzki proponeva di considerare i sali di rosanilina come

$$\begin{matrix} NH_2-C_6H_4 \\ XHN=C_6H_4 \end{matrix}\!\!>C-C_6H_4-NH_2 \; .$$

In altri termini, non esisterebbe in essi l'aggruppamento cromoforo

$$\begin{array}{l} NH— \\ \;| \\ \langle\;\rangle \\ \;| \\ C— \end{array}$$

$\wedge$

ma il gruppo

$$\begin{array}{l} NH \\ \;\| \\ \langle\;\rangle \\ \;\| \\ C= \end{array}$$

Il complesso atomico contiene inoltre due NH_2 auxocromici.

La divergenza fra questi due modi di vedere non è, in fondo, sostanziale. Mentre invece la costituzione delle rosaniline sarebbe profondamente diversa secondo le idee di Rosensthiel [1]), di Weil e di altri. Giacché intorno alla costituzione della rosanilina fervono gli studi e le discussioni. Recentemente [2]) Hantzsch e Ostwald portarono il loro contributo di ricerche fisico-chimiche. Dalla misura di conducibilità elettrica risulterebbe che trattando con un alcali una materia colorante rosanilinica, si forma dapprima una base ammonica colorata in cui avviene a poco a poco una trasposizione molecolare con formazione di una base carbinolica incolora

$$-C=\langle=\rangle=NR_2OH \;\rightarrow\; HO\!\geq\! C-\langle\;\rangle NR_2$$

Ma sia l'una o l'altra la costituzione del cromoforo, sembra fuor di dubbio che al gruppo immidico del cromoforo si unisca il residuo acido

[1]) Ann. de Chim. et de Phys., (5) *8*, pag. 182.

[2]) Ber. XXXIII, 278.

per dare i sali di rosanilina monoacidi colorati in rosso e che lo stesso serva pure per il fissaggio sulle fibre.

Quest'ultimo fatto risulta dalla circostanza che la rosanilina libera tinge nel color rosso dei sali monoacidi, mentre i sali ottenuti saturando gli NH_2 auxocromici sono colorati diversamente (gialli).

La cosa riesce ancor più evidente nelle *safranine.* Sotto questo nome va una serie di materie coloranti aziniche, le quali contengono quattro atomi di azoto: derivano dalle *fenazine* per introduzione di gruppi ammidici e contengono tre nuclei benzolici (a differenza di altre azine, le *eurodine*, che ne contengono due) forniti di due NH_2 diazotabili. Sono basi assai forti che assorbono l' anidride carbonica dell'aria e scacciano l'ammoniaca da' suoi sali. Dànno:

sali monoacidi rossi

sali bibasici turchini

sali tribasici verdi.

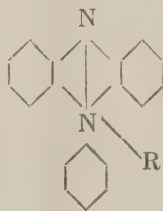
Nei sali monoacidi il radicale acido è unito al gruppo cromoforo *azonio.*

Alle safranine appartiene la *Malveina*, che è il primo colore sintetico usato industrialmente (Perkin, 1856).

La safranina più semplice è in generale considerata da molto tempo come un diammidoderivato dell'ipotetico fenilfenazonio,

N

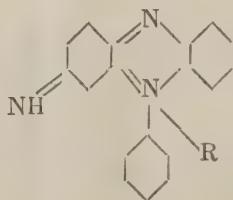
N

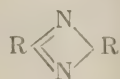
R

i cui sali ammonici sarebbero le materie coloranti. Alcuni però vorrebbero considerare i suoi sali come altrettanti composti parachinoidici analoghi all'ossazina, con la costituzione

N

NH

N

R

analogamente a quanto si pensa per il cromoforo delle azine, in genere, per le quali il Nietzki propone di ritenere come cromoforo il gruppo

$$R\langle {N \atop N} \rangle R$$

invece di quello

accettato generalmente.

Gli studi di Kehrmann per altro [1]) porterebbero a ritenere più probabile per le safranine la struttura simmetrica.

Ma anche qui — ed è questo, che importa ora di notare — è certo che sono stabili i sali monoacidi, mentre gli altri vengono subito decomposti dall'acqua e son dovuti alla salificazione dei gruppi auxocromi, in presenza dei quali viene a svilupparsi il carattere di materia colorante. La safranina libera colora in rosso le fibre: questo ci dimostra che solo il cromoforo serve di legame, non i gruppi ammidici, che servono bensì a rinforzare il carattere basico, ma non agiscono di per sé per produrre sali. Tuttavia, con l' aggiunta di questi gruppi ne vien aumentata pure l' intensità di colorazione e Witt dice [2]) che, fra due materie coloranti analoghe, quella è migliore che possiede più spiccata la proprietà di dar sali.

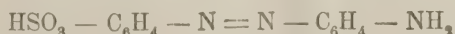
Per dimostrare all' evidenza gli stretti rapporti che corrono fra la intensità della colorazione e la costituzione del colorante, mi valgo dei *colori azoici*, cioè di quelle sostanze coloranti che contengono nella molecola uno o più gruppi $-N=N-$.

I più semplici azocolori hanno color giallo, come in generale le materie coloranti di più semplice costituzione. Aumentando da un lato il numero degli auxocromi (cioè degli ossidrili e de' gruppi ammidici), dall' altro la proporzione di carbonio nella molecola, si hanno gradazioni — o, come dicono i tecnici, *nuanze* — più cupe: in molti casi si va dal rosso al violetto, in altri fino al bruno.

In genere, le materie coloranti che contengono solo nuclei benzolici sono gialli, aranciati o bruni; quelli che contengono un nucleo naftolico sono rossi e infine sono turchini o violetti quelli che contengono più di un gruppo naftolico.

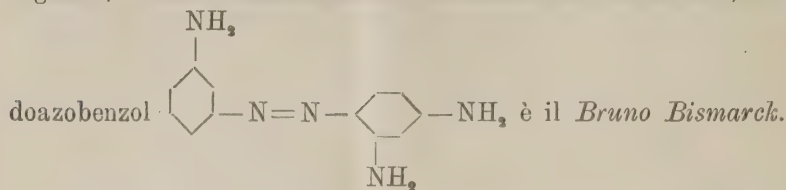
Esempi: l'acido ammidoazobenzolsolfonico

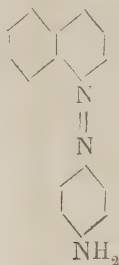
$$HSO_3 - C_6H_4 - N = N - C_6H_4 - NH_2$$

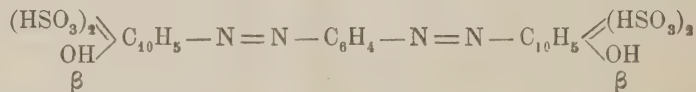
---

[1]) Ber. XXIX, 2316.

[2]) *Loc. cit.*

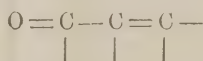
*

è giallo; l'acido fenilammidoazobenzolsolfonico è aranciato; il triammidoazobenzol $H_2N-C_6H_4-N=N-C_6H_3(NH_2)-NH_2$ è il *Bruno Bismarck.*

Gli azocolori turchini si sono ottenuti finora solo introducendo più gruppi azoici nella molecola (disazo- o tetrazocolori). Le materie coloranti che oltre al resto idrocarburico contengono altri gruppi idrocarburici superiori sono colorati in giallo aranciato, fino al bruno; introducendo uno o più resti naftalici, si hanno colori rossi, violetti e bleu. Così, è rosso bruna la ammidoazonaftalina

$$C_{10}H_7-N=N-C_{10}H_6-NH_2$$

Una influenza notevole ha la posizione relativa dei gruppi cromofori. Per esempio, la sostanza

$$\begin{matrix}(HSO_3)_2 \\ OH \\ \beta\end{matrix}\!\!>C_{10}H_5-N=N-C_6H_4-N=N-C_{10}H_5<\!\!\begin{matrix}(HSO_3)_2 \\ OH \\ \beta\end{matrix}$$

è rossa quando i due gruppi azoici sono in posizione *para* nel nucleo benzolico, è turchina quando essi sono in posizione *meta.*

Il Kostanecki, intrattenendosi sul cromoforo complesso

$$O=\underset{|}{C}-\underset{|}{C}=\underset{|}{C}-$$

dice [1]) che quando i due cromofori semplici che lo compongono sono in catena aperta, (*streptostatica*) la materia colorante che ne deriva è aranciata; se il cromoforo $\underset{|}{C}=\underset{|}{C}$ è in una catena aperta e il $>C=O$ è in un nucleo (*ciclostatica*), la materia colorante è ancora aranciata; invece è gialla se $>C=O$ è in catena aperta e $-C=C-$ in un nucleo, come pure è gialla se i due cromofori sono in un nucleo.

È da notarsi ancora, che in generale i colori azoici in cui il cromo-

---

[1]) *Loc. cit.*

foro e l'auxocromo sono fra loro in posizione *orto* sono materie coloranti più utili che non quelle della serie *para*, perché queste ultime mutano assai più facilmente colore per azione degli acidi o degli alcali. Ciò si verifica tanto negli ossi- quando negli ammidoazoderivati, e specialmente nei colori naftalici. Perciò in questi si riscontra che i derivati del β-naftolo sono colori assai più solidi che non quelli dell'α-naftolo. Per i colori naftolici poi si è trovato che i peri- si comportano come gli ortoderivati.

La presenza di un auxocromo basico insieme con un cromoforo acido, come pure la combinazione inversa, producono una debole materia colorante. Così, p. es., le nitroaniline hanno caratteri di materie coloranti assai deboli, mentre assai più spiccati li hanno i nitrofenoli.

In generale poi un coefficiente quasi direi necessario per ottenere colorazioni è la possibilità di avere cicli chiusi.

Consideriamo, infatti, ad es., il gruppo NO_2, che è l'unico cromoforo monovalente conosciuto. Da sé solo non è sufficiente per colorare un complesso atomico; si richiede, per ciò, la presenza contemporanea di gruppi che possano dar sali, dando luogo probabilmente alla formazione di un tutto chiuso col cromoforo. Così, le nitrobenzine sono incolore, mentre son colorati in giallo i nitrofenoli; e, tra i nitrofenoli, i più fortemente colorati sono in posizione *orto*. Tipico è, fra questi, l'*acido picrico*. E analogamente per il $C=O$: nel gallacetofenone insieme col carbonile si trovano tre ossidrili in posizione 1.2.3 e non è improbabile che anche qui esista qualche speciale legame.

Certo questi fatti dànno luogo a osservazioni e studi interessantissimi intorno alla costituzione di tali corpi.

Come il cromoforo monovalente si comportano quelli polivalenti quando entrano per una sola valenza in più resti idrocarburici che non siano legati fra loro. Ho citato poco fa il caso del chetone ordinario, che è incoloro, mentre sono colorati i doppi chetoni (chinoni) e i chetoni semplici ma ciclici, quale il difenilenchetone, il xantone, e così via.

Insisto su questo esempio, perchè il gruppo $>C=O$ è uno dei più efficaci e più frequenti cromofori, specialmente quando, come nel chinone, è ripetuto due volte. E in questo caso, all'ossigeno del CO si possono anche sostituire altri radicali o elementi bivalenti, come lo zolfo, ovvero due valenze dell'N trivalente. Si formano così dei gruppi $>C=S$ e $>C=N-$, che possiedono ancora, ed anzi in grado più elevato, i caratteri di cromofori. Infatti, i derivati di quasi tutti i chetoni semplici sono incolori, mentre invece quelli dei tiochetoni, chetonimmidi e idrazoni sono colorati.

***

Quando si tratta di cromofori, ci si riferisce ordinariamente a composti puramente organici, ma non mi sembra fuor di luogo la possibilità

di riferire a gruppi cromofori anche le colorazioni nei composti inorganici e metallorganici.

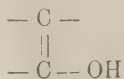
Prendiamo ad esempio certi composti del ferro. Si sa che un metodo per stabilire se a certi composti contenenti un atomo di idrogeno mobile (come tutti i β-dichetoni e eteri dichetonici, nei quali sono possibili le due forme — CO — CH — CO — oppure — C(OH) = CO e — CO — CH — COOR oppure — C(OH) = CO e come certe monammidi sostituite in cui si possono riscontrare le due forme >C—CO—NHR oppure >C — C(OH) = N — R) debba attribuirsi la costituzione *enolica* o la costituzione *aldolica* consiste nel provare se dànno oppur no la reazione colorata col cloruro ferrico [1]. La ragione di ciò deve ricercarsi nella formazione di sali *neutri* ferrici rossi, che in certi casi si son potuti isolare e analizzare [2]. Pare che vicino a questi si formino pure sali *acidi* colorati più intensamente, fino al turchino.

Poiché le soluzioni acquose di fenoli e dell'etere salicilico anche in soluzione alcoolica dànno la stessa colorazione, bisogna dire ch' essa è una proprietà della forma *enolica*, contenente cioè l' ossidrile. E infatti nelle sostanze di cui si conoscono le due forme (*desmotrope*), quella enolica dà la reazione, l'aldolica no, almeno fino a che, per il lungo riposo nel solvente, non sia avvenuta una trasposizione molecolare. Dunque il ferro nei composti colorati dev'essere legato all'ossigeno. Si deve avere, cioè, un gruppo cromoforo

— O — Fe < .

Ciò risulta pure dal comportamento de' sali ferrici in generale; infatti le loro soluzioni sono colorate in giallo fino al bruno quando si tratta di sali ad acidi forti, quando cioè la dissociazione elettrolitica è forte, ma in quelli ad acidi deboli, in cui per la debole dissociazione i ioni sono tali che il ferro è in gran parte unito all'ossigeno — per es., nell'acetato ferrico — la colorazione è rosso-cupa.

In tutti i composti per i quali si è notata finora la colorazione col cloruro ferrico è contenuto il gruppo

— C —
||
— C — OH

cosicchè è probabile che a questo sia dovuta la colorazione stessa. Bisogna notare che esso non è di per sè abbastanza acido per legarsi al ferro

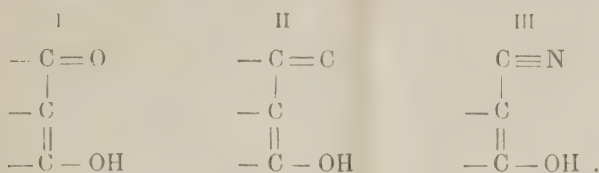
---

[1]) Cfr. Fischer e Bülow, Ber. XVIII, 2133; Claisen, Ann. **277**, 64, W. Wislicenus, Ann. **291**, 147; Ber. XX, 2933; Ber. XXVIII, 767; Claisen, Ann. **291**, 25; Guthzeit, Ber. XXVI, 2795; Ann. **285**, 35; etc.

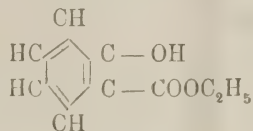
[2]) Per es., Claisen (Ann. d. Chem., **291**, 123) potè isolare e analizzare il sale ferrico dell'etere α-mesitilossidossalico.

come ho indicato, cosicchè occorre rinforzare l'acidità introducendo gruppi acidificanti come avviene (v. sopra) nelle sostanze puramente organiche. Così risultano aggruppamenti, che per i chetoderivati hanno il tipo I, per i fenoli il tipo II, per certi cianuri (per es. cianuro formilbenzilico), il tipo III

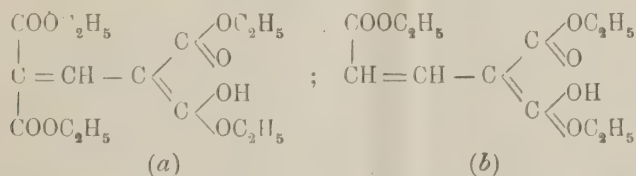
```
    I                 II                III

 — C = O          — C = C            C ≡ N
   |                |                  |
 — C              — C               — C
   ||               ||                 ||
 — C — OH         — C — OH          — C — OH .
```

Il meno energico è il II, che infatti dà col cloruro ferrico colori meno intensi, anzi talora (nell'α-naftolo, nel timolo, etc.) non ne dà affatto.

Invece, quando si trovano due gruppi riuniti, come nell'etere salicilico (I e II),

```
         CH
    HC //  \ C — OH
    HC  \\ / C — COOC2H5
         CH
```

l'intensità aumenta straordinariamente. Nei piridoni sono riuniti il I e il III.

Esempi interessantissimi di tali aggruppamenti sono l'etere dicarbossilglutaconico (*a*) e l'etere isaconitico (*b*) che con $FeCl_3$ dànno colorazione turchina, così da far ritenere ch'essi abbiano le costituzioni

```
COOC2H5          C /OC2H5          COOC2H5              C /OC2H5
|                  \\O             |                      \\O
C = CH — C <               ;       CH = CH — C <
|                C /OH                                  C /OH
COOC2H5            \OC2H5                                 \OC2H5
           (a)                                  (b)
```

L'acido ossimidosuccinico e i relativi sali, nonchè alcuni omologhi, sostanze ottenute dal Prof. Piutti [1]), dànno col $FeCl_3$ una magnifica intensissima colorazione turchina. Questo fatto potrebbe indicare, secondo me, nel gruppo

$$>C=N-OH$$

un potere analogo a quello del gruppo

$$>C=C-OH\ .$$

---

[1]) R. Accad. d. scienze fis. e mat. di Napoli, luglio 1891.

La intensità della tinta maggiore per il cromoforo $C = N — OH$ che non per il cromoforo $C = C — OH$ si giustifica pienamente, mi sembra, considerando i rapporti che corrono fra questi due gruppi e fra i due cromofori $— N = N —$ e $> C = C <$, nei quali abbiamo visto che l'azoto ha un'efficacia colorante assai maggiore che il carbonio.

La mia supposizione verrebbe appoggiata dal fatto che mentre l'acido ossimmidosuccinico dà con $FeCl_3$ colorazione bleu, gli eteri monoalchilici la dànno violetta. Vale a dire, saturato un carbossile col gruppo alchilico, si formano un sale acido bleu e un sale neutro rosso, cosicchè dall'unione delle due colorazioni si ha la colorazione violetta.

***

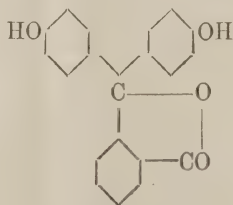
Da quanto si è detto sopra a proposito delle materie coloranti organiche si può rilevare che il fenomeno della tintura è in rapporto—almeno nella maggior parte dei casi — con il carattere in parte acido e in parte basico della fibra, la quale in certi casi assorbe colori basici, in certi altri assorbe colori acidi.

In altri termini, le materie coloranti sembrerebbero formare con le fibre delle specie di sali, in cui la fibra stessa, comportandosi come un ammidoacido, funzionerebbe talora da acido e talora da base [1]).

Un caso in cui la fibra funziona da acido è quello più sopra notato della *rosanilina*: sotto forma di base libera, come si è visto, essa è incolora, mentre i suoi sali sono colorati in rosso. Orbene, se nella soluzione incolora di rosanilina si introduce una matassa di seta o di lana e si riscalda alquanto, vediamo la fibra assumere una colorazione rosso intensa; e la intensità è precisamente tale come se si usasse la corrispondente quantità di un sale qualunque di rosanilina.

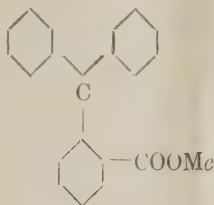
Come esempio di sostanze con cui la fibra funzioni da base si può citare l'*etere etilico chinoidico della tetrabromofenolftaleina*.

Rammento qui per incidenza che le *ftaleine*, cioè le sostanze che risultano dalla combinazione dell'anidride ftalica con i fenoli, sono sostanze incolore, mentre sono fortemente colorati i loro sali alcalini (su questo fatto, com'è noto, è fondato l'uso della fenolftaleina come «indicatore» nelle determinazioni acidimetriche). Sembra che per azione degli alcali l'anello lattonico, per esempio della fenolftaleina,

```
HO/\      /\OH
  |  |    |  |
  \/  \/  \/
       C———O
       |   |
      /\   |
     |  |—CO
      \/
```

[1]) Witt, Chem. Techn. d. Gespinntfasern.

si rompa per dar luogo alla forma chinoidica

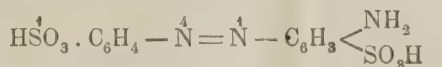
C

—COOMe

cui appartengono le vere materie coloranti.

Da queste sostanze, con mezzi opportuni, si ottiene l'etere chinoidico della tetrabromofenolftaleina. Or questo etere, quando è libero, è appena lievemente colorato in giallo, anzi le soluzioni si possono dire incolore, ma i suoi sali sono intensamente colorati in turchino. Ebbene, se nella soluzione incolora leggermente acida si immerge una matassa di seta o di lana, vediamo questa colorarsi intensamente in turchino.

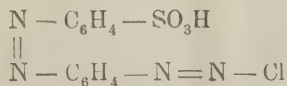
Nei colori acidi, quali sarebbero i solfoacidi degli ammidoazocomposti, il fenomeno è più complesso ed è anche assai dimostrativo, perché gli acidi liberi sono colorati diversamente dai loro sali alcalini, ed è il colore di questi ultimi che assumono le fibre, quando sono immerse nelle soluzioni di acido libero o di sale alcalino in presenza di un acido più forte.

Così l'acido ammidoazobenzoldisolfonico

$$H\overset{1}{S}O_3 \cdot C_6H_4 - \overset{4}{N} = \overset{1}{N} - C_6H_3 < \begin{matrix} NH_2 \\ SO_3H \end{matrix}$$

è noto sotto forma di sale sodico col nome di *Giallo acido*; libero, serve invece per avere disazocolori rossi [1].

---

[1]) Combinando (copulando) i diazocloruri degli acidi ammidoazobenzolsolfonici, per es.

$$\begin{matrix} N - C_6H_4 - SO_3H \\ \| \\ N - C_6H_4 - N = N - Cl \end{matrix}$$

con i fenoli, si ottengono i *tetrazo-* o *disazocomposti*, fra cui quello dell'acido ammidoazobenzoldisolfonico e β-naftol è lo *Scarlatto di Biebrich*, quello dello stesso acido con l'acido β-naftolsolfonico è lo *Scarlatto di croceina.*

Importantissimi sono i tetrazocolori derivati dalla benzidina e dalla tolidina, come il *Rosso Congo*, il *Giallo Congo*, la *Crisammina*, la *Benzaurina*, i *colori diamine*, etc., che sono *sostantivi*, cioè tingono il cotone senza bisogno di mordente.

Tali esempi, scelti fra un gran numero di fatti analoghi, darebbero per assodata la *teoria chimica* dei processi tintorî [1]).

Ma tuttavia, nella pratica tecnica, noi troviamo fatti che non possono spiegarsi con la teoria chimica e farebbero piuttosto accettare una altra teoria, secondo la quale il processo di tintura sarebbe dovuta ad una *attrazione meccanica superficiale.* Come spiegare infatti, la tintura diretta di certe fibre vegetali — come la iuta — che devono la proprietà di fissare direttamente quasi tutti i colori ad una loro sostanza incrostante? E come spiegare l'uso dei colori sullo zolfo precipitato, sulla silice e così via?

Fra le due teorie, così diverse fra loro, il Witt [2]) ne ha formulato una terza che tiene la via di mezzo: egli dice che quando si tinge una fibra, si forma come una *soluzione condensata*, un *quid simile* alla soluzione degli ossidi metallici nel vetro fuso e nel borace, e spiega il fenomeno per cui una soluzione di materia colorante si scolora per la presenza di fibre tessili paragonandolo all'estrazione eterea di una sostanza sciolta nell'acqua.

Con un modo di vedere più conforme ai nuovi interessantissimi studi di Chimica-fisica, mi pare si possa riferire il concetto fondamentale del Witt alla teoria delle *soluzioni solide*, che, fondata recentemente in Germania da van 't Hoff, ha trovato anche in Italia studiosi accurati e geniali (Garelli, Bruni, e altri). Cosicchè io credo che l'importante questione della teoria della tintura dovrà trarre sussidio e chiarimento da ricerche fisiche piuttostochè chimiche.

E a questo sembra vogliano tendere i lavori del Dott. G. v. Georgievics [3]). Ma poichè i suoi dati matematici sono stati oppugnati dal Prof. Wegscheider [4]) e i dati chimici dallo Zacharias [5]) e da altri, si rimane ancora nel campo delle ipotesi.

[1]) V. in proposito: Schultz, *Theerfarbstoffe* e Nietzki, *Chem. d. Organischen Farbstoffe*; inoltre, v. Gnehm e Rötheli (in Zeitschrift für angerw. Chem. 1898, 486) Mayer e Schäfer (in Ber. d. deutsch. chem. Ges. XXVII, 3355) e altri. Ultimamente (Ber. XXXV, 4225) Binz e Schroeter hanno emesso un'altra ipotesi, per spiegare certi fatti che sembrerebbero contrastare alla teoria chimica. Essi ammetterebbero che le materie coloranti ora considerate come derivanti dal chinone dovessero considerarsi invece come derivanti dalle forme desmotropiche più reazionabili, cosicchè il processo di colorazione sarebbe come una *condensazione nucleare* tra fibra e colore. I dati sperimentali, per altro, sono ancora troppo scarsi, perchè si possa senz'altro accettare questa teoria.

[2]) Färberzeitung, 1890.

[3]) Akad. d. Wissenschaften Wien, 29 Nov. 1894; e Chem. Zeit., 1902, pagg. 129, 371).

[4]) Chem. Zeit., 1902, pag. 372.

[5]) Ibid., pag. 289.

Per altro, giacché, come si è visto sopra, la costituzione delle materie coloranti è abbastanza bene stabilita e si sa che l'assorbimento di certe sostanze per parte delle fibre tessili è in stretto rapporto con la presenza di gruppi speciali nelle sostanze stesse, non dovrebbe riuscire impossibile il definire, con mezzi fisici, la natura e la portata di tale rapporto.

E una serie di ricerche in questo indirizzo presenterebbe davvero un grande interesse, giacchè la possibilità di determinare preventivamente, teoricamente, il potere di assorbimento di una sostanza colorante per parte delle fibre indurrebbe un aiuto straordinario alla economia delle industrie tessili-tintòrie e porterebbe in queste una vera rivoluzione.

Per l'analisi intrinseca delle superficie rotonde; *Nota del s. o.* E. Cesàro.

(Adunanza del dì 18 Aprile 1903)

Le formole da noi poste a fondamento dell'analisi intrinseca delle eliche policoniche *) si possono più generalmente utilizzare per lo studio di qualsivoglia linea giacente sopra una *ciclide* rotonda, mediante il semplice cambiamento dell'arco s in un'arbitraria funzione di s. Per l'omogeneità delle formole giova rappresentare una tal funzione con $l\sigma$, ponendo in evidenza il fattore l, da definire in seguito come una *lunghezza* costante; e si troverà utile designare brevemente con $\sigma', \sigma'', \ldots$ le successive derivate di σ rispetto ad s/l, le quali rappresentano, come σ, semplici *rapporti* fra lunghezze. Ciò premesso, le distanze p, q, r d'un punto M della linea che si considera ai fuochi F, G, H dell'ovale meridiana debbono sempre esser tali, per la definizione stessa dell'ovale, che $\gamma q-\beta r$, $\alpha r-\gamma p$, $\beta p-\alpha q$ si serbino costanti, vale a dire che si abbia

$$\frac{dp}{\alpha}=\frac{dq}{\beta}=\frac{dr}{\gamma}=l d\sigma ,$$

d'onde risulta

$$p=(\alpha\sigma+\alpha_0)l \quad , \quad q=(\beta\sigma+\beta_0)l \quad , \quad r=(\gamma\sigma+\gamma_0)l \; .$$

Chiamate u, v, w le distanze dei fuochi al punto L, projezione di M sull'asse di rotazione, l'obbligo di soddisfare identicamente alla nota relazione

$$(v-w)p^2+(w-u)q^2+(u-v)r^2+(v-w)(w-u)(u-v)=0$$

---

*) *Rendiconto* di Marzo, 1903. Cogliamo l'occasione per far noto che le eliche cilindro-coniche, trovate dal sig. G. Scheffers sulle quadriche rotonde, erano state già segnalate dal sig. G. Pirondini nella Memoria « *Sur les trajectoires isogonales des génératrices d'une surface développable* » (Crelles Journal, 1897).

conduce, come nella nostra precedente comunicazione si è visto, a porre

$$\frac{v-w}{\beta^2-\gamma^2}=\frac{w-u}{\gamma^2-\alpha^2}=\frac{u-v}{\alpha^2-\beta^2}=l\ ,$$

ed a prendere $\alpha_0=\beta\gamma$, $\beta_0=\gamma\alpha$, $\gamma_0=\alpha\beta$, supponendo inoltre, senza nuocere alla generalità della ricerca, $l>0$, e $0\leqq\alpha\leqq\beta\leqq\gamma$. Dopo ciò, essendo $v^2-w^2=q-r$, *ecc.*, riesce facile la determinazione di u, v, w. Si ha infatti

$$v-w=(\beta^2-\gamma^2)l\quad,\quad v+w=\frac{q^2-r^2}{\beta^2-\gamma^2}=(\sigma^2-\alpha^2)l\ ,\ ecc.,$$

e per conseguenza

$$\left\{\begin{aligned} u&={}^1/_2(\sigma^2-\beta^2-\gamma^2+\alpha^2)l\ ,\\ v&={}^1/_2(\sigma^2-\gamma^2-\alpha^2+\beta^2)l\ ,\\ w&={}^1/_2(\sigma^2-\alpha^2-\beta^2+\gamma^2)l\ ;\end{aligned}\right.\qquad(1)$$

e finalmente il quadrato del raggio del parallelo, evidentemente uguale a p^2-u^2, risulta espresso in funzione di σ nel seguente modo:

$$R^2=-{}^1/_4[\sigma^4-2(\alpha^2+\beta^2+\gamma^2)\sigma^2-8\alpha\beta\gamma\sigma+\alpha^4+\beta^4+\gamma^4-2\beta^2\gamma^2-2\gamma^2\alpha^2-2\alpha^2\beta^2]l^2\ .\quad(2)$$

Siccome la quantità fra parentesi vale

$$(\sigma+\beta+\gamma-\alpha)(\sigma+\gamma+\alpha-\beta)(\sigma+\alpha+\beta-\gamma)(\sigma-\alpha-\beta-\gamma)\ ,$$

bisogna, per aver punti reali ($R^2\geqq0$), far l'una o l'altra delle ipotesi

$$\alpha-\beta-\gamma\leqq\sigma\leqq\beta-\gamma-\alpha\quad,\quad\gamma-\alpha-\beta\leqq\sigma\leqq\alpha+\beta+\gamma\ ,\qquad(3)$$

la prima delle quali dà i punti della falda interna, mentre l'altra dà quelli della falda esterna; e σ, su questa falda, cambia segno solo sul *parallelo singolare*, reale per $\gamma\leqq\alpha+\beta$. È poi utile notare che i valori di σ, radici di p, q, r, cadono fuori dei predetti intervalli, in guisa che nei punti reali della superficie si ha sempre $p>0$, mentre q ed r, positivi anch'essi sulla falda esterna, diventano entrambi negativi sulla falda interna. Ne segue che la funzione

$$\psi(\sigma)=(\alpha\sigma+\beta\gamma)(\beta\sigma+\gamma\alpha)(\gamma\sigma+\alpha\beta)$$

è positiva su tutta la superficie, come del resto si vede anche per mezzo dell'identità

$$\psi(\sigma)={}^1/_4[\sigma^3-(\alpha^2+\beta^2+\gamma^2)\sigma-2\alpha\beta\gamma]^2+\frac{R^2}{l^2}\sigma^2\ .\qquad(4)$$

Ora, richiamate le condizioni

$$\frac{d\lambda}{ds}=\frac{\nu}{\rho} \quad , \quad \frac{d\mu}{ds}=\frac{\nu}{\tau} \quad , \quad \frac{d\nu}{ds}=-\frac{\lambda}{\rho}-\frac{\mu}{\tau} , \tag{5}$$

le quali esprimono l'invariabilità della direzione (λ, μ, ν) dell'asse di rotazione, se si osserva che $du=dv=dw=\lambda ds$, la derivazione delle (1) ci dà subito la prima delle formole

$$\lambda=\sigma\sigma' \quad , \quad \nu=(\sigma\sigma''+\sigma'^2)\frac{\rho}{l} , \tag{6}$$

dalla quale si deduce la seconda con una nuova derivazione, applicando la prima delle (5). Analogamente, se x, y, z sono le coordinate di L, mercè le condizioni *)

$$\frac{dx}{ds}=\frac{z}{\rho}-1+\lambda^2 \quad , \quad \frac{dy}{ds}=\frac{z}{\tau}+\lambda\mu \quad , \quad \frac{dz}{ds}=-\frac{x}{\rho}-\frac{y}{\tau}+\lambda\nu , \tag{7}$$

dall'espressione (2) di $R^2=x^2+y^2+z^2$ si deduce, derivando,

$$x={}^1/_2[\sigma^3-(\alpha^2+\beta^2+\gamma^2)\sigma-2\alpha\beta\gamma]l\sigma' ; \tag{8}$$

poi, derivando ancora, e ricordando la prima delle (6),

$$z=[1+{}^1/_2(\sigma^2-\alpha^2-\beta^2-\gamma^2)\sigma'^2+{}^1/_2(\sigma^3-(\alpha^2+\beta^2+\gamma^2)\sigma-2\alpha\beta\gamma)\sigma'']\rho . \tag{9}$$

Dopo ciò riesce facile il calcolo delle altre coordinate

$$\xi=\nu y-\mu z \quad , \quad \eta=\lambda z-\nu x \quad , \quad \zeta=\mu x-\lambda y$$

dell'asse di rotazione. Prima si ottiene

$$\eta=(\sigma+\alpha\beta\gamma\sigma'^2)\sigma'\rho ; \tag{10}$$

e per calcolare le altre si potrebbe fare uso delle relazioni

$$\xi^2=(1-\lambda^2)R^2-x^2 \quad , \quad \zeta^2=(1-\nu^2)R^2-z^2$$

A noi importa osservare che per le formole (6) ed (8), se si pon mente all'identità (4), si ha

$$R^2-\xi^2=x^2+\lambda^2R^2=l^2\sigma'^2\psi(\sigma) ; \tag{11}$$

*) *Rendiconto*, loc. cit., form. (3).

e però si può ritenere anche ξ come nota in funzione di σ e σ'. Intanto, poichè l'inclinazione ω della linea (M) sul meridiano che passa per M è data dalla formola $\operatorname{sen}\omega = \xi/R$, si vede che

$$\cos\omega = \frac{l\sigma'}{R}\sqrt{\psi(\sigma)}\,, \tag{12}$$

dove R è sempre da intendere espressa mediante la (2). Finalmente, sostituendo in $\xi^2 + \eta^2 = z^2 + \nu^2 R^2$ i valori (2), (6), (9), (10), (11) di R, ν, z, η, ξ, e ponendo

$$\varkappa = \sigma^3 - (\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2)\sigma - 2\alpha\beta\gamma + l\frac{d}{ds}[\sigma'\psi(\sigma)]\,,$$

si giunge ad una delle due equazioni intrinseche della linea (M):

$$\rho^2 = \frac{R^2 - l^2\sigma'^2\psi(\sigma)}{(1-\alpha^2\sigma'^2)(1-\beta^2\sigma'^2)(1-\gamma^2\sigma'^2) + \varkappa\sigma''}\,. \tag{13}$$

All'altra equazione si perviene derivando

$$\frac{z}{\nu} = \left(\frac{1-\alpha\beta\gamma\sigma''}{\sigma\sigma'' + \sigma'^2} + \tfrac{1}{2}(\sigma^2 - \alpha^2 - \beta^2 - \gamma^2)\right)l\,, \tag{14}$$

dopo avere osservato che, per le condizioni (5) e (7), si deve avere

$$\frac{d}{ds}\frac{z}{\nu} = \frac{1}{\nu^2}\left(\frac{\eta}{\rho} - \frac{\xi}{r}\right) + \lambda\,.$$

Siccome dalla (14) si deduce

$$\frac{d}{ds}\frac{z}{\nu} = \left(\frac{1-\alpha\beta\gamma\sigma''}{\sigma\sigma'' + \sigma'^2}\right)' + \lambda\,,$$

ne risulta, eseguendo i calcoli e ricordando le formole (10) ed (11),

$$r = \frac{\pm\sqrt{R^2 - l^2\sigma'^2\psi(\sigma)}}{(\sigma + \alpha\beta\gamma\sigma'^2)\sigma' + [\sigma\sigma''' + 3\sigma'\sigma'' + \alpha\beta\gamma\sigma'(\sigma'\sigma''' - 3\sigma''^2)]\frac{\rho^2}{l^2}}\,. \tag{15}$$

Quando la funzione σ si lascia *arbitraria*, le equazioni (13) e (15) ben si possono chiamare le *equazioni intrinseche delle ciclidi rotonde,* in quanto che definiscono *tutte* le linee giacenti sopra una tale superficie; nè potrebbero rappresentare linee non situate sulla superficie stessa. Per $\sigma = s/l$, essendo allora $\sigma' = 1$, $\sigma'' = \sigma''' = 0$, si ricade sui risultati otte-

nuti per le eliche policoniche. Se invece per σ si prendono funzioni tali da soddisfare una delle condizioni

$$\xi=0 \quad , \quad \eta=0 \quad , \quad \zeta=0 \ ,$$

si trovano linee, le cui tangenti, o binormali, o normali principali, incontrano *tutte* l'asse di rotazione, vale a dire che si ottengono, rispettivamente, i *meridiani*, le *assintotiche*, le *geodetiche* della superficie. Fra queste ultime si debbono ritrovare i meridiani; ed effettivamente, richiamate le note condizioni *)

$$\frac{d\xi}{ds}=\frac{\zeta}{\rho} \quad , \quad \frac{d\eta}{ds}=\frac{\zeta}{\tau}+\nu \quad , \quad \frac{d\zeta}{ds}=-\frac{\xi}{\rho}-\frac{\eta}{\tau}-\mu \ , \tag{16}$$

esprimenti, insieme alle (5), l'immobilità dell' asse di rotazione, si vede che, nell'ipotesi $\zeta=0$, si ha $\xi=$ *costante* (teorema di Clairaut). Per caratterizzare intrinsecamente il meridiano, quando sian note le geodetiche, basterà dunque attribuire alla *costante* il valore 0.

Più di ogni altra facile è la ricerca delle *assintotiche*. La (10) mostra che alla condizione $\eta=0$ si soddisfa prendendo

$$\sigma'^2=-\frac{\sigma}{\alpha\beta\gamma} \ , \quad \text{ossia} \quad \sigma=-\frac{s^2}{4\alpha\beta\gamma l^2} \ , \tag{17}$$

e per conseguenza $\sigma'=-s/2\alpha\beta\gamma l$, $\sigma''=-1/2\alpha\beta\gamma$, $\sigma'''=0$. Ora la (11) dà, ricordando anche la (2),

$$\xi^2=\frac{l^2}{\alpha\beta\gamma}\left(\sigma\psi(\sigma)+\alpha\beta\gamma\frac{R^2}{l^2}\right)=\frac{3l^2}{\alpha\beta\gamma}\Psi(\sigma) \ , \tag{18}$$

dove

$$\Psi(\sigma)={}^1/_4\alpha\beta\gamma\sigma^4+{}^1/_3(\beta^2\gamma^2+\gamma^2\alpha^2+\alpha^2\beta^2)\sigma^3+{}^1/_2\alpha\beta\gamma(\alpha^2+\beta^2+\gamma^2)\sigma^2+\alpha^2\beta^2\gamma^2\sigma$$
$$-\frac{1}{12}\alpha\beta\gamma(\alpha^4+\beta^4+\gamma^4-2\beta^2\gamma^2-2\gamma^2\alpha^2-2\alpha^2\beta^2) \ .$$

Si noti che $\Psi'(\sigma)=\psi(\sigma)$. Se si rappresenta con R_0 il raggio del parallelo singolare ($\sigma=0$), si può anche scrivere

$$\Psi(\sigma)=\int_0^\sigma\psi(\sigma)d\sigma+{}^1/_3\alpha\beta\gamma\frac{R_0^3}{l^2} \ ,$$

sicchè, per $\sigma=0$, è $\xi=\pm R_0$: ciò si spiega osservando che (essendo anche $\lambda=0$) le assintotiche sono osculate dal piano tangente singolare, in

*) *Geometria intrinseca*, p. 125 (ed. ted., p. 157).

cui toccano necessariamente il parallelo. In un punto qualunque di un'assintotica possiamo dire di avere già determinata la posizione dell'asse di rotazione, poichè dalle (6) ne risulta definita la direzione mediante i coseni

$$\lambda = \frac{s^3}{8\alpha^2\beta^2\gamma^2 l^3} \ , \quad \nu = \frac{3s^2\rho}{8\alpha^2\beta^2\gamma^2 l^3} \ , \tag{19}$$

e son poi note le altre coordinate, ossia $\eta = 0$, ξ data dalla (18), e

$$\zeta = -\frac{\lambda}{\nu}\xi = -\frac{s\xi}{3\rho} \ . \tag{20}$$

Qui si osservi che, essendo $\zeta, 0, -\xi$ proporzionali alle coordinate del punto d'incontro del piano osculatore con l'asse di rotazione, punto situato anche sulla tangente al meridiano, l'angolo ω che questa tangente fa con la tangente all'assintotica è dato dalla formola

$$\operatorname{tg}\omega = -\frac{\xi}{\zeta} = 3\frac{\rho}{s} \ , \tag{21}$$

d'onde segue che, se dal centro di curvatura in un punto M si conduce la parallela alla prima tangente, si determina sulla seconda, a partire da M, un segmento uguale alla terza parte dell'arco compreso fra M ed il parallelo singolare. Se poi l'ultimo valore di $\operatorname{tg}\omega$ si paragona con quello che ci dà la (12), ossia

$$\operatorname{tg}\omega = \frac{\xi}{l\sigma'\sqrt{\psi(\sigma)}} = \pm 2\frac{l}{s}\sqrt{3\alpha\beta\gamma\frac{\Psi(\sigma)}{\psi(\sigma)}} \ ,$$

si trova *una delle due equazioni intrinseche delle assintotiche*:

$$\rho^2 = {}^4/_3\,\alpha\beta\gamma l^2 \frac{\Psi(\sigma)}{\psi(\sigma)} \ . \tag{22}$$

S'intende che in questa equazione bisogna porre per σ l'espressione (17). Alla medesima equazione si perviene, del resto, senza particolari artificii, mediante la (13), giacchè il numeratore ξ^2 ci è noto per la (18), ed il denominatore si calcola facilmente osservando che

$$(1-\alpha^2\sigma'^2)(1-\beta^2\sigma'^2)(1-\gamma^2\sigma'^2) = \frac{\psi(\sigma)}{\alpha^2\beta^2\gamma^2} \ ,$$

$$\sigma^3 - (\alpha^2+\beta^2+\gamma^2)\sigma - 2\alpha\beta\gamma = \frac{\sigma\psi'(\sigma) - 2\psi(\sigma)}{\alpha\beta\gamma} \ ,$$

$$l\frac{d}{ds}[\sigma'\psi(\sigma)] = \sigma'^2\psi'(\sigma) + \sigma''\psi(\sigma) = -\frac{\sigma\psi'(\sigma) + {}^1/_2\psi(\sigma)}{\alpha\beta\gamma} \ ,$$

sicchè

$$\varkappa = -\frac{5\psi(\sigma)}{2\alpha\beta\gamma}\ ,\quad \varkappa\sigma'' = \frac{5\psi(\sigma)}{4\alpha^2\beta^2\gamma^2}\ ,\quad \rho^2 = \frac{4\alpha^2\beta^2\gamma^2\xi^2}{9\psi(\sigma)}\ ,\ ecc.$$

Similmente la (15) dà subito

$$\tau\rho^2 = \frac{\pm {}^1/_3\, l^2\xi}{(1-\alpha\beta\gamma\sigma'')\sigma'\sigma''} = \pm\frac{8l^3}{9s}\alpha^2\beta^2\gamma^2\xi\ ,$$

e si trova così *l'altra equazione intrinseca delle assintotiche:*

$$\tau^2 = -\frac{l^2}{2\sigma}\frac{\psi^2(\sigma)}{\Psi(\sigma)}\ . \tag{23}$$

Le (16) porgono un facile controllo degli ultimi risultati. Infatti la prima dà, ricordando la (18),

$$\frac{1}{\rho^2} = -\frac{3}{s}\frac{d}{ds}\log\xi = -\frac{3}{2s}\frac{d}{ds}\log\Psi(\sigma) = \frac{3}{4\alpha\beta\gamma l^2}\frac{d}{d\sigma}\log\Psi(\sigma)\ ,\ ecc.$$

mentre dalla seconda, invocando le (19), si trae subito (poichè $\eta = 0$)

$$\tau = -\frac{\zeta}{\nu} = \frac{\lambda\xi}{\nu^2} = \frac{8l^3}{9s\rho^2}\alpha^2\beta^2\gamma^2\xi\ ,\ ecc.$$

Quì, derivando, si noti che, per la prima delle (16) e per la (20), si ha

$$\frac{d}{ds}(s\tau\rho^2) = {}^8/_9\,\alpha^2\beta^2\gamma^2 l^3\frac{\zeta}{\rho} = -{}^1/_3\,\tau s^2,$$

d'onde segue che *fra le curvature delle assintotiche di qualunque ciclide rotonda intercede la relazione*

$$\frac{d}{ds}(\tau\rho^2) = -({}^1/_3 s^2 + \rho^2)\frac{\tau}{s}\ .$$

Le equazioni (22) e (23) mostrano che l'assintotica è reale solo per quei valori non positivi di σ, che rendono $\Psi(\sigma) \geqq 0$, e che appartengono agli intervalli (3). Siccome $\psi(\sigma)$ si annulla *fuori* di questi intervalli, la (18) mostra che, per qualunque radice di $\psi(\sigma)$, si ha $\Psi(\sigma) = {}^1/_3\alpha\beta\gamma R^2/l^2 < 0$, vale a dire che i minimi ed i massimi di $\Psi(\sigma)$ son tutti negativi. Dunque *l'equazione* $\Psi(\sigma) = 0$ *ha due sole radici reali*, come si vede anche osservando che le radici costituiscono una quaterna *equianarmonica*: si trova infatti 0 come valore dell'invariante quadratico, d'onde segue che il discriminante è negativo. La più piccola radice, necessariamente minore di $-\beta\gamma/\alpha$, è negativa; l'altra, maggiore di $-\alpha\beta/\gamma$, ha il segno di $-R_0^2$. Siccome fra le due radici cade tutto il primo intervallo (3), in questo si

ha sempre $\Psi(\sigma) < 0$, e però la falda interna non può avere assintotiche reali: ciò dimostra, in pari tempo, che il ramo interno dell'ovale è privo di flessi reali. Affinchè risulti $\Psi(\sigma) \geqq 0$ per valori non positivi di σ bisogna che il valore σ_0 della più grande radice non superi 0, e per conseguenza che sia $R_0^2 \geqq 0$, nella quale ipotesi la radice σ_0 non solo è negativa (o nulla), ma cade nel secondo intervallo (3). Infatti negli estremi di questi intervalli si ha $\Psi(\sigma) = {}^1/_3 \sigma\psi(\sigma)$, sicchè $\Psi(\sigma)$ prende il segno di σ. Dunque, sotto la sola condizione che il parallelo singolare sia reale, σ può variare da σ_0 fino a 0 rendendo $\Psi(\sigma) \geqq 0$. Ne segue che le assintotiche sono reali soltanto nella striscia compresa, sulla falda esterna, fra il parallelo singolare ed il parallelo definito dal valore σ_0 di σ; e si può quindi prevedere che appunto su questo parallelo deve inflettersi il ramo esterno dell'ovale.

Sul parallelo singolare si ha $\psi(0) = \alpha^2\beta^2\gamma^2$, $\Psi(0) = {}^1/_3 \alpha\beta\gamma R_0^2/l^2$, e però l'equazione (22) dà $\rho = {}^2/_3 R_0$, conformemente ad un noto *) teorema di Beltrami. In prossimità dell'origine le equazioni intrinseche tendono ad assumere la forma

$$\left(1 - \frac{(\beta^2+\gamma^2-\alpha^2)(\gamma^2+\alpha^2-\beta^2)(\alpha^2+\beta^2-\gamma^2)}{4\alpha^2\beta^2\gamma^2}\right)s^2 + 9\rho^2 = 4R_0^2 \;, \quad \pm\frac{1}{\tau} = \frac{R_0 s}{2\alpha^2\beta^2\gamma^2 l^3} .$$

La torsione è dunque nulla sul detto parallelo (come lasciava prevedere il teorema di Enneper); e la curva si comporta, in vicinanza dell'origine, come un'epicicloide o un'ipocicloide intorno ad un suo vertice. Infatti, poichè

$$(\beta^2+\gamma^2-\alpha^2)(\gamma^2+\alpha^2-\beta^2)(\alpha^2+\beta^2-\gamma^2) \leqq \alpha^2\beta^2\gamma^2 ,$$

la prima equazione ha la nota forma $s^2 + k\rho^2 =$ *costante*, con k positivo e non maggiore di 12. In particolare è $k = 12$ se il meridiano è una cardioide ($\alpha = \beta = \gamma$); e quando un fuoco dell'ovale cade nel centro del parallelo singolare ($\gamma^2 = \alpha^2 + \beta^2$) ogni assintotica si comporta, in prossimità dell'origine degli archi, come una cardioide ($k = 9$) intorno al proprio vertice Del resto la curva si svolge appunto in forma *epicicloidale* attraverso l'intera striscia, dall'origine fino al parallelo estremo $\sigma = \sigma_0$. Su questo son situate tutte le cuspidi, giacchè per $\sigma = \sigma_0$ si annulla $\Psi(\sigma)$, e le equazioni (22) e (23) dànno subito $\rho = 0$, $1/\tau = 0$. Inoltre dalla (21) si ha $\omega = 0$, e con ciò si vede che, nelle cuspidi, la curva tocca i meridiani. Siccome poi σ_0 non può essere minore di $-\alpha\beta/\gamma$, massima radice di $\psi(\sigma)$, se ne deduce, per la (17), che la lunghezza d'un arco, fra due cuspidi consecutive, non supera $4\alpha\beta l$. Intorno ad ogni cuspide le equazioni intrinseche tendono ad assumere la forma $s^2 + 3\rho^2 =$ *costante*, ed

*) *Geometria intrinseca*, p. 174 (ed. ted., p. 223).

$s^2+k\,\tau^2 = costante$ (con $k>0$), sicchè la torsione di nuovo si annulla (in conformità del teorema di Enneper), ed il contegno della curva è sempre quello di una particolare epicicloide in prossimità delle proprie cuspidi.

È tuttavia da notare che, se le due falde si connettono, nel comune punto conico la torsione, anzichè annullarsi, diventa infinita. Infatti per $\beta=\gamma$ la radice $\sigma_0=-\alpha$ di $\Psi(\sigma)$ è anche radice *doppia* di $\psi(\sigma)$, sicchè nell'espressione (23) di τ^2 il fattore $\sigma-\sigma_0$ passa dal denominatore al numeratore. Siccome però $1/\tau$ diventa infinita come $(\sigma-\sigma_0)^{-\frac{1}{2}}$, l'integrale $\int\frac{ds}{\tau}$ resta finito. Adunque ciascun arco completo, mentre ha gli estremi che si riuniscono nel punto conico, tocca in essi due determinate generatrici del cono tangente. Ciò non accade se anche α coincide con β e γ, nella quale ipotesi, infatti, essendo $\sigma_0=-\alpha$ radice *tripla* di $\psi(\sigma)$, la torsione $1/\tau$ diventa infinita come $(\sigma-\sigma_0)^{-1}$, sicchè $\int\frac{ds}{\tau}$ cresce oltre ogni limite in prossimità del valore di s, che rende $\sigma=\sigma_0$. In questa ipotesi, che ci dà la più semplice delle ciclidi rotonde (generata, come si sa, da una *cardioide*), le assintotiche sono *epicicloidi storte*, definite dalle equazioni

$$s^2+12\rho^2=a^2 \quad , \quad \pm\tau\sqrt{3}=s-\frac{a^2}{s}\,, \tag{24}$$

nelle quali $2a$, lunghezza del segmento che la superficie determina sull'asse, rappresenta anche la lunghezza dell'intera curva. Questa, pur tendendo in due sensi (sinistrorso e destrorso) a toccare l'asse nel punto conico, gira indefinitamente intorno ad esso. Tali circostanze vengono meglio assodate calcolando l'angolo dei meridiani che passano per gli estremi d'un arco qualunque, angolo misurato dall'integrale $\int(\xi/R^2)ds$, esteso all'arco che si vuol considerare. Ora, se l'integrazione si estende fino al punto conico, l'integrale diventa infinito solo per $\alpha=\beta=\gamma$, perchè dalla (18) si vede che in tutti i casi ξ/R^2 tende a comportarsi, in vicinanza di $\sigma=\sigma_0$, come $\sqrt{\Psi(\sigma)}/\psi(\sigma)$, ossia appunto come $1/\tau$. Abbiamo così, sulla curva definita dalle (24), l'esempio d'un punto cuspidale assintotico, a tangente determinata.

Tornando alla più generale ciclide rotonda, proponiamoci di determinarne le *geodetiche*. Affinchè risulti $\xi=kl$ la (11) fa vedere, ricordando l'identità $\alpha\beta\gamma R^2/l^2=3\Psi(\sigma)-\sigma\psi(\sigma)$, e ponendo $\chi(\sigma)=\Psi(\sigma)-{}^1/_3\alpha\beta\gamma k^2$, che bisogna assumere la funzione σ in guisa che sia

$$\sigma'^2=\frac{3\chi(\sigma)-\sigma\psi(\sigma)}{\alpha\beta\gamma\,\psi(\sigma)}\;,\ \text{e per conseguenza}\ \sigma''=\frac{1}{\alpha\beta\gamma}-\frac{3\chi(\sigma)\psi'(\sigma)}{2\alpha\beta\gamma\,\psi^2(\sigma)}\,.$$

Intanto un calcolo facile dà $\varkappa = -\sigma''\psi(\sigma)$; quindi, se si tien presente anche l'identità

$$\Psi(\sigma) = \frac{\psi^{\frac{3}{2}}(\sigma)}{3\alpha\beta\gamma} \frac{d^2}{d\sigma^2} \psi(\sigma) = \frac{2\psi(\sigma)\psi''(\sigma) - \psi'^2(\sigma)}{12\alpha\beta\gamma} ,$$

si trova che il denominatore dell'espressione (13) vale

$$(1 - \alpha^2\sigma'^2)(1 - \beta^2\sigma'^2)(1 - \gamma^2\sigma'^2) - \sigma''^2\psi(\sigma) = 9k^2 \frac{\chi^2(\sigma)}{\psi^3(\sigma)} .$$

Si ottiene così *una delle due equazioni intrinseche delle geodetiche*

$$\rho^2 = {}^1/_9\, l^2 \frac{\psi^3(\sigma)}{\chi^2(\sigma)} , \tag{25}$$

dove σ è da immaginare definita in funzione di s mediante la relazione

$$s = l \int \sqrt{\frac{\alpha\beta\gamma\,\psi(\sigma)}{3\chi(\sigma) - \sigma\psi(\sigma)}}\, d\sigma .$$

Si ha del resto una rapida verifica dell'equazione (25) sostituendo il valore di η, dato dalla (10), in $\eta^2 = R^2 - \xi^2 = l^2\sigma'^2\psi(\sigma)$. Per calcolare la torsione si può evitare l'uso dell'equazione (15) adoperando invece la terza formola (16), che nel caso attuale, essendo $\zeta = 0$, diventa

$$k \frac{l}{\rho} + \frac{\eta}{\tau} + \mu = 0 .$$

Intanto

$$\mu = -\lambda \frac{\xi}{\eta} = -\frac{kl\sigma\psi(\sigma)}{3\rho\chi(\sigma)} ;$$

quindi

$$-\frac{1}{\tau} = \frac{kl\psi(\sigma)}{3\rho^2\sigma'\chi(\sigma)} \left(1 - \frac{\sigma\psi(\sigma)}{3\chi(\sigma)}\right) = \frac{k\alpha\beta\gamma\sigma'}{l\psi(\sigma)} ,$$

sicchè ***l'altra equazione intrinseca delle geodetiche*** è

$$\frac{1}{\tau^2} = \frac{k^2\alpha\beta\gamma}{l^2\psi^3(\sigma)} (3\chi(\sigma) - \sigma\psi(\sigma)) .$$

Anche di questo risultato si può avere una facile conferma ricordando che, intorno a ciascun punto, $1/\tau$ deve variare come sen 2ω.

In particolare per $k = 0$ si vede che l'*equazione intrinseca dell'ovale di Cartesio* risulta dall'eliminazione di σ fra le equazioni

$$s = l \int \sqrt{\frac{\alpha\beta\gamma\,\psi(\sigma)}{3\Psi(\sigma) - \sigma\psi(\sigma)}}\, d\sigma \quad , \quad \rho^2 = {}^1/_9\, l^2 \frac{\psi^3(\sigma)}{\Psi^2(\sigma)} .$$

Come avevamo preveduto l'ovale s'inflette appunto quando si annulla $\Psi(\sigma)$. Se in un punto qualunque della superficie distinguiamo con ρ_0 il raggio di curvatura del meridiano, e con ρ_1 il raggio di curvatura della geodetica tangente al parallelo, l'equazione (25) dà

$$\frac{l}{\rho_0}=\frac{3\Psi(\sigma)}{\psi^{\frac{3}{2}}(\sigma)} \quad , \quad \frac{l}{\rho_1}=\frac{\sigma}{\psi^{\frac{1}{2}}(\sigma)} \quad ,$$

giacchè da $\mathrm{R}\,\mathrm{sen}\,\omega=kl$ risulta, nel secondo caso, $k=\mathrm{R}/l$, e per conseguenza $\chi(\sigma)={}^1/_3\sigma\psi(\sigma)$. Dopo ciò l'equazione (25) si riduce alla notissima formola di Eulero

$$\frac{1}{\rho}=\frac{\cos^2\omega}{\rho_0}+\frac{\mathrm{sen}^2\omega}{\rho_1} \,.$$

L'equazione intrinseca del meridiano si può anche stabilire direttamente, servendosi d'una coppia di formole, che permette nel caso più generale di *determinare il meridiano della superficie generata dalla rotazione d'una curva qualunque intorno ad una retta dello spazio.* Note le coordinate di questa retta in funzione dell'arco s della curva data, l'equazione del meridiano si ottiene eliminando s fra le equazioni

$$s_0=\int\sqrt{\frac{\eta^2+\zeta^2}{\xi^2+\eta^2+\zeta^2}}\,ds \quad , \quad \frac{(\eta^2+\zeta^2)^{\frac{3}{2}}}{\rho_0}=(\xi^2+\eta^2+\zeta^2)\,\frac{\eta}{\rho}-\lambda\xi^2 \,.$$

Il procedimento svolto per le ciclidi è manifestamente applicabile a qualunque superficie rotonda; ed è facile piegarlo, con lievi modifiche, allo studio delle linee giacenti sopra una superficie, vincolata in modo notevole a qualche retta dello spazio. Del resto si può agevolmente immaginare, per qualunque particolare superficie, un procedimento analogo, atto a somministrare una coppia di equazioni, esprimenti le curvature di qualunque linea tracciata sulla superficie, e costituenti perciò la rappresentazione intrinseca della superficie stessa.

Osservazioni Meteoriche

FATTE NEL R. OSSERVATORIO DI CAPODIMONTE

Aprile 1903

Latitudine. . 40°52′ N.
Longitudine . 14 15 E. da Greenwich.
Altitudine. . 149^{m} sul mare.

Giorni del mese	Pressione a 0° millimetri: 700 +				Temperatura centigrada						Umidità assoluta in mm.				Umidità relativa in cent.				Quantità delle nubi			Vento Direzione			Vento Velocità oraria in chilom.			Pioggia nelle 24 ore in mill.	Evaporazione nelle 24 ore in mill.
	9^h	15^h	21^h	Medio diurno	9^h	15^h	21^h	Min.	Mass.	Medio diurno	9^h	15^h	21^h	Medio diurno	9^h	15^h	21^h	Medio diurno	9^h	15^h	21^h	9^h	15^h	21^h	9^h	15^h	21^h		
1	40.6	40.6	43.2	41.47	9.8	13.7	9.7	6.4	13.0	9.95	6.1	5.9	5.2	5.73	68	50	58	58.7	1	2	0	W	NW	NNE	1	6	2	—	1.8
2	44.9	43.9	45.0	44.60	11.4	15.3	11.7	8.2	15.3	11.65	4.6	5.0	5.6	5.07	46	39	54	46.3	0	0	10	NE	SSE	SW	0	2	0	—	2.3
3	43.2	42.7	43.0	42.97	10.4	9.5	8.5	8.4	11.9	9.80	7.4	8.1	7.5	7.67	78	9	91	86.7	10	9	10	SE	E	N	0	0	0	12.5	2.4
4	44.9	44.9	47.2	45.67	13.5	13.3	10.5	8.4	15.2	11.90	7.5	8.1	6.1	7.23	65	72	64	67.0	2	10	10	E	NE	NE	0	4	1	0.3	0.8
5	46.4	44.6	44.1	45.03	13.1	14.5	11.3	11.0	15.5	12.72	5.8	8.0	7.9	7.23	51	65	79	65.0	8	5	0	N	SW	SW	0	5	0	—	2.4
6	43.0	44.6	46.5	44.70	12.3	10.6	7.3	7.3	13.6	10.13	5.7	5.0	3.8	4.83	53	52	50	51.7	1	6	0	ENE	N	NW	3	3	8	0.9	1.6
7	47.6	45.9	46.1	46.53	10.1	14.0	10.6	6.8	14.7	10.55	4.2	5.2	6.0	5.33	46	44	70	53.3	0	0	6	NE	WSW	W	1	3	5	—	2.7
8	43.2	40.3	38.5	40.67	13.3	13.5	12.9	9.2	14.6	12.50	7.5	8.4	9.7	8.53	66	73	88	75.7	5	9	10	WSW	WSW	SW	9	8	11	—	2.7
9	37.6	39.0	40.2	38.93	9.8	11.3	8.8	8.4	13.2	10.05	6.0	6.0	6.1	6.03	66	60	72	66.0	9	3	10	SW	WSW	SW	21	16	19	3.1	2.0
10	41.2	41.3	42.8	41.77	10.8	13.2	7.7	6.3	13.5	9.57	6.3	7.3	7.1	6.90	65	65	90	73.3	1	9	10	SE	SE	NNE	0	1	2	11.1	1.9
11	43.0	42.3	42.7	42.67	11.0	13.6	9.5	7.0	14.4	10.48	6.1	6.9	6.5	6.50	62	59	74	65.0	1	2	7	NW	SW	SW	1	12	2	1.2	1.1
12	41.7	41.7	43.4	42.27	12.0	13.9	11.7	7.4	14.8	11.47	7.0	6.0	8.3	7.10	67	51	81	66.3	3	10	10	NE	WSW	W	0	5	0	0.2	1.8
13	44.5	44.0	43.5	44.00	13.8	15.0	13.1	10.2	15.4	13.13	8.3	8.9	8.8	8.67	71	70	78	73.0	0	1	10	NE	NNW	SW	1	4	5	—	1.2
14	44.3	44.4	46.1	44.93	14.8	15.3	12.2	12.0	16.2	13.80	9.3	9.8	9.2	9.43	74	76	88	79.3	3	3	0	NE	WSW	SW	1	8	4	—	1.7
15	47.6	48.1	48.7	48.13	14.8	16.2	11.4	10.0	17.[illegible]	13.37	7.7	7.0	4.8	6.50	62	52	48	54.0	0	0	0	NE	E	N	2	5	2	—	1.3
16	47.4	46.3	45.2	46.30	14.6	15.3	12.8	9.4	15.8	13.15	8.0	8.3	8.1	8.13	64	64	74	67.3	0	4	9	SE	NE	SW	0	6	3	—	3.5
17	41.7	40.3	40.0	40.67	13.5	11.7	8.3	7.5	14.3	10.90	6.2	7.7	4.2	6.03	54	75	52	60.3	8	6	2	SW	SW	SW	12	15	29	3.4	2.1
18	41.4	42.2	45.1	42.90	8.8	11.8	6.2	6.1	11.9	8.25	5.5	5.5	5.7	5.57	66	54	81	67.0	5	9	1	W	WNW	NE	11	15	0	6.2	2.5
19	46.8	46.7	48.4	47.30	9.3	11.2	5.7	5.2	11.9	8.03	3.4	3.6	4.3	3.77	39	36	63	46.0	0	0	0	WSW	WSW	NE	14	16	2	—	1.5
20	49.2	48.6	48.7	48.83	8.9	11.4	8.3	3.5	12.3	8.25	2.9	2.5	2.7	2.70	34	25	33	30.7	0	0	0	N	WNW	W	1	3	0	—	3.2
21	47.2	45.4	44.2	45.60	11.3	12.8	11.6	5.9	15.7	11.12	3.7	5.7	6.1	5.17	37	52	59	49.3	2	10	10	NE	SW	N	0	6	1	-.-	2.8
22	42.0	40.9	41.1	41.33	13.7	15.5	12.7	9.6	16.1	13.03	7.9	8.5	9.0	8.47	68	64	83	71.7	10	8	10	E	SW	SW	0	5	2	1.7	1.5
23	39.1	38.8	40.0	39.30	13.1	12.3	11.5	10.6	14.0	12.30	10.7	9.9	9.1	9.90	96	94	91	93.7	10	10	5	S	SW	SW	2	12	8	25.4	1.3
24	41.1	43.4	44.8	43.10	12.5	14.7	12.6	9.7	15.1	12.47	7.6	6.9	10.0	8.17	71	55	93	73.0	3	4	5	WNW	SW	SW	5	12	20	1.7	0.7
25	46.4	46.3	45.6	46.10	14.6	14.7	11.7	10.4	15.7	13.10	7.7	8.2	7.8	7.90	62	66	76	68.0	4	8	10	SW	SSW	S	3	6	0	—	2.2
26	41.8	39.3	40.1	40.40	12.1	16.0	12.4	10.7	16.2	12.85	6.9	6.5	8.7	7.37	66	48	82	65.3	10	10	5	NW	SW	W	3	4	15	—	1.9
27	41.6	43.2	45.0	43.27	14.0	15.1	11.9	10.0	16.0	12.98	8.0	8.3	7.5	7.93	67	65	73	68.3	5	1	4	SW	SW	SW	0	15	0	—	1.9
28	46.0	47.3	48.8	47.67	14.7	14.9	12.9	9.9	16.4	13.47	8.3	9.9	9.1	9.10	67	78	83	76.0	3	9	8	N	SW	SW	1	5	2	—	2.1
29	50.1	49.8	49.4	49.77	14.7	14.8	13.3	11.0	16.5	13.88	8.9	9.4	8.9	9.07	72	75	78	75.0	9	6	4	SE	SW	S	0	3	0	—	1.3
30	48.4	47.9	47.6	47.97	16.4	17.1	13.1	11.2	17.6	14.57	8.3	10.0	9.8	9.37	60	69	88	72.3	7	3	0	SE	SW	SW	2	11	1	—	1.5
Medi mens	44.16	43.82	44.59	44.16	12.44	13.74	10.73	8.59	14.83	11.65	6.78	7.22	7.14	7.05	62.1	61.3	73.1	65.5	4.1	5.5	6.3							somma 67.7	somma 57.7

CATALOGO

DELLE PUBBLICAZIONI PERVENUTE ALL'ACCADEMIA

dal 22 Marzo al 18 Aprile 1903

PUBBLICAZIONI ITALIANE

Catania — *Società degli spettroscopisti italiani* — Memorie, vol. XXXII, disp. 2ª-3ª — 1903.

Firenze — *Rivista scientifico-industriale* — Anno XXXV, n. 4 — 1903.

Società entomologica italiana—Bullettino, anno XXXIV, trim.III (1902)—1903.

Biblioteca nazionale centrale — Bollettino delle pubblicazioni italiane, n. 27; indice alfabetico delle opere, n. 3-4 — 1903.

Jesi — *Giornale di agricoltura* — Anno LXIV, n. 4 — 1903.

Livorno — *Periodico di matematica per l'insegnamento secondario* — Anno XVIII, fasc. V — 1903.

Milano — *R. Istituto lombardo di scienze e lettere* — Rendiconti, serie II, vol. XXXVI, fasc. V-VI — 1903.

Modena — *Le stazioni sperimentali agrarie italiane*—Vol. XXXVI, fasc. II—1903.

Napoli — *Annali di nevrologia* — Anno XXI, fasc. I — 1903.

Pavia — *Rivista di fisica, matematica e scienze naturali* — Anno 4, n. 39 — 1903.

Pisa — *Società toscana di scienze naturali* — Atti-Processi verbali, vol. XIII, adunanze 4 Maggio, 6 Luglio, 21 Dicembre 1902; 18 Gennaio, 8 Marzo 1903.

Portici — *Regia Scuola superiore di agricoltura* — Annali, serie 2ª, vol. IV—1903.

Roma — *Rivista di Artiglieria e Genio* — Annata XX, vol. I — 1903.

L'Elettricista — Anno XII, n. 4 — 1903.

Associazione elettrotecnica italiana — Atti, vol. 1-6, 1898 — 1902.

R. Accademia dei Lincei — Rendiconti, vol. XII, fasc. 6 — 1903.

Accademia romana pontificia dei nuovi Lincei—Memorie, vol. 19 e 20—1902-1903.

Sassari — *Studii sassaresi* — Anno II, sez. II, fasc. II — 1902.

Siena — *R. Accademia dei fisiocritici*—Atti, serie IV, vol. XIV, n. 1-10; Supplemento al fasc. 1-2 degli Atti — 1902.

Torino — *La rivista tecnica delle scienze, delle arti applicate all'industria e dell'insegnamento industriale* — Anno III, fasc. 3 — 1903.

Torino—*Reale Accademia delle scienze*—Atti, vol. XXXVII, disp. 1ª-7ª—1902-1903; Osservazioni meteorologiche fatte nell'anno 1902 all' Osservatorio della R. Università — 1903.

Verona — *Accademia d'agricoltura scienze lettere arti e commercio* — Atti e Memorie, Indici dei volumi I-LXXV, I, II e III serie — 1903.

PUBBLICAZIONI STRANIERE

Baltimore — *Johns Hopkins University Circulars*—Vol. XXII, n. 161—1903.

Berlin —*Botanisch. Verein der Provinz Brandenburg*—Verhandlungen, Jahrg. 44 — 1903.

Budapest — *K. Ung. geologisch. Anstalt.* — Jahresbericht für 1900 — 1902.

K. Ung. geologisch. Gesellschaft — Földtani Közlöny, XXXII Kötet, 10-12 Füzet — 1902.

Calcutta — *Geological Survey of India* — General report 1900-1901; Memoirs, vol. XXVII, part. 2; vol. XXXII, part. III; vol. XXXIV, part. II; vol. XXXV, part. I; Palaeontologia indica, new series, vol. II, n. 1; ser. XV, vol. I, part. 4; vol. II, part. I; ser. XVI, vol. I, part. 2-3 — 1897.

Cambridge — *The sub-mechanics of the universe by Osborne Reynold etc.* — 1903.

Dublin — *Royal Irish Academy* — Transactions, vol. XXXII, section B. part. II — 1903.

Genève — *Société helvétique de sciences naturelles* — Compte rendu des travaux, 85me session; Actes, 85me session — 1902.

Société de physique et d' Histoire naturelle — Mémoires, vol. 34, fasc. 3 — 1903.

Göttingen — *K. Gesellschaft der Wissenschaften* — Nachrichten, Math.-phys. Kl., 1902, Heft 6; 1903, Heft I — 1902.

Graz — *Naturwissenschaftlich. Verein für Steiermark*—Mittheilungen, Jahrg. 1901 — 1902.

Iowa — *University of Iowa* — Bulletin, vol. III — 1902.

Jena — *Medizinisch-naturwissenschaftlich. Gesellschaft*—Jenaische Zeitschrift für Naturwissenschaft, Band XXXVII, Heft IV — 1903.

Kiew — *Universitetskia Isvestia* (Notizie universitarie) — Vol. XLIII, n. 1-2— 1902.

Kobenhavn — *Académie royale des sciences et des lettres de Danemark*—Bulletin 1902, n. 6; 1903, n. 1 — 1903.

Nyt Tidsskrift for Matematik — A, 14 Aarg., n. 1 — 1903.

Krakowie — *Akademia Umiejetnosci* — Rozprawy — Serya II, Tom. XIX; Sprawozdanie Komisyi Fizyograficznej etc. — Tom. XXXVI — 1902.

Kristiania — *Archiv for Mathematik og Naturvidenskab* —Bind XXIV, Hefte 1-4 — 1901-1902.

La Haye — *Archives Néerlandaises des sciences exactes et naturelles* — Série II, tome VIII, 2e livr. — 1903.

Lancaster — *American mathematical Society* — Transactions, vol. 4, n. 2 — 1903.

Leipzig — *Archiv der Mathematik und Physik* — Band 5, 1-2 Heft — 1903.

London — *Royal Society* — Proceedings, vol. LXXI, n. 472-473; Philosophical transactions, series A, vol. 201, pp. 37-184 — 1903.

Nature — Vol. 67, n. 1742-1745 — 1903.

Mathematical Society — Proceedings, vol. XXXV, n. 795-800 — 1903.

Odessa — *Club alpin de Crimée* — Bulletin, n. 1-2 — 1903.

Paris — *Bibliothèque de l'École des hautes études* — Bulletin des sciences mathématiques, tome XXVII, Fevrier-Mars 1903. Tables des matières etc., tome XXVI — 1902.

Société d' encouragement pour l' industrie nationale — Compte rendu, n. 5; Annuaire pour l'année 1903; Bulletin, tome 104, n. 3 — 1903.

Société zoologique de France — Bulletin, tome XXVIII, n. 2 — 1903.

Académie des sciences — Comptes rendus hebdomadaires des séances, tom. CXXXVI, n. 11-14 — 1903.

Journal de l'anatomie et de la physiologie normales et pathologiques de l' homme et des animaux — Année XXXIX, n. 2 — 1903.

École normale supérieure — Annales scientifiques, tome XX, n. 3 — 1903.

Archives de neurologie — Vol. XV, n. 88 — 1903.

Journal de mathématiques pures et appliquées—Tome IX, fasc. 1 — 1903.

Prag — *K. K. Sternwart* — Definitive Resultate aus den Prager Polhöhen-Messungen von 1889 bis 1892 und von 1895 bis 1899 — 1903.

Upsala — K. Ahlenius, *Angermanälfvens Flodomräde* — 1903.

Urbana Ill. — *Illinois State Laboratory of natural history* — Bulletin, vol. V (1902); Biennial report of the Director for 1899-1900.

Wien — *K. Akademie der Wissenschaften-Mathemath.-naturwiss. Cl.* — Abtheilung I, Band CVIII, Heft I-X; Abth. II a, Band CVIII, Heft I-X; Abth. II b, Band CVIII, Heft I-X; Abth. III, Band CVIII, Heft I-X—1899; Abth. I, Band CIX, Heft I-VI; Abth. II a, Band CIX, Heft I-VII; Abth. II b, Band CIX, Heft I-VII; Abth. III, Band CIX, Heft I-VII — 1900; Denkschriften, Band LXVI, III Theil, Band LXVIII—1900; Almanach XLIX—1899.

Zürich — *Naturforschend. Gesellschaft* — Vierteljahrsschrift, Jahrgang 47. I und II Heft — 1902.

OPERE PRIVATE

Millosevich Elia, *Commemorazione del P. Angelo Secchi, letta nell'aula magna del Collegio romano* — Roma, 1903.

Petrilli Nestore, *Considerazioni agrarie sul piano di Capitanata* — Napoli, 1902.

Righi Augusto, *Sulla ionizzazione dell'aria prodotta da una punta elettrizzata* — Bologna, 1903.

Taramelli Torquato, *Di alcune sorgenti nella Garfagnana e presso Gorizia* — Milano, 1903.

RENDICONTO

DELL'ACCADEMIA

DELLE

SCIENZE FISICHE E MATEMATICHE

(SEZIONE DELLA SOCIETÀ REALE DI NAPOLI)

SERIE 3.ª — VOL. IX. — (Anno XLII)

Fascicolo 5° — Maggio 1903

INDICE

NAPOLI
TIPOGRAFIA DELLA REALE ACCADEMIA DELLE SCIENZE FIS. E MAT.
diretta da E. de Rubertis fu Michele

1903

Fascicolo 5° ANNO XLII. Maggio 1903.

RENDICONTO

DELLA R. ACCADEMIA

DELLE SCIENZE FISICHE E MATEMATICHE

Processo verbale dell' adunanza del dì 18 Aprile 1903.
Presiede il presidente E. Fergola.

Intervengono i socii ordinarii Capelli, Cesàro, della Valle, Delpino, de Martini, Fergola, Nicolucci, Oglialoro, Pinto, Siacci, Villari e Bassani.

Letto e approvato il verbale dell' ultima adunanza, il segretario presenta le pubblicazioni giunte in cambio e in dono, segnalando fra queste ultime quelle del socio Taramelli e del prof. Elia Millosevich.

Comunica in seguito una lettera del Ministero di Agricoltura, Industria e Commercio, che ringrazia per la serie dei Rendiconti mandata dall' Accademia e annunzia l' invio del *Catalogo* della sua Biblioteca.

Il socio Cesàro presenta, per l' inserzione nel Rendiconto, una sua Nota intitolata: *Per l' analisi intrinseca delle superficie rotonde.*

Processo verbale dell' adunanza del dì 2 Maggio 1903.
Presiede il presidente E. Fergola.

Intervengono i socii ordinarii Capelli, Cesàro, della Valle, del Pezzo, Delpino, de Martini, Fergola, Nicolucci, Oglialoro Paladino, Pinto, Villari, Bassani e il corrispondente Piutti.

Letto e approvato il verbale dell' ultima adunanza, il segretario presenta le pubblicazioni giunte in cambio e in dono, segnalando fra queste ultime quelle dei socii Pinto e Taramelli e il *Catalogo della Biblioteca del R. Ministero di Agricoltura, Industria e Commercio.*

Il socio Cesàro, a nome del collega Torelli, presenta una Nota

del dottor Michele Cipolla, intitolata: *Un metodo per la risoluzione della congruenza di 2° grado.*

Il socio della Valle ne presenta un' altra, del dott. Attilio Cerruti: *Contribuzioni per lo studio dell' Organo di Bidder nei Bufonidi.—I. Di una speciale penetrazione di ovuli in ovuli adiacenti nel Bufo vulgaris* Laur.

Il socio Piutti ne presenta una terza, del dottor Salvatore Gulli: *Azione della metilamina sull' anidride citraconica.*

Per la Nota del dottor Cipolla, il presidente incarica di esaminarla e di riferirne i socii Capelli, Cesàro e Torelli; per quella del dottor Cerruti, i socii della Valle, de Martini e Paladino; per l'altra del dottor Gulli, i socii Oglialoro, Piutti e Scacchi.

CONCORSO

Presso la Sezione di Medicina e Chirurgia del R. Istituto di Studj superiori pratici e di perfezionamento di Firenze è aperto il concorso al Premio Bufalini sul seguente tema:

« *Posta l' evidenza della necessità di assicurare al solo metodo spe-*
« *rimentale la verità e l'ordine di tutte le scienze, dimostrare in una pri-*
« *ma parte, quanto veramente sia da usarsi in ogni scientifico argomen-*
« *tare il metodo suddetto, ed in una seconda parte, quanto le singolari*
« *scienze se ne siano prevalso nel tempo trascorso dall'ultimo concorso fino*
« *ad ora* [1]*), e come possano esse ricondursi nella più fedele ed intiera os-*
« *servanza del metodo medesimo* ».

Il termine legale per la presentazione delle memorie scade nel dì trentuno dell' Ottobre 1904 a ore quindici.

La somma del premio è determinata in lire seimila. — Al tema, che è diviso in due parti, si potrà rispondere trattando di entrambe o di una soltanto: in quest' ultimo caso, peraltro, non si potrà aspirare che alla metà del premio.

[1]) L'ultimo concorso fu effettuato nel 1884.

Relazione *sulla Nota del dottor* M. Cipolla.

(Adunanza del dì 9 Maggio 1903)

Nei trattati, che più diffusamente si occupano di Teoria dei numeri, si trova ridotta la risoluzione della congruenza generale di 2° grado con modulo composto a quella della congruenza binomia di 2° grado con modulo primo; e poi per la risoluzione di questa si dà una formola risolutiva, se il modulo è della forma $4n+3$; ma se questo è della forma $4n+1$, invece di una formula di risoluzione, si forniscono, per pervenire alle radici, metodi molto laboriosi, e diversi fra loro, secondo che il modulo è della forma $8n+1$, o $8n+5$. Oltre a ciò si assegna un metodo fondato sulla teoria degl'indici, il quale presuppone, che si trovi costruita una tavola degl'indici rispetto al modulo della congruenza; ma ciò non s'avvera, per poco che questo modulo sia un numero grande.

In tre note pubblicate, una nei *Nachrichten* della Società delle scienze di Gottinga, e due nei *Rendiconti* dei Lincei, in epoca relativamente recente, cioè dal 1891 al 1893, il Prof. A. Tonelli colmò la lacuna derivante dalla mancanza di una formula risolutiva generale, e trovò non una, ma due di tali formule valevoli per qualsiasi forma del modulo, anzi anche quando il modulo è una potenza di un numero primo qualsiasi.

Questi risultati del Tonelli hanno certamente una notevole importanza teorica, e noi siamo ben contenti che il Cipolla abbia richiamato su di essi l'attenzione degli studiosi, giacchè sono sfuggiti nella compilazione di libri, in cui avrebbero potuto essere citati. Però la calcolazione degli elementi, che figurano nelle formole del Tonelli, se per alcune forme del modulo è agevole, per altre riesce ancora laboriosa, come l'autore stesso nelle sue note osservò.

Il Dottor Cipolla per una via totalmente diversa è giunto a delle nuove ed eleganti formole di risoluzione della congruenza binomia di 2° grado, valevoli per qualsiasi forma di un modulo primo. Nella nota in esame egli ne porge una dimostrazione semplicissima ed elementare. Sicchè le dette formole da per sè stesse meritano di essere conosciute, anche prescindendo dalla quistione se esse possano riuscire utili nei casi, in cui la calcolazione degli elementi, che compariscono nelle formole del Tonelli, richiede molti tentativi.

Le formole del Cipolla, come quelle del Tonelli, non segnano l'ultima tappa per la determinazione numerica delle radici, giacchè in esse compariscono potenze con esponenti, che possono essere estremamente elevati, ma certo segnano un passo verso la effettiva calcolazione.

Per tali ragioni noi opiniamo che la Nota del Dott. Cipolla sia degna di esser pubblicata nei Rendiconti.

A. Capelli
E. Cesàro
G. Torelli, *relatore.*

UN METODO PER LA RISOLUZIONE DELLA CONGRUENZA DI SECONDO GRADO; *Nota del dottor* **Michele Cipolla**, *a Palermo.*

(Adunanza del dì 2 Maggio 1903)

1. È noto che la congruenza di secondo grado

$$(1) \qquad z^2 \equiv q \pmod{p},$$

quando è possibile, e p è un numero primo della forma $4n+3$, ammette le soluzioni

$$(2) \qquad z \equiv \pm q^{\frac{p+1}{4}} \pmod{p}.$$

Se p è della forma $4n+1$, bisognerà distinguere due casi, secondo che è $p \equiv 5 \pmod{8}$, ovvero $\equiv 1 \pmod{8}$. Nel primo caso le soluzioni della congruenza sono

$$z \equiv \pm q^{\frac{p+3}{8}} \quad \text{se è} \quad q^{\frac{p-1}{4}} \equiv 1 \pmod{p}$$

e sono

$$z \equiv \pm 2^{\frac{p-1}{4}} q^{\frac{p+3}{8}} \quad \text{se è} \quad q^{\frac{p-1}{4}} \equiv -1 \pmod{p}.$$

In questo caso è stata anche assegnata un'unica formola di risoluzione dal Prof. Tonelli *):

$$(3) \qquad z \equiv \pm q^{\frac{p+3}{8}} \left(q^{\frac{p-1}{4}} + 3\right)^{\frac{p-1}{4}} \pmod{p}.$$

Ma se è $p \equiv 1 \pmod{8}$, non si conoscono formole di risoluzione e se non si possiede una tavola di indici per il numero p, non si sa risolvere la congruenza con metodi soddisfacenti. Bisognerà ricorrere ai tentativi, p. es. calcolando i resti rispetto a p dei quadrati dei numeri

$$1\,,\,2\,,\,3\,,\,\ldots\,,\,\frac{p-1}{2}\,,$$

finchè se ne ottenga uno congruo a q, ovvero ricercando un quadrato nella successione

$$q\,,\,q+p\,,\,q+2p\,,\,q+3p\,,\,\ldots$$

Un metodo più semplice è stato suggerito dal Prof. Tonelli nella

---

*) A. Tonelli, *Sulla risoluzione della congruenza* $z^2 \equiv c \pmod{p^\lambda}$. [Rendiconti della R. A. dei Lincei, s. 5, vol. I, 1° sem. (1892), pp. 116-120].

nota citata. L'Autore dimostra che, posto $p = 2^s\alpha + 1$, con α dispari, le radici della congruenza (1) possono mettersi sotto la forma

$$z \equiv \pm q^{\frac{\alpha+1}{2}} g^{\alpha\sigma} \qquad (\text{mod. } p) \tag{4}$$

dove g è un non residuo qualunque di p e σ un numero non superiore a $2^{s-1} - 1$, che verifica la congruenza

$$q^{\alpha} g^{2\alpha\sigma} \equiv 1 \qquad (\text{mod. } p).$$

Questo metodo ha bisogno della conoscenza di un non residuo g di p, e del calcolo dei residui dei numeri

$$q^{\alpha} \equiv a \ , \ g^{2\alpha} \equiv b \ , \ ab \ , \ ab^2 \ , \ \ldots$$

finchè si ottenga $ab^{\sigma} \equiv 1$ (mod. p).

In una successiva nota dallo stesso titolo *), il Tonelli dimostra che si possono stabilire le soluzioni della congruenza, non appena si conosca un numero k, il quale goda della proprietà che aumentato di 1 fornisca un residuo e diminuìto di 1 fornisca un non residuo. Questo numero sarà noto quando si sarà trovato un numero h, che esiste sempre nella serie

$$1 \ , 2 \ , \ldots , \ p - 1$$

compreso tra un residuo e un non residuo.

Le soluzioni possono allora mettersi sotto la forma:

$$x \equiv \pm v_0^{2\alpha^{s-2}} v_1^{2\alpha^{s-3}} \ldots v_{s-2}^{\alpha} q^{\frac{\alpha+1}{2}} \qquad (\text{mod. } p) \tag{5}$$

dove le v si determinano con le formole di ricorrenza

$$\left.\begin{array}{l} v_{s-2} \equiv q^{2^{s-2}\alpha} + k \\ v_{s-3} \equiv q^{2^{s-3}\alpha} v_{s-2}^{2^{s-2}\alpha} + k \\ \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \\ v_{s-h} \equiv q^{2^{s-h}\alpha} v_{s-2}^{2^{s-h+1}\alpha} \ldots v_{s-h+1}^{2^{s-2}\alpha} + k \end{array}\right\} (\text{mod. } p).$$

Le formole (4), (5) sono state trovate dall'Autore, come conseguenza di formole più generali per la congruenza di secondo grado rispetto alla

---

*) Rendiconti della R. A. dei Lincei, s. 5, vol. II, 1° sem. (1893), pp. 259 a 265.

potenza p^λ di un numero primo p. Inoltre il Tonelli dimostra una formola, la quale dà immediatamente le soluzioni della congruenza $z^2 \equiv q$ (mod. p^λ), quando si conoscano quelle della congruenza $z^2 \equiv q$ (mod. p), dimodochè ci si potrà limitare alla ricerca di quest' ultime, come faremo appunto nelle seguenti pagine.

Studiando la legge dei residui rispetto a un numero primo delle funzioni numeriche del second' ordine, la cui teoria fu istituita da E. Lucas, noi abbiamo rinvenuto un metodo che ci ha fornito le soluzioni anche in casi di moduli assai grandi, pei quali i metodi dianzi esposti o riuscirebbero di gran lunga laboriosi, o fornirebbero le soluzioni sotto una forma assai complicata.

Questo metodo, che sarà qui esposto in modo semplice e indipendente dal detto studio delle funzioni numeriche del second' ordine, richiede solamente la conoscenza di un non residuo di p nella successione

$$\text{(A)} \qquad -q\,,\; 1^2-q\,,\; 2^2-q\,,\;\ldots\,,\; \left(\frac{p-1}{2}\right)^2-q\,.$$

I tentativi non sono così completamente eliminati, ma nella maggior parte dei casi si riducono a pochissimi. Poichè noi dimostreremo che la successione (A) è costituita per una metà di non residui di p e precisamente essa contiene $\frac{p-1}{4}$ non residui di p, se p è della forma $4n+1$, e $\frac{p+1}{4}$ non residui, se p è della forma $4n+3$.

Cominceremo dunque con la dimostrazione di questo notevole teorema.

2. Sia p un numero primo dispari, e indichiamo con

$$r_1\,,\; r_2\,,\; r_3\,,\;\ldots\,,\; r_{\frac{p-1}{2}}$$

i residui quadratici di p, e con

$$n_1\,,\; n_2\,,\; n_3\,,\;\ldots\,,\; n_{\frac{p-1}{2}}$$

i non residui quadratici di p.

Si ha il seguente

TEOREMA. *Se* r, n *sono un residuo e un non residuo qualunque di* p, *allora*

1.° *nella successione*

$$\text{(1)} \qquad r+n_1\,,\; r+n_2\,,\;\ldots\,,\; r+n_{\frac{p-1}{2}}$$

si trovano $\left[\frac{p-1}{4}\right]$ *residui e altrettanti non residui di* p;

2.º *nella successione*

$$(2) \qquad n + r_1 \, , \; n + r_2 \, , \; \dots \, , \; n + r_{\frac{p-1}{2}}$$

si trovano $\left[\frac{p-1}{4}\right]$ *residui e altrettanti non residui di* p;

3.º *nella successione*

$$(3) \qquad r + r_1 \, , \; r + r_2 \, , \; r + r_{\frac{p-1}{2}}$$

si trovano $\left[\frac{p-2}{4}\right]$ *residui e* $\left[\frac{p+2}{4}\right]$ *non residui di* p;

4.º *nella successione*

$$(4) \qquad n + n_1 \, , \; n + n_2 \, , \; \dots \, , \; n + n_{\frac{p-1}{2}}$$

si trovano $\left[\frac{p+2}{4}\right]$ *residui e* $\left[\frac{p-2}{4}\right]$ *non residui di* p.

1.º I numeri ν_i determinati dalle congruenze

$$(B) \qquad n_i \nu_i \equiv r \quad (\text{mod. } p) \quad \left[i = 1, 2 \dots, \frac{p-1}{2}\right]$$

sono i non residui di p, onde la successione

$$(1') \qquad r + \nu_1 r \, , \; r + \nu_2 r \, , \; \dots \, , \; r + \nu_{\frac{p-1}{2}} r$$

dà i medesimi resti rispetto a p che la successione (1), salvo l'ordine dei termini.

Quindi si ha

$$\sum_{i=1}^{\frac{p-1}{2}} \left(\frac{r+n_i}{p}\right) = \sum_{i=1}^{\frac{p-1}{2}} \left(\frac{r+\nu_i r}{p}\right).$$

D'altra parte, in virtù della congruenza (B) risulta

$$\left(\frac{r+\nu_i r}{p}\right) = \left(\frac{n_i \nu_i + \nu_i r}{p}\right) = -\left(\frac{n_i + r}{p}\right)$$

quindi

$$\sum_{i=1}^{\frac{p-1}{2}} \left(\frac{r+n_i}{p}\right) = 0 .$$

Nella (1) esistono dunque tanti residui quanti non residui di p, e poichè non può esservi che un sol numero divisibile per p, il numero dei residui e quello dei non residui è uguale a $\left[\frac{p-1}{4}\right]$.

2.° Considerando i numeri ρ_i dati dalle congruenze

$$n_i \rho_i \equiv n \quad (\text{mod. } p) \quad \left[i = 1, 2, \ldots, \frac{p-1}{2}\right]$$

che sono tutti i residui di p, si osserverà che i resti dei numeri

$$(2') \qquad n + \rho_1 \,,\, n + \rho_2 \,,\, \ldots \,,\, n + \rho_{\frac{p-1}{2}}$$

sono, tranne l'ordine, quelli dei numeri (2).

Quindi si ha

$$\sum_{i=1}^{\frac{p-1}{2}} \left(\frac{n+r_i}{p}\right) = \sum_{i=1}^{\frac{p-1}{2}} \left(\frac{n+\rho_i}{p}\right) = \sum_{i=1}^{\frac{p-1}{2}} \left(\frac{n_i \rho_i + \rho_i}{p}\right) = \sum_{i=1}^{\frac{p-1}{2}} \left(\frac{n_i+1}{p}\right) = 0 \,,$$

per la prima parte del teorema ($r = 1$).

Nella successione (2) esistono dunque $\left[\frac{p-1}{4}\right]$ residui e altrettanti non residui di p.

3.° Indichiamo con R, N il numero dei residui e dei non residui di p, che si trovano nella (1). con R', N' i numeri analoghi per la (3).

Se $p = 4n + 1$, con facilissime considerazioni si stabiliscono le uguaglianze

$$\text{N} = \text{R} = \frac{p-1}{4} \quad , \quad 1 + \text{N}' + \text{R}' = \frac{p-1}{2} \quad , \quad \text{N} + \text{N}' = \frac{p-1}{2}$$

donde

$$\text{R}' = \frac{p-5}{4} \quad , \quad \text{N}' = \frac{p-1}{4} \,.$$

Se $p = 4n + 3$, si ha

$$\text{N} = \text{R} = \frac{p-3}{4} \quad , \quad \text{N}' + \text{R}' = \frac{p-1}{2} \quad , \quad \text{N} + \text{N}' = \frac{p-1}{2}$$

donde

$$\text{R}' = \frac{p-3}{4} \quad , \quad \text{N}' = \frac{p+1}{4} \,.$$

In entrambi i casi

$$\text{R}' = \left[\frac{p-2}{4}\right] \quad , \quad \text{N}' = \left[\frac{p+2}{4}\right] .$$

Con ragionamento analogo si dimostra la 4ª parte del teorema.

3. Dal teorema precedente segue che nella successione

$$\text{(A)} \qquad -q\ ,\ 1^2-q\ ,\ 2^2-q\ ,\ \ldots\ ,\ \left(\frac{p-1}{2}\right)^2-q$$

si trovano $\frac{p\mp1}{4}$ non residui di p, secondo che è $p\equiv\pm1$ (mod. 4).

Ciò posto la risoluzione della congruenza di secondo grado è fondata sul seguente

Teorema. *Se* k^2-q *è un non residuo di* p, *appartenente alla successione* (A), *le soluzioni della congruenza*

$$z^2\equiv q \qquad (\text{mod. } p)$$

sono

$$\text{(I)} \qquad \pm v_{\frac{p+1}{2}}\equiv\pm\frac{(k+\sqrt{k^2-q})^{\frac{p+1}{2}}+(k-\sqrt{k^2-q})^{\frac{p+1}{2}}}{2} \qquad (\text{mod. } p).$$

Infatti

$$4v^2_{\frac{p+1}{2}}\equiv(k+\sqrt{k^2-q})^{p+1}+(k-\sqrt{k^2-q})^{p+1}+2q^{\frac{p+1}{2}}\equiv$$

$$\equiv2\sum_{s=0}^{\frac{p+1}{2}}\binom{p+1}{2s}k^{p+1-2s}(k^2-q)^s+2q^{\frac{p+1}{2}}\equiv$$

$$\equiv2[k^{p+1}+(k^2-q)^{\frac{p+1}{2}}]+2q^{\frac{p+1}{2}}\equiv2[k^2-(k^2-q)]+2q\equiv$$

$$\equiv4q \qquad (\text{mod. } p).$$

Dunque

$$v^2_{\frac{p+1}{2}}\equiv q \qquad (\text{mod. } p).$$

Le soluzioni della congruenza possono anche ottenersi mediante quest'altro

Teorema. *Se* k^2-q *è un non residuo di* p, *appartenente alla successione* (A), *le soluzioni della congruenza*

$$z^2\equiv q \qquad (\text{mod. } p)$$

sono

$$\text{(II)} \qquad \pm u^2_{\frac{p-1}{2}}\equiv\pm\sqrt{q}\,\frac{(k+\sqrt{q})^{\frac{p-1}{2}}-(k-\sqrt{q})^{\frac{p-1}{2}}}{2}\ .$$

Infatti

$$u^2_{\frac{p-1}{2}} \equiv q \cdot \frac{1}{4}\left[(k+\sqrt{q})^{p-1}+(k-\sqrt{q})^{p-1}-2(k^2-q)^{\frac{p-1}{2}}\right] \equiv$$

$$\equiv q \cdot \frac{1}{2}\left[\sum_{s=0}^{\frac{p-1}{2}}\binom{p-1}{2s}k^{p-1-2s}q^s+1\right] \equiv q \cdot \frac{1}{2}\left[\sum_{s=0}^{\frac{p-1}{2}}(k^2)^{\frac{p-1}{2}-s}q^s+1\right] \equiv$$

$$\equiv q \cdot \frac{1}{2}\left(\frac{k^{p+1}-q^{\frac{p+1}{2}}}{k^2-q}+1\right) \equiv q \qquad (\text{mod. } p).$$

4. Se p è della forma $4n+3$, si può assumere $k=0$, perchè $-q$ è un non residuo di p. Si ottengono allora, applicando l'uno o l'altro dei teoremi precedenti le note soluzioni

$$z \equiv \pm q^{\frac{p+1}{4}} \qquad (\text{mod. } p).$$

5. Posto

$$V_n = (k+\sqrt{k^2-q})^n + (k-\sqrt{k^2-q})^n ,$$

che è un numero pari, si può facilmente dimostrare che, indicando con v_n il minimo resto di $\frac{1}{2} V_n$, si hanno le formole

$$v_n \equiv 2kv_{n-1} - qv_{n-2} \qquad (\text{mod. } p)$$

$$v_{2n} \equiv 2v_n^2 - q_n \qquad (\text{mod. } p)$$

con le ipotesi iniziali $v_0 = 1$, $v_1 = k$; con queste formole possono calcolarsi le radici $\pm v_{\frac{p+1}{2}}$ della congruenza.

Se invece si pone

$$U_n = \frac{(k+\sqrt{q})^n - (k-\sqrt{q})^n}{2\sqrt{q}}$$

e

$$u_n \equiv qU_n \qquad (\text{mod. } p)$$

si dimostra facilmente che i numeri u_n possono ottenersi per ricorrenza con la formola

$$u_n \equiv 2ku_{n-1} - qu_{n-2} \qquad (\text{mod. } p)$$

e le posizioni iniziali $u_0 \equiv 0$, $u_1 \equiv p$ (mod. p). Questa formola serve al calcolo delle radici $\pm u_{\frac{p-1}{2}}$ della congruenza.

6. Diamo ora alcuni esempi con moduli primi della forma $8n+1$.

Esempio 1.° Sia da risolvere la congruenza

$$z^2 \equiv 775 \qquad (\text{mod. } 1289).$$

Si scelga un non residuo di 1289 nella successione

$$1-775 \ , \ 4-775 \ , \ 9-775 \ , \ \ldots \ , \ 644^2-775.$$

Si trova subito che $1-775=-774$ è un non residuo di 1289. Dunque le soluzioni sono

$$\pm v_{645} \equiv \pm \frac{(1+\sqrt{-774})^{645}+(1-\sqrt{-774})^{645}}{2} \qquad (\text{mod. } 1289)$$

o applicando il secondo teorema

$$\pm u_{644} \equiv \pm \sqrt{775}\ \frac{(1+\sqrt{775})^{644}-(1-\sqrt{775})^{644}}{2} \qquad (\text{mod. } 1289).$$

Si calcolano i minimi resti con le formole

$$\left.\begin{array}{l} v_n \equiv 2v_{n-1}-775v_{n-2} \\ u_n \equiv 2u_{n-1}-775v_{n-2} \end{array}\right. \qquad (\text{mod. } 1289)$$

$(v_0=1 \ , \ v_1=1 \ , \ u_0=0 \ , \ u_1=775)$.

Esempio 2.° Sia da risolvere la congruenza

$$z^2 \equiv 4233 \qquad (\text{mod. } 5641).$$

Poichè $2^2-4233=-4229$ è un non residuo di 5641, le soluzioni sono

$$\pm v_{2821} \equiv \pm \frac{(2+\sqrt{-4229})^{2821}+(2-\sqrt{-4229})^{2821}}{2} \qquad (\text{mod. } 5641)$$

o anche

$$\pm u_{2820} \equiv \pm \sqrt{4233}\ \frac{(2+\sqrt{4233})^{2820}+(2-\sqrt{4233})^{2820}}{2} \qquad (\text{mod. } 5641).$$

Esempio 3.° Sia da risolvere la congruenza

$$z^2 \equiv 5640 \qquad (\text{mod. } 5953).$$

Poichè $5640=4.1410$, posto $k=2k'$, basterà cercare un non residuo di 5953 della forma k'^2-1410, si ottiene un non residuo per $k'=4$, cioè -1394. Dunque le soluzioni sono

$$\pm v_{2977} \equiv \pm 2^{2976}\left[(4+\sqrt{-1394})^{2977}+(4-\sqrt{-1394})^{2977}\right]$$

ovvero

$$\pm u_{2976} \equiv \pm 2^{2976} [(4+\sqrt{1410})^{2976} - (4-\sqrt{1410})^{2976}] .$$

Esempio 4.° Sia da risolvere la congruenza

$$z^2 \equiv -16711 \qquad (\text{mod. } 61681).$$

Si ha

$$\left(\frac{1+16711}{61681}\right) = 1 \quad , \quad \left(\frac{16711+4}{61681}\right) = -1 .$$

Si può assumere dunque $k=2$ e però le soluzioni sono

$$\pm v_{30841} \equiv \pm \frac{(2+\sqrt{16715})^{30841} + (2-\sqrt{16715})^{30841}}{2} \qquad (\text{mod. } 61681)$$

o anche

$$\pm u_{30840} \equiv \pm \sqrt{-16711} \frac{(2+\sqrt{-16711})^{30840} - (2-\sqrt{-16711})^{30840}}{2} \qquad (\text{mod. } 61681).$$

7. Dato q, si può fissare k e assegnare le classi dei numeri primi pei quali q è residuo e k^2-q è un non residuo di p. Si ottengono allora le formole di risoluzione della congruenza

$$z^2 \equiv q \qquad (\text{mod. } p)$$

per tutti i numeri primi p appartenenti a quelle classi.

Così, se $q=3$, si può scegliere $k=1$, e poichè 3 e $1^2-3=-2$ sono rispettivamente un residuo e un non residuo di tutti i numeri primi della forma $24n+13$, $24n+23$, rispetto a questi numeri primi la congruenza

$$z^2 \equiv 3 \qquad (\text{mod. } p)$$

ammette le soluzioni

$$\pm v_{\frac{p+1}{2}} \equiv \frac{(1+\sqrt{-2})^{\frac{p+1}{2}} + (1-\sqrt{-2})^{\frac{p+1}{2}}}{2} \qquad (\text{mod. } p)$$

ovvero

$$\pm u_{\frac{p-1}{2}} \equiv \pm \sqrt{3} \frac{(1+\sqrt{3})^{\frac{p-1}{2}} - (1-\sqrt{3})^{\frac{p-1}{2}}}{2} \qquad (\text{mod. } p).$$

Se $q=-2$, e si prende $k=1$, poichè $-2, 3$ sono rispettivamente residuo o non residuo di tutti i numeri primi p della forma $24n+17$, $24n+19$, le soluzioni della congruenza

$$z^2 \equiv -2 \qquad (\text{mod. } p)$$

pei detti numeri p sono

$$\pm v_{\frac{p+1}{2}} \equiv \pm \frac{(1+\sqrt{3})^{\frac{p+1}{2}} + (1-\sqrt{3})^{\frac{p+1}{2}}}{2} \quad (\text{mod. } p)$$

ovvero

$$\pm u_{\frac{p-1}{2}} \equiv \pm \frac{(1+\sqrt{-2})^{\frac{p-1}{2}} - (1-\sqrt{-2})^{\frac{p-1}{2}}}{2} \quad (\text{mod. } p).$$

Crediamo che gli esempii dati e questi pochi cenni bastino a dimostrare l'utilità del nostro metodo.

Relazione *sulla Memoria del dottor* Attilio Cerruti.

Adunanza del dì 9 Maggio 1903)

Studiando l'*organo di Bidder* dei Bufonidi il dottor Attilio Cerruti richiama l'attenzione su di un nuovo speciale processo di degenerazione degli ovuli da lui osservato nel *Bufo vulgaris*. La degenerazione è preceduta dalla migrazione di un ovulo nell'ovulo adiacente; e può avvenire tanto fra due elementi quanto fra più, e successivamente.

La Commissione trova opportuno che queste osservazioni siano conosciute dagli studiosi, e perciò propone che la Memoria del dott. Cerruti, con la tavola che l'accompagna, sia accolta e pubblicata negli *Atti*.

A. de Martini
G. Paladino
A. della Valle, *relatore*.

Contribuzioni per lo studio dell'Organo di Bidder nei Bufonidi.—I. Di una speciale penetrazione di ovuli in ovuli adiacenti nel *Bufo vulgaris* Laur.; *Memoria del dottor* Attilio Cerruti.

(Adunanza del dì 2 Maggio 1903) — (Sunto dell'Autore)

Nella presente Memoria studio un singolare fenomeno che ho osservato nell'*organo di Bidder* del *Bufo vulgaris* Laur. maschio. Degli ovuli che nel suddetto organo si trovano, alcuni hanno lo strano carattere di penetrare negli ovuli vicini. Risultato finale di tale penetrazione, che può avvenire non solo fra due ovuli, ma ancora, e consecutivamente, fra molti, è la distruzione degli elementi interessati, per causa delle profonde alterazioni che in essi si manifestano.

Rapporto *sulla Nota del dottor* Salvatore Gulli.

(Adunanza del dì 9 Maggio 1903)

Il Dottor Salvatore Gulli ha presentato un lavoro dal titolo: *Azione della metilammina sull'anidride citraconica*, il quale, come altri già pubblicati nei Rendiconti dell'Accademia, è un contributo alla reazione di ammidazione degli acidi bibasici non saturi.

La vostra commissione ne propone l'inserzione nei Rendiconti.

A. Oglialoro
E. Scacchi
A. Piutti, *relatore*.

Azione della Metilammina sull'Anidride Citraconica; *Nota del dottor* Salvatore Gulli.

(Adunanza del dì 2 Maggio 1903)

Onde continuare lo studio già da tempo intrapreso dal Prof. Piutti sull'azione dell'ammoniaca e delle ammine sulle anidridi di acidi bibasici fui da Lui incaricato di studiare l'azione della metilammina sull'anidride citraconica specialmente allo scopo di ottenere una metilasparagina in cui il metile sostituisse un atomo di idrogeno del gruppo aminico.

I molti tentativi fatti incominciando col mettermi nelle stesse condizioni in cui operò il Prof. Piutti, effettuando cioè la reazione in tubo chiuso da 105° a 110°, o facendo gorgogliare la metilammina in una soluzione benzolica di anidride, riuscirono infruttuosi, perciò volli tentare se a freddo, come nel caso osservato dallo stesso Prof. Piutti della etilammina sull'anidride maleica [1]), avessi potuto ottenere l'introduzione del gruppo amminico nell'anidride citraconica, e se dal prodotto della reazione mi fosse riuscito di isolare e purificare l'acido ammidato una volta formato.

Reazione in tubo chiuso a 105°-110° tra anidride citraconica e metilammina.

Scaldando in un tubo chiuso da 105° a 110° molecole uguali di metilammina [2]) e di anidride citraconica, entrambe in soluzione alcoolica, si ottenne un prodotto, che liberato dal solvente per distillazione, si presentò come una massa sciropposa incristallizzabile.

---

[1]) Gazzetta Chimica XXVII, 1, 147.

[2]) Il *cloridrato di metilammina* venne preparato nel modo seguente: parti 2 di formolo e parti 1 di cloruro ammonico, si riscaldarono a ricadere a bagno

La soluzione acquosa calda, discioglieva a caldo copiosamente l'ossido di rame di Peligot colorandosi in azzurro; ma tutti i tentativi fatti per isolare l'ammino acido, che indubbiamente si era formato, mediante il suo sale di rame, riuscirono vani, poichè questo o si riduceva o rimaneva sotto forma sciropposa incristallizzabile.

Reazione tra la metilammina e l'anidride citraconica in soluzioni benzoliche.

Versando goccia a goccia una soluzione di metilammina in benzolo anidro sull'anidride citraconica, pur essa in soluzione benzolica, si ottenne una sostanza vischiosa che man mano si separò con sviluppo di calore.

Questa sostanza, cristallizzata dall'alcool assoluto, si presentava in aghi bianchi deliquescenti, di sapore dolciastro fusibili a 114°-116°. È solubile in acqua, alcool, etere, etere acetico ed acido acetico.

L'analisi fornì i seguenti risultati:

I. Sostanza = gr. 0,1902 dettero: gr. 0,3498 di CO_2 e gr. 0,1114 d H_2O.

II. Sostanza = gr. 0,1838 dettero: gr. 0,3361 di CO_2 e gr. 0,1101 di H_2O.

Ossia in 100 parti:

	Trovato		Calcolato per $C_6H_9O_3N$
	I	II	
C	50,15	49,69	C 50,34
H	6,46	6,09	H 6,29

La determinazione di azoto fatta col metodo Kjeldahl dette i risultati seguenti:

I. Sostanza = gr. 0,1890 dettero: gr. 0,0219 di ammoniaca.

II. Sostanza = gr. 0,1819 dettero: gr. 0,0206 di ammoniaca.

Ossia in 100 parti:

	Trovato		Calcolato
	I	II	
N	9,52	9,63	9,79

---

maria a 40° circa. Dal prodotto della reazione si distillò l'aldeide metilica ed il residuo si concentrò a bagno maria e poi nel vuoto. Si ottenne così una miscela di cloruro ammonico e cloridrato di metilammina. Estratto quest'ultimo con alcool assoluto cristallizzò da esso in grandi lamine. Da gr. 250 di formolo al 40 % si ottennero gr. 56 di cloridrato di metilammina puro.

Determinazione acidimetrica.

Sostanza = gr. 0,2532 richiesero cm.³ 17 5 di NaOH $\frac{N}{10}$ (Indicatore: fenolftaleina).

Ossia in 100 parti:

Trovato	Calcolato per NaOH occorrente per $C_6H_9NO_3$
27,64	27,94

La soluzione di questa sostanza ha reazione acida, non scioglie in azzurro l'ossido di rame di Peligot, nè colora in rosso il cloruro ferrico.

Con potassa acquosa concentrata svolge metilammina e dà il sale potassico dell'acido citraconico.

I suoi sali di bario, di piombo e di mercurio sono insolubili nell'acqua; quello di calcio invece si scioglie.

Azione del bromo sulla sostanza 114°-116°.

La soluzione della sostanza in acido acetico glaciale riscaldata a 100° in tubo chiuso con circa due molecole di bromo, fornì un composto bromurato che cristallizzò in piccoli aghi deliquescenti, solubili in acqua ed in acido acetico.

La determinazione del bromo fatta col metodo Piria-Schiff, dette i risultati seguenti:

Sostanza = gr. 0,1538

$AgNO_3$ $\frac{N}{10}$ impiegato = cm.³ 11,25

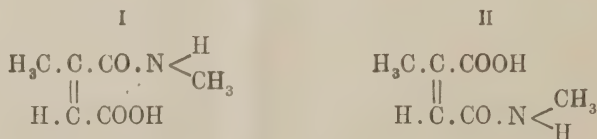
	Trovato	Calcolato per $C_6H_9O_3NBr_2$
Br	53,05	52,80

Dalle analisi eseguite, dai prodotti di scomposizione ottenuti con la potassa e dal derivato bromurato che fornisce la sostanza fusibile da 114° ai 116°, ricavato nella reazione fra la metilammina e l'anidride citraconica in soluzione benzolica, mi credo autorizzato a ritenerla come un'ammide sostituita dell'acido citraconico e precisamente come l'*acido metilcitraconammico* al quale si possono assegnare le due seguenti formole di struttura:

I

$$\begin{matrix} H_3C.C.CO.N\!<^{H}_{CH_3} \\ \| \\ H.C.COOH \end{matrix}$$

II

$$\begin{matrix} H_3C.C.COOH \\ \| \\ H.C.CO.N\!<^{CH_3}_{H} \end{matrix}$$

senza che però sia possibile, per ora, decidere a quale delle due corrisponda.

Dalle acque madri benzoliche della preparazione dell' acido metilcitraconammico si separarono col tempo dei piccoli cristalli setacei solubili in acqua con reazione acida, fondenti tra 120°-122°.

Questa sostanza trattata con ossido di magnesio svolse a freddo, metilammina, ciò che fa supporre che essa non sia altro che il sale acido di metilammina dell'acido citraconico:

$$C_3H_4 < \begin{matrix} COONH.CH_3 \\ COOH \end{matrix} .$$

Infatti la determinazione di azoto fatta col metodo di Kjeldahl dette questi risultati:

Sostanza = gr. 0,1806 dettero: gr. 0,0194 di ammoniaca

	Trovato	Calcolato per $C_6H_9O_4N$
N	8,31	8,80

Col nitrato di argento dà per doppia decomposizione un sale che cristallizza dall'acqua bollente in piccole lamine.

La determinazione dell'argento fornì questi risultati:

Sostanza = gr. 0,1089 calcinati dettero: gr. 0,0468 di argento

Trovato	Calcolato per $C_6H_8O_3NAg$
42,97	43,20

CONCLUSIONE

Dalle esperienze che qui ho riferito risulta adunque che nella reazione tra la metilammina e l'acido citraconico in soluzione benzolica si formano due sostanze; cioè:

I. l'*acido metilcitraconammico* fusibile da 114° a 116°.

II. il *citraconato acido di metilammina* fusibile da 120° a 122°.

L'*acido metilamminometilaspartico*, che probabilmente si forma nella reazione in tubo chiuso, non ho potuto separarlo poichè il suo sale di rame non cristallizza e facilmente si riduce col calore nei vari tentativi fatti per isolarlo dagli altri prodotti.

Napoli, Istituto chimico-farmaceutico della R. Università.

*

Osservazioni Meteoriche

FATTE NEL R. OSSERVATORIO DI CAPODIMONTE

Maggio 1903

Latitudine. . 40°52′ N.
Longitudine . 14 15 E. da Greenwich.
Altitudine. . 149^m sul mare

Giorni del mese	Pressione a 0° millimetri: 700 +				Temperatura centigrada						Umidità assoluta in mm.				Umidità relativa in cent.				Quantità delle nubi			Vento Direzione			Vento Velocità oraria in chilom.			Pioggia nelle 24 ore in mill.	Evaporazione nelle 24 ore in mill.
	9^h	15^h	21^h	Medio diurno	9^h	15^h	21^h	Min.	Mass.	Medio diurno	9^h	15^h	21^h	Medio diurno	9^h	15^h	21^h	Medio diurno	9^h	15^h	21^h	9^h	15^h	21^h	9^h	15^h	21^h		
1	46.7	45.5	43.8	45.33	16.4	21.1	18.4	11.8	21.6	17.05	8.2	8.0	7.9	8.03	59	43	50	50.7	9	6	0	NW	SW	N	1	6	0	0.2	1.7
2	39.1	39.9	41.9	40.30	18.1	11.4	10.7	10.6	18.6	14.50	7.8	9.2	8.1	8.37	51	92	85	76.0	10	10	10	ESE	WSW	SE	3	14	3	9.4	4.6
3	42.7	43.7	44.0	43.47	12.4	12.2	11.2	10.1	14.2	11.97	8.6	9.1	8.4	8.70	86	87	85	84.0	10	10	0	SW	SW	S	1	7	1	21.2	1.1
4	44.2	43.3	42.7	43.40	14.3	17.1	14.2	10.0	17.2	13.93	8.3	9.9	9.0	9.07	68	68	75	70.3	6	0	8	S	W	W	1	1	0	—	0.7
5	44.7	45.6	47.5	45.93	16.0	19.0	13.8	13.4	19.2	15.60	11.0	10.0	10.2	10.40	81	61	87	76.3	7	0	0	SW	WSW	SW	3	3	0	—	1.6
6	47.1	46.6	45.2	46.30	18.4	23.8	21.7	12.3	24.5	19.22	7.5	8.8	8.9	8.40	48	40	46	41.7	0	0	10	N	WNW	SW	1	3	4	—	1.8
7	44.0	44.2	45.5	44.57	23.0	19.0	16.3	16.0	25.0	20.08	10.5	11.3	11.1	10.97	50	69	80	66.3	0	0	0	N	WNW	N	1	14	0	—	5.1
8	44.7	43.2	46.8	44.90	21.2	24.3	16.1	15.4	24.3	19.25	9.8	9.1	9.7	9.53	53	40	71	54.7	0	0	0	W	SW	SW	0	1	1	—	2.8
9	50.4	52.0	51.8	51.40	16.7	18.3	14.0	13.3	18.7	15.67	8.5	9.6	8.6	8.90	60	61	73	64.7	2	3	0	N	S	SW	6	11	0	—	2.2
10	51.7	51.3	50.9	51.30	16.1	17.1	14.8	11.8	17.0	15.08	9.5	9.9	10.1	9.83	70	68	81	73.0	3	2	3	WNW	SW	W	4	6	3	—	2.2
11	50.4	49.0	47.2	48.87	18.0	20.9	17.5	12.3	21.9	17.42	8.1	8.4	8.7	8.40	53	46	59	52.7	0	2	0	SE	SW	W	0	3	6	—	1.7
12	44.8	44.4	43.8	44.33	22.9	19.9	16.8	17.2	21.0	20.23	6.9	9.9	8.8	8.53	34	57	63	51.3	4	10	0	S	SW	NW	1	10	0	—	3.8
13	43.7	45.3	48.1	45.70	18.7	19.2	16.2	15.1	21.4	17.85	10.6	11.3	10.8	10.90	66	68	79	71.0	10	10	10	E	SW	SW	0	2	1	—	4.2
14	52.2	44.1	55.3	50.53	17.5	18.4	14.7	14.0	19.4	16.40	10.1	9.6	9.6	9.77	68	61	77	68.7	10	2	0	W	SW	W	0	6	0	—	1.7
15	54.8	53.8	54.4	54.33	17.2	18.8	14.6	12.8	19.7	16.07	10.2	9.7	8.5	9.47	70	60	69	66.3	10	2	0	N	SW	WSW	0	14	14	—	1.5
16	54.4	48.8	54.6	52.60	15.2	17.9	14.1	12.4	18.4	15.03	8.1	8.1	9.1	8.43	63	53	76	64.0	2	0	0	W	W	WSW	11	19	0	—	2.9
17	54.8	53.6	52.6	53.67	16.7	17.9	14.2	12.0	18.5	15.35	9.7	10.2	9.2	9.70	69	67	77	71.0	8	5	0	S	W	SW	0	3	1	—	2.3
18	51.2	50.9	50.1	50.73	16.5	17.1	14.8	12.4	19.0	15.67	9.4	10.2	9.9	9.83	68	70	80	72.7	5	6	0	SW	SW	SW	3	7	5	—	1.6
19	48.3	46.8	47.5	47.53	16.7	21.0	16.2	11.9	21.5	16.58	9.9	9.9	7.5	9.10	69	54	55	59.3	6	1	0	N	SW	W	0	1	3	—	1.4
20	46.1	46.2	48.1	46.80	16.9	24.8	18.7	14.9	24.9	18.85	8.6	9.2	9.6	9.13	50	40	60	50.0	2	1	0	N	SW	NE	4	5	2	—	2.9
21	50.4	50.4	52.5	51.10	20.9	24.3	19.0	15.2	24.7	19.95	7.3	9.1	7.1	7.83	40	40	44	41.3	0	1	0	ENE	SW	E	2	7	0	—	4.2
22	53.5	52.7	53.6	53.27	21.2	25.0	19.3	16.3	25.1	20.47	6.4	8.6	5.9	6.97	34	36	36	35.3	0	0	0	NE	W	E	1	4	0	—	5.4
23	53.1	51.2	51.7	52.00	21.4	22.5	18.3	17.0	23.9	20.15	7.5	7.4	8.5	7.80	40	37	54	43.7	0	0	0	E	W	W	0	24	0	—	5.8
24	51.3	50.5	51.1	50.97	22.3	24.0	17.7	16.9	24.9	20.45	7.4	8.1	9.4	8.30	36	36	62	44.7	0	9	0	E	E	NE	3	1	0	0.5	5.8
25	51.2	49.7	49.8	50.23	21.9	24.3	18.2	16.3	24.5	20.23	7.9	9.1	8.3	8.43	41	40	54	45.0	0	1	0	E	SW	NW	0	10	0	—	4.4
26	48.0	47.1	46.5	47.20	20.9	18.0	17.2	16.5	23.7	19.57	10.3	10.9	11.4	10.87	55	71	58	61.3	0	8	0	N	NW	NW	0	4	0	—	4.0
27	46.5	46.1	46.9	46.50	21.4	25.0	19.6	15.7	25.1	20.45	6.1	8.0	8.4	7.50	32	34	49	38.3	0	0	0	N	SW	NE	0	6	1	—	3.4
28	46.7	46.0	46.5	46.40	20.9	25.8	20.0	17.0	26.0	20.98	8.3	8.3	7.9	8.17	45	34	45	41.3	4	0	0	NE	SW	WSW	4	7	4	—	4.7
29	45.3	45.3	42.7	44.43	22.2	26.1	20.1	16.4	27.7	21.60	7.2	8.9	8.8	8.30	36	36	50	40.7	0	0	0	NNE	SW	N	4	1	3	—	5.4
30	41.4	41.0	42.3	41.57	21.6	23.4	19.2	16.2	23.7	20.18	10.6	11.4	12.8	11.60	55	53	77	61.7	2	9	7	NE	NE	E	0	1	0	—	5.7
31	44.3	44.8	46.4	45.17	21.8	22.7	18.5	16.4	23.8	20.12	11.2	14.1	12.5	12.60	58	69	79	68.7	0	7	0	S	SW	NE	0	1	0	—	5.1
Medi mens	47.99	47.19	48.12	47.77	18.88	20.65	16.65	14.18	22.02	17.93	8.76	9.53	9.18	9.16	54.9	54.5	65.7	58.4	3.5	3.4	1.5							somma 31.3	somma 101.7

CATALOGO

DELLE PUBBLICAZIONI PERVENUTE ALL'ACCADEMIA

dal 19 Aprile al 9 Maggio 1903

PUBBLICAZIONI ITALIANE

Catania — *Accademia Gioenia* — Bollettino delle sedute, fasc. LXXV (1902)— 1903.

Firenze — *Rivista scientifico-industriale* — Anno XXXV, n. 5 — 1903.

Società entomologica italiana—Bullettino, anno XXXIV, trim. IV (1902)— 1903.

Biblioteca nazionale centrale — Bollettino delle pubblicazioni italiane, n. 28; indice alfabetico delle opere, n. 5-6 — 1903.

Genova — *Società ligustica di scienze naturali e geografiche*—Atti, vol. XIII, n. 4 — 1902.

Livorno — *Periodico di matematica per l' insegnamento secondario* — Supplemento, Anno VI, fasc. VI — 1903.

Milano — *R. Istituto lombardo di scienze e lettere* — Rendiconti, serie II, vol. XXXVI, fasc. VII-VIII — 1903.

Palermo — *Circolo matematico* — Rendiconti, tomo XVII, fasc. I-III — 1903.

Pavia — *Rivista di fisica, matematica e scienze naturali* — Anno 4, n. 40 — 1903.

Roma — *Ministero di agricoltura, industria e commercio* — Catalogo della biblioteca 1889, Supplemento I, II e III (fino a 31 Ottobre 1902).

R. Accademia dei Lincei — Rendiconti, vol. XII, fasc. 7 — 1903.

L'Elettricista — Anno XII, n. 5 — 1903.

Venezia — *Reale Istituto veneto di scienze, lettere ed arti* — Atti, tomo LXII, disp. 4-5 — 1903.

PUBBLICAZIONI STRANIERE

Baltimore — *Johns Hopkins university circulars* —Vol. XXII, n. 162 — 1903.

Batavia — *Regenwaarnemingen in Nederlandsch-Indië* — Drie en Twintigste Jaargang 1901 — 1902.

Boston — *American Academy of arts and sciences*—Proceedings, vol. XXXVIII, n. 4 — 1902.

Boulder — *University of Colorado* — Bulletin, vol. 2, n. 4 — 1902.

Cracovie — *Académie des sciences* — Bulletin international, n. 2 — 1903.

Granville, Ohio — *Scientific laboratories of Denison University*—Bulletin, vol. XII, art. I-IV — 1902.

Halifax — *Nova Scotian Institute of science* — Proceedings and Transactions, vol. X, part. 3 — 1902.

Leiden — *Sternwart. in Leiden* — Annalen, Band 8; Untersuchungen über den Lichtwechsel Algols; Catalogus van de Boeken Aanwezig in the Bibliotheck der Sterrenwacht te Leiden — 1902.

London — *The Linnean Society*—Journal, Botany, vol. XXXVI, n. 250 —1903.

Nature — Vol. 67, n. 1746-1748 — 1903.

Royal astronomical Society — Monthly notices, vol. LXIII, n. 5 — 1903.

Royal Society — Proceedings, vol. LXXI, n. 474 — 1903.

Mexico — *Observatorio meteorológico magnético central* — Boletin mensual, n. 1 — 1902.

Observatorio meteorológico central — Boletin mensual, n. 11-12 — 1902.

Instituto geológico — Boletin, n. 16 — 1902.

Minneapolis — *Geological and natural History Survey of Minnesota* — Minnesota Botanical studies, Third series, part. I — 1903.

Montpellier — *Académie des sciences et lettres* — Mémoires de la section des sciences, 2e série, tome III, n. 2 — 1902.

Oberlin, Ohio — *Oberlin College* — The Wilson bulletin, n. 42 — 1903.

Paris — *Société d'anthropologie* — Bulletins et Mémoires, tom. II (3e série), n. 3; Ve série, tom. III, n. 2-4 — 1902.

Bureau des longitudes — Connaissance des temps ou des mouvements célestes etc. pour l'an 1905 — 1902.

Académie des sciences — Comptes rendus hebdomadaires des séances, tome CXXXVI, n. 15-17 — Tables, tome 85me — 1903.

Société zoologique — Mémoires, tome XV, 3e et 4e parties — 1902.

Société d' encouragement pour l' industrie nationale — Compte rendu, n. 6-7 — 1903.

Société mathématique de France — Bulletin, tome XXXI, fasc. I — 1903.

Archives de neurologie — Vol. XV, n. 89 — 1903.

Philadelphia — *Academy of natural sciences* — Proceedings, vol. LIV, part. II — 1902.

Stockholm — *Académie royale des sciences de Suède* — Ny Följd, Bd. 35; Observations météorologiques, 2e série, vol. 25-27 (1897-1899); Oefversigt, Arg. 58-59; Bihang, Bd.27, Afdelning I-IV; Accessions-Katalog, 15-16 — 1901-1902.

Acta mathematica — Journal, 27 — 1903.

Utrecht — *Risks Universiteit — Proefschriften ter verkrisging van den graad van Doctor:*

1. Carp Iacob A., *Combinatorische Configuraties in Meerdimensionale Ruimten* — 1902.
2. Couvée H., *De Oorzaak van den Dood na het Wegnemen der Nieren* — 1902.
3. Franke H. J. I. B., *De uterus van Cercocebus cymamolgos etc.* — 1902.
4. Hartog Cornelius M., *De klinische Beteekenis van de Bewegelijkheid etc.* — 1901.
5. Helwig P. I., *Over een algemeen Gemäddelde en de Integralen etc.* — 1901.
6. Höfer Eduard, *Over het ontstaan der Elastieke Vezels* — 1902.

7. Leignes Bakhoven Lucas, *Over de afscheiding van Oxaalzuur* — 1902.
8. Middelveld Wiersen W., *Bijdrage tot de bepaling van Alcohol in Maaginhoud* — 1902.
9. Maltzer J. S. P., *Bijdrage tot de kennis der Tubamenstruatie* — 1902.
10. Van der Nagel B. C., *Onderzoekingen over virulentie-ofsrvekking bij saprophytische bacteriën* — 1902.
11. Nierstrasz Hugo F., *The solenogastres of the Sibega-Expedition* — 1902.
12. Nugteren G. K., *Rationale Ruimtekrommen van de wyfde Orde* — 1901.
13. Oudenampsen J., *Bijdrage tot de kennis van Melia Azedarach L.* — 1902.
14. Rochat Guillaume Fr., *Bijdrage tot de kennis van het werkzame bestanddeel der Ricine* — 1902.
15. Schut Johan, *Over het afsterven van Bacteriën bij Koken onder lage drukking* — 1902.
16. Terneden L. J., *Een Dilatometer voor kleine voorverpen bij hooge temperaturen* — 1901.
17. Wesselink Jan H., *Over prognose en therapie der baring bij het algemeen etc.* — 1901.

Washington — *Smithsonian Institution* — Annual report 1901 — 1902.

Wien — *K. Akademie der Wissenschaften* — Math.-naturwiss. Classe-Denkschriften, Band LXIX, LXX und LXXIII; Sitzungsberichte, Abth. I, Bd. CX, Heft I-X; Bd. CXI, Heft I-III; Abth. II *a*, Bd. CX, Heft IV-X; Bd. CXI, Heft I-IV; Abth. II *b*, Bd. CX, Heft II-X; Bd. CXI, Heft I-III; Abth. III, Bd. CX, Heft I-X; Mittheilungen, Neue Folge, n. I-IX; Almanach 1901.

K. k. geologisch. Reichsanstalt — Verhandlungen, n. 2-4; Jahrbuch, Band LII, 2 Heft — 1903.

OPERE PRIVATE

Beccari Odoardo, *L' Istituto di studii superiori di Firenze, la chiusura del Museo botanico e le sue peripezie* — Rocca S. Casciano, 1903.

Borredon Giuseppe, *La legge del sistema planetario o l'armonia del moto dei suoi corpi* — 1903.

Dell'attrazione planetaria forza centripeta o gravitazione universale — 1903.

Ceresole Giulio, *Della necessità di modificare il sistema di pulizia stradale di Venezia in riguardo all' igiene* — Venezia, 1903.

D'Ocagne Maurice, *Exposé synthétique des principes fondamentaux de la nomographie* — Paris, 1903.

Pinto Luigi, *Elettricità e magnetismo — Lezioni dettate nella R. Università di Napoli, nell'anno scolastico 1902-1903.* Parte I — 1903.

Taramelli T., *Risposte ad alcuni quesiti della spettabile amministrazione civica della città di Gorizia, riguardante il provvedimento dell'acqua potabile* — Pavia, 1903.

RENDICONTO

DELL'ACCADEMIA

DELLE

SCIENZE FISICHE E MATEMATICHE

(SEZIONE DELLA SOCIETÀ REALE DI NAPOLI)

SERIE 3.ª — VOL. IX. — (Anno XLII)

Fascicolo 6º — Giugno 1903

INDICE

NAPOLI
TIPOGRAFIA DELLA REALE ACCADEMIA DELLE SCIENZE FIS. E MAT.
diretta da E. de Rubertis fu Michele
1903

Fascicolo 6° ANNO XLII. Giugno 1903.

RENDICONTO

DELLA R. ACCADEMIA

DELLE SCIENZE FISICHE E MATEMATICHE

Processo verbale dell'adunanza del dì 9 Maggio 1903.
Presiede il presidente E. Fergola.

Assistono i socii ordinarii Capelli, Cesàro, della Valle, del Pezzo, Delpino, de Martini, Fergola, Nicolucci, Oglialoro, Paladino, Pinto, Villari, Bassani e il corrispondente Piutti.

Letto e approvato il verbale dell'ultima adunanza, il segretario presenta le pubblicazioni giunte in dono e in cambio.

Comunica in seguito il tema di concorso al Premio Bufalini, bandito dalla Sezione di Medicina e Chirurgia del R. Istituto di Studii superiori pratici e di perfezionamento di Firenze.

Il socio Cesàro, pure a nome dei socii Capelli e Torelli (relatore), legge il rapporto sulla Nota del dottor Michele Cipolla, proponendone l'inserzione nel *Rendiconto.*

Il socio della Valle, per sè e per i socii de Martini e Paladino, legge la relazione sulla Memoria del dottor Attilio Cerruti, proponendo ch'essa venga pubblicata, con la tavola che l'accompagna, negli *Atti.*

Il socio Piutti, anche da parte dei colleghi Oglialoro e Scacchi, riferisce sulla Nota del dottor Salvatore Gulli, proponendone l'inserzione nel *Rendiconto.*

I tre rapporti sono, successivamente, approvati all'unanimità.

Il socio Bassani, presenta un lavoro manoscritto della dott. Maria Pasquale, intitolato: *Revisione dei selaciani fossili dell'Italia meridionale.* Il presidente incarica i socii Della Valle, De Lorenzo e Bassani di esaminarlo e di riferirne.

*

Processo verbale dell' adunanza del dì 13 Giugno 1903.
Presiede il presidente E. Fergola.

Assistono i socii ordinarii Albini, Capelli, Cesàro, della Valle, Delpino, de Martini, Fergola, Nicolucci, Oglialoro, Paladino, Pinto, Siacci, Villari e Bassani.

Letto e approvato il verbale dell'adunanza precedente, il segretario presenta il *Rendiconto* accademico di Maggio e le pubblicazioni giunte in cambio e in dono, segnalando fra queste ultime il volume di « *Memorie di anatomia e di embriologia* », dedicato al prof. Guglielmo Romiti in Pisa nella ricorrenza del 25° anno del suo insegnamento (5 Marzo 1903), e due Note del prof. Ernesto Pascal, dell'Università di Pavia.

Il presidente comunica un dispaccio dell'ing. Cremona, che annunzia la morte, avvenuta mercoledì sera in Roma, del padre, prof. Luigi Cremona, socio ordinario non residente dell'Accademia. Aggiunge che la Presidenza, interprete dei sentimenti dei colleghi, espresse subito alla famiglia il cordoglio dell'Accademia per la grande sventura e pregò il socio Cannizzaro di rappresentarla alle onoranze funebri. Poi commemora con parole di vivo rimpianto l'illustre estinto, rilevandone le doti di mente e di cuore e gli eminenti servigi resi alla scienza.

Tutti i presenti si associano al presidente, che, in segno di lutto, scioglie l'adunanza.

PER LUIGI CREMONA

(Adunanza del dì 13 Giugno 1903)

Uno dei socii di cui l'Accademia nostra maggiormente si onorava, Luigi Cremona, il geometra insigne che ha tanto potentemente contribuito ad innalzare il livello degli studii matematici in Italia, si é spento in età non decrepita per male che da lungo tempo ne minava l'esistenza.

Nato nel dicembre 1830 era studente all'Università di Pavia quando i moti del 1848 lo spinsero dai banchi della scuola nelle fila di patrioti che combattevano per la libertà ed indipendenza della patria, e fu tra i difensori di Venezia nel memorabile assedio sostenuto da quella eroica Città. Tornato a Pavia vi compì i suoi studii sotto la guida del Brioschi, che lo ebbe caro fra tutti i suoi discepoli; ed in breve pubblicava i suoi primi lavori negli Annali di matematica e fisica fondati dal Tortolini in Roma nel 1850. Era il preludio di una gloriosa carriera che si iniziava. Compiuta l'annessione delle Romagne al Regno d'Italia, il Cremona fu chiamato all'Università di Bologna per occuparvi la Cattedra di

Geometria Superiore, introdotta nel riordinamento fatto di quella Università quasi contemporaneamente al riordinamento dell'Università di Napoli ove l'insegnamento omonimo fu affidato al Battaglini. Dopo alcuni anni il Cremona fu trasferito a Milano nell'Istituto tecnico Superiore diretto dal Brioschi, e finalmente nel 1873 venne chiamato alla Cattedra di Geometria Superiore dell'Università di Roma ove ebbe pure la direzione della Scuola degl'Ingegneri di nuova fondazione

Dell'opera scientifica del Cremona non mi è dato ora di parlare. Altri con più agio e competenza potrà farlo degnamente. Mi limiterò a ricordare che si deve a lui l'introduzione di nuovi insegnamenti nelle Facoltà di scienze e scuole di Ingegneri quali la Geometria projettiva e la Statica grafica, che hanno potentemente contribuito alla diffusione della coltura matematica in Italia; e se ora vanno man mano scomparendo per fondersi in cattedre affini, non è men certa la benefica influenza che hanno esercitata mercè la forte iniziativa del Cremona. Fu anche propugnatore indefesso del miglioramento degli ordinamenti scolastici in tutti i rami dello insegnamento; e se non potette sempre vedere attuate le sue idee, rimane a lui la gloria di aver gettato il seme che dovrà fruttare in prossimo avvenire. Diamo dunque un mesto addio alla memoria del grande scienziato che col nobile carattere e l'alto intelletto intese sempre al bene della patria ed al progresso della scienza da lui prediletta e splendidamente illustrata.

E. Fergola

Relazione *sulla Memoria della dott.* Maria Pasquale.

(Adunanza del dì 20 Giugno 1903)

Giovandosi del copioso materiale conservato nel Museo geologico della nostra Università e di quello ricevuto in comunicazione, l'a. ha esposto in questo lavoro il risultato delle sue ricerche intorno ai selaciani fossili dell'Italia meridionale, facendo la revisione degli avanzi già descritti e determinandone molti altri, non ancora studiati.

La sottoscritta Commissione propone che la monografia, pregevole per la esattezza delle osservazioni e veramente utile, sia pubblicata, con la tavola annessa, negli *Atti* dell'Accademia.

A. della Valle
G. de Lorenzo
F. Bassani, *relatore*

Revisione dei selaciani fossili dell'Italia meridionale: *Memoria della dott.* **Maria Pasquale.**

(Adunanza del dì 9 Maggio 1903) — (Sunto dell'autore)

In questa Memoria espongo i risultati delle mie osservazioni su numerosi avanzi fossili di selaciani dell'Italia meridionale, conservati nell'Istituto geologico dell'Università, e riunisco nello stesso tempo tutto ciò che finora è stato fatto su tale ordine di pesci, per questa regione.

Le specie finora rinvenute si riferiscono a 9 famiglie e 18 generi e, ad eccezione di una, che va ascritta al cretaceo, sono tutte terziarie e attuali.

Alcuni quadri riassuntivi completano il lavoro, al quale è aggiunta anche una tavola illustrativa.

Nuova dimostrazione di una formola relativa alle operazioni di polare; *Nota del socio ordinario* **Alfredo Capelli**.

(Adunanza del dì 20 Giugno 1903)

In altra mia Nota inserita nei Rendiconti della nostra Accademia *) ho dimostrato come l'operazione di polare $H^{(\rho)}_{x',x'',\ldots,x^{(n)}}$, fra n serie di variabili, della quale è riportata qui sotto la definizione, sviluppata secondo le potenze fattoriali **) del parametro ρ, dia luogo alla formola:

$$H^{(\rho)}_{x'x''\ldots x^{(n)}} = \sum_{\lambda=0}^{\lambda=n} \rho^{\overline{\lambda}} . H[x', x'', \ldots, x^{(n)}]_{n-\lambda}$$

dove

$$H[x', x'', \ldots, x^{(n)}]_i = \sum_{x', x'', \ldots, x^{(i)}} H^{(0)}_{x'x''\ldots x^{(i)}} .$$

Mi propongo ora di dare di questa stessa formola una nuova dimostrazione che non si appoggia su alcuno dei teoremi sulle operazioni di polare invocati nella prima. In questa nuova dimostrazione non mi ser-

---

*) *Sopra certi sviluppi di determinanti* (Marzo 1889).

**) Col simbolo di potenza fattoriale $x^{\overline{\lambda}}$ intendiamo il prodotto

$$x(x+1)(x+2)\ldots(x+\lambda-1) .$$

vo che dei processi derivativi del calcolo ordinario, senz'alcun artifizio algebrico, tranne l'uso dell'identità semplicissima *):

$$1 + x + \frac{x^{\overline{2}}}{\underline{|2}} + \frac{x^{\overline{3}}}{\underline{|3}} + \dots + \frac{x^{\overline{i}}}{\underline{|i}} = \frac{(x+1)^{\overline{i}}}{\underline{|i}}$$

la quale del resto si presenta di per sè stessa, quasi spontaneamente, nel corso delle deduzioni.

I.

1. Fra n serie di variabili $x, y, z, \dots, t, n$ si ha l'operazione di polare

$$\overset{(\rho)}{H}_{xyz\dots tu} = \begin{vmatrix} \rho + (n-1) + D_{uu} & \dots & D_{zu} & D_{yu} & D_{xu} \\ D_{ut} & \dots & D_{zt} & D_{yt} & D_{xt} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ D_{uz} & \dots & 2 + \rho + D_{zz} & D_{yz} & D_{xz} \\ D_{uy} & \dots & D_{zy} & 1 + \rho + D_{yy} & D_{xy} \\ D_{ux} & \dots & D_{zx} & D_{yx} & \rho + D_{xx} \end{vmatrix} \quad (1)$$

che gode, come è ben noto, della proprietà di essere permutabile ad ogni operazione di polare

$$D_{pq} \equiv q_1 \frac{\partial}{\partial p_1} + q_2 \frac{\partial}{\partial p_2} + \dots + q_\sigma \frac{\partial}{\partial p_\sigma}, \qquad (p, q = x, y, z, \dots, t, u)$$

comunque si scelgano il parametro ρ e la specie σ delle serie di variabili.

In ciò che segue noi riterremo per semplicità $\sigma = n$, giacchè tutte le identità fra operazioni di polare formate con n serie di variabili di specie n sussistono poi inalterate, come si sa, anche nel caso in cui la specie sia inferiore o superiore ad n.

---

*) Quest'identità cui si può anche dare la forma equivalente di una relazione fra gli ordinari coefficienti binomiali:

$$1 - \binom{x}{1} + \binom{x}{2} - \binom{x}{3} + \dots + (-1)^i \binom{x}{i} = (-1)^i \binom{x-1}{i}$$

non differisce sostanzialmente da quella che dà la somma delle potenze fattoriali μ^{esime} dei primi i numeri naturali, cioè:

$$1^{\overline{\mu}} + 2^{\overline{\mu}} + 3^{\overline{\mu}} + \dots + i^{\overline{\mu}} = \frac{1}{\mu+1} i^{\overline{\mu+1}}.$$

In tale supposto si ha anche identicamente *) nel caso di $\rho=0$ e di $\rho=1$ rispettivamente:

$$\overset{(0)}{H}_{xyz\ldots tu} = H_{xyz\ldots tu} = (xyz\ldots tu)\Omega_{xyz\ldots tu} \tag{2}$$

$$H'_{xyz\ldots tu} = \Omega_{xyz\ldots tu}(xyz\ldots tu)\ , \tag{3}$$

essendo

$$(xyz\ldots tu) = \sum \pm x_1 y_2 z_3 \ldots t_{n-1} u_n$$

ed

$$\Omega_{xyz\ldots tu} = \sum \pm \frac{\partial^n}{\partial x_1 \partial y_2 \partial z_3 \ldots \partial t_{n-1} \partial u_n}$$

la nota operazione di **Cayley**.

2. Se f e φ sono due funzioni qualunque di n variabili semplici $x, y, z, \ldots, t, u$, si ha evidentemente:

$$\frac{\partial^n \{f\varphi\}}{\partial x \partial y \partial z \ldots \partial t \partial u} = f \cdot \frac{\partial^n \varphi}{\partial x \partial y \partial z \ldots \partial t \partial u} +$$
$$+ \sum_x \frac{\partial f}{\partial x} \cdot \frac{\partial^{n-1}\varphi}{\partial y \partial z \ldots \partial t \partial u} + \sum_{x,y} \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} \cdot \frac{\partial^{n-2}\varphi}{\partial z \ldots \partial t \partial u}$$
$$+ \cdots\cdots$$
$$+ \sum_{x,y,z,\ldots,t} \frac{\partial^{n-1} f}{\partial x \partial y \partial z \ldots \partial t} \cdot \frac{\partial \varphi}{\partial u} + \frac{\partial^n f}{\partial x \partial y \partial z \ldots \partial t \partial u} \cdot \varphi\ ,$$

dove, p. es., $\sum_{x,y}$ significa che il sommatorio $\sum$ va esteso a tutti i termini che nascono dal termine generico ponendo per x, y successivamente ciascuna delle $\binom{n}{2}$ combinazioni due a due delle n lettere $x, y, z, \ldots, t, u$; ecc.

---

*) Cfr. p. es. le *Lezioni sulla teoria delle forme algebriche*, pag. 100 (Napoli, Pellerano, 1902).

L'identità (3) si deduce immediatamente dalla (2) applicando quest'ultima a un prodotto della forma $(xyz\ldots tu)\varphi(x, y, z, \ldots, t, u)$ ed osservando che si ha identicamente

$$\overset{(\rho)}{H}_{xyz\ldots tu}(xyz\ldots tu) = (xyz\ldots tu)\,.\,\overset{(\rho+1)}{H}_{xyz\ldots tu}$$

qualunque sia la funzione a cui si applichino gli operatori rappresentati dai due membri.

Di qui segue, se f e φ sono ora funzioni delle n serie $x, y, z, \ldots, t, u$:

$$\begin{aligned}\Omega_{xyz\ldots tu}\{f\varphi\} &= f\cdot\Omega_{xyz\ldots tu}\varphi + \\ &+\sum_x\left\{\sum\pm\frac{\partial f}{\partial x_1}\frac{\partial^{n-1}\varphi}{\partial y_2\partial z_3\ldots\partial t_{n-1}\partial u_n}\right\}+ \\ &+\sum_{x,y}\left\{\sum\pm\frac{\partial^2 f}{\partial x_1\partial y_2}\frac{\partial^{n-2}\varphi}{\partial z_3\ldots\partial t_{n-1}\partial u_n}\right\}+ \\ &+\cdots\cdots \\ &+\sum_{x,y,z,\ldots,t}\left\{\sum\pm\frac{\partial^{n-1} f}{\partial x_1\partial y_2\partial z_3\ldots\partial t_{n-1}}\frac{\partial\varphi}{\partial u_n}\right\} \\ &+\{\Omega_{xyz\ldots tu}f\}\cdot\varphi\end{aligned}$$

e prendendo per φ il determinante $(x, y, z, \ldots, t, u)$:

$$\begin{aligned}\Omega_{xyz\ldots tu}\{(xyz\ldots tu)f\} &= \underline{|n}\, f + \underline{|n-1}\sum_x\sum_1 x_1\frac{\partial f}{\partial x_1}+ \\ &+\underline{|n-2}\sum_{x,y}\sum_{1,2}\left\{\begin{vmatrix}x_1 & y_1\\ x_2 & y_2\end{vmatrix}\begin{vmatrix}\frac{\partial}{\partial x_1} & \frac{\partial}{\partial y_1}\\ \frac{\partial}{\partial x_2} & \frac{\partial}{\partial y_2}\end{vmatrix} f\right\}+ \\ &+\underline{|n-3}\sum_{x,y,z}\sum_{1,2,3}\left\{\begin{vmatrix}x_1 & y_1 & z_1\\ x_2 & y_2 & z_2\\ x_3 & y_3 & z_3\end{vmatrix}\begin{vmatrix}\frac{\partial}{\partial x_1} & \frac{\partial}{\partial y_1} & \frac{\partial}{\partial z_1}\\ \frac{\partial}{\partial x_2} & \frac{\partial}{\partial y_2} & \frac{\partial}{\partial z_2}\\ \frac{\partial}{\partial x_3} & \frac{\partial}{\partial y_3} & \frac{\partial}{\partial z_3}\end{vmatrix} f\right\}+ \\ &+\cdots\cdots \\ &+(xyz\ldots tu)\,.\,\Omega_{xyz\ldots tu}f,\end{aligned}$$

dove, p. es., $\sum\limits_{1,2,3}$ significa che la $\sum$ va estesa a tutti i termini che si deducono dal termine generale prendendo, in luogo di $1, 2, 3$, tutte le $\binom{n}{3}$ combinazioni tre a tre degli n numeri $1, 2, 3, \ldots, n$.

Si ha ora, come è noto *):

$$\sum_{1} x_1 \frac{\partial}{\partial x_1} = D_{xx} = H_x f$$

$$\sum_{1,2} \left\{ \begin{vmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} \frac{\partial}{\partial x_1} & \frac{\partial}{\partial y_1} \\ \frac{\partial}{\partial x_2} & \frac{\partial}{\partial y_2} \end{vmatrix} \right\} = H_{xy}$$

$$\sum_{1,2,3} \left\{ \begin{vmatrix} x_1 & y_1 & z_1 \\ x_2 & y_2 & z_2 \\ x_3 & y_3 & z_3 \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} \frac{\partial}{\partial x_1} & \frac{\partial}{\partial y_1} & \frac{\partial}{\partial z_1} \\ \frac{\partial}{\partial x_2} & \frac{\partial}{\partial y_2} & \frac{\partial}{\partial z_2} \\ \frac{\partial}{\partial x_3} & \frac{\partial}{\partial y_3} & \frac{\partial}{\partial z_3} \end{vmatrix} \right\} = H_{xyz}$$

. . . .

$$(xyz \ldots tu)\Omega_{xyz\ldots tu} = H_{xyz\ldots tu} .$$

Pertanto la (4) ci dà, tenendo presente la (3), poichè f può essere una funzione qualunque delle $x, y, z, \ldots, t, u$ l'identità operativa:

$$H'_{xyz\ldots tu} = \underline{|n} + \underline{|n-1} \sum_{x} H_x + \underline{|n-2} \sum_{x,y} H_{xy} +$$
$$+ \underline{|n-3} \sum_{x,y,z} H_{xyz} + \cdots + \underline{|1} \sum_{x,y,z,\ldots,t} H_{xyz\ldots t} + H_{xyz\ldots tu} . \qquad (I)$$

II.

1. Se, essendo $x', x'', \ldots, x^{(m)}$ delle serie di variabili, di una stessa specie σ da fissarsi ad arbitrio, introduciamo la nuova notazione abbreviata:

$$H[x', x'', \ldots, x^{(m)}]_i^{(j)} = \sum_{x', x'', \ldots, x^{(i)}} \overset{(j)}{H}_{x', x'', \ldots, x^{(i)}} \qquad (1)$$

dove il segno $\sum$ va esteso a tutte le $\binom{m}{i}$ combinazioni i ad i delle m lettere $x', x'', \ldots, x^{(m)}$, la formola (I), la quale deve anche sussistere, co-

*) Cfr. p. es.: *Sur les opérations dans la théorie générale des formes algébriques*, § II (Math. Annalen, Bd. XXXVII, 1890).

me si è già notato, qualunque sia la specie σ delle n serie $x, y, z, \ldots, t, u$, si può scrivere più semplicemente:

$$\begin{aligned} H'_{xyz\ldots tu} &= H_{xyz\ldots tu} + \underline{|1} H[x, y, z, \ldots, t, u]_{n-1} + \underline{|2} H[x, y, z, \ldots, t, u]_{n-2} + \\ \text{(I)} \qquad &+ \underline{|3} H[x, y, z, \ldots, t, u]_{n-3} + \cdots + \underline{|n-2} H[x, y, z, \ldots, t, u]_2 + \\ &+ \underline{|n-1} H[x, y, z, \ldots, t, u]_1 + \underline{|n}\,. \end{aligned}$$

Se ora quest' identità operativa si applichi per un momento ad una funzione intera del tipo $(xyz\ldots tu)^\lambda. \varphi(x, y, z, \ldots, t, u)$, se ne deduce subito l'identità operativa più generale:

$$\begin{aligned} \overset{(\lambda+1)}{H}_{xyz\ldots tu} &= \overset{(\lambda)}{H}_{xyz\ldots tu} + \underline{|1} H[x, y, \ldots, u]^{(\lambda)}_{n-1} + \underline{|2} H[x, y, \ldots, u]^{(\lambda)}_{n-2} + \\ &+ \underline{|3} H[x, y, \ldots, u]^{(\lambda)}_{n-3} + \cdots + \underline{|n-1} H[x, y, \ldots, u]^{(\lambda)}_1 + \underline{|n}\,. \end{aligned} \qquad \text{(I)}'$$

Quest' identità, sussistendo per tutti gli infiniti valori interi e positivi di λ, sarà poi valida, come è ben facile riconoscere, per qualsiasi valore reale od immaginario del parametro λ.

2. Facendo la convenzione:

$$H[x, y, \ldots, u]^{(j)}_0 = 1\,,$$

la formola (I)' si può scrivere per $\lambda = 1$:

$$H''_{xyz\ldots tu} = \sum_{\lambda=0}^{\lambda=n} \underline{|\lambda} H[x, y, \ldots, u]'_{n-\lambda}\,. \qquad (2)$$

D'altra parte si deduce dalla (I) qualunque sia l'indice i:

$$H[x, y, \ldots, u]'_i = \sum_{k=0}^{k=i} \underline{|k} \binom{n-i+k}{k} H[x, y, \ldots, u]_{i-k} \qquad (3)$$

come non è difficile riconoscere prendendo nella (I) in luogo di $x, y, \ldots, u$ successivamente una qualunque delle combinazioni i ad i di queste serie di variabili e sommando poi le formole così ottenute membro a membro.

Se ora sostituiamo in (2) le espressioni (3) troviamo:

$$H''_{xyz\ldots tu} = \sum_{\lambda=0}^{\lambda=n} \sum_{k=0}^{k=n-\lambda} \underline{|\lambda}\, \underline{|k} \binom{\lambda+k}{k} H[x, y, \ldots, u]_{n-\lambda-k}$$

l che si può anche scrivere:

$$H''_{xyz\ldots tu} = \sum_{\lambda=0}^{\lambda=n} \sum_{h=0}^{h=\lambda} \underline{|h}\, \underline{|\lambda - h} \binom{\lambda}{\lambda - h} H[x, y, \ldots, u]_{n-\lambda}$$

d'onde

$$H''_{xyz\ldots tu} = \sum_{\lambda=0}^{\lambda=n} \underline{|\lambda + 1}\, H[x, y, z, \ldots, t, u]_{n-\lambda}\,, \qquad (4)$$

poichè evidentemente:

$$\sum_{h=0}^{h=\lambda} \underline{|h}\, \underline{|\lambda - h} \binom{\lambda}{\lambda - h} = \underline{|\lambda + 1}$$

3. Applicando i due membri dell' identità operativa (4) ad una funzione intera del tipo $(x y z \ldots u) \,.\, \varphi(x, y, z, \ldots, u)$, ne segue l'identità:

$$H'''_{xy\ldots u} = \sum_{\lambda=0}^{\lambda=n} \underline{|\lambda + 1}\, H'[x, y, \ldots, u]_{n-\lambda}$$

dalla quale, sostituendo nel secondo membro, in luogo delle $H'[x, y, \ldots, u]_{n-\lambda}$, le loro espressioni date dalla (3), si dedurrebbe, analogamente a quanto si è già fatto sopra:

$$\underline{|2}\, H'''_{xy\ldots u} = \sum_{\lambda=0}^{\lambda=n} \underline{|\lambda + 2}\, H[x, y, \ldots, u]_{n-\lambda}\,.$$

Però, seguendo questo stesso procedimento, possiamo addirittura stabilire, col principio dell' induzione matematica, la formola generale:

$$\underline{|\mu}\, H^{(\mu+1)}_{xy\ldots u} = \sum_{\lambda=0}^{\lambda=n} \underline{|\mu + \lambda}\, H[x, y, \ldots, u]_{n-\lambda}\,. \qquad \text{(II)}$$

Noi ammetteremo che questa formola sia vera per un certo valore μ; e ci basterà far vedere che essa è vera anche per il valore $\mu + 1$.

4. In effetto, applicando per un momento la (II) ad una funzione intera del tipo $(xy \ldots u) \,.\, \varphi(x, y, \ldots, u)$, se ne deduce dapprima l'identità:

$$\underline{|\mu}\, H^{(\mu+2)}_{xy\ldots u} = \sum_{\lambda=0}^{\lambda=n} \underline{|\mu + \lambda}\, H'[x, y, \ldots, u]_{n-\lambda}\,. \qquad (5)$$

Sostituendo poi nel secondo membro l'espressione di $H'[x, y, \ldots, u]_{n-\lambda}$ data dalla (3) che si può anche scrivere:

$$H[x, y, \ldots, u]'_{n-\lambda} = \sum_{\lambda=0}^{k=n-\lambda} \frac{\underline{|\lambda + k}}{\underline{|k}} H[x, y, \ldots, u]_{n-\lambda-k}$$

viene:

$$\underline{|\mu}\, H^{(\mu+2)}_{xy\ldots u} = \sum_{k+\lambda \leqq n} \frac{\underline{|\mu + \lambda}}{\underline{|\lambda}} \underline{|\lambda + k}\, H[x, y, \ldots, u]_{n-\lambda-k}$$

e ponendo $\lambda + k = i$:

$$\underline{|\mu}\, H^{(\mu+2)}_{xy\ldots u} = \sum_{i=0}^{i=n} \left\{ \left[\sum_{\lambda=0}^{\lambda=i} \frac{\underline{|\mu + \lambda}}{\underline{|\lambda}} \right] \underline{|i}\, H[x, y, \ldots, u]_{n-i} \right. .$$

Ma è facile riconoscere che:

$$\sum_{\lambda=0}^{\lambda=i} \frac{\underline{|\mu + \lambda}}{\underline{|\lambda}} = \frac{1}{\mu + 1} \cdot \frac{\underline{|\mu + i + 1}}{\underline{|i}} .$$

Si conclude dunque appunto:

$$\underline{|\mu + 1}\, H^{(\mu+2)}_{xy\ldots u} = \sum_{i=0}^{i=n} \underline{|\mu + i + 1}\, H[x, y, \ldots, u]_{n-i} ,$$

c. d. d.

Osservazioni Meteoriche

FATTE NEL R. OSSERVATORIO DI CAPODIMONTE

Giugno 1903

Latitudine. . 40°52′N.
Longitudine . 14 15 E. da Greenwich.
Altitudine. . 149^m sul mare.

Giorni del mese	Pressione a 0° millimetri: 700 +				Temperatura centigrada						Umidità assoluta in mm.				Umidità relativa in cent.				Quantità delle nubi			Vento Direzione			Vento Velocità oraria in chilom.			Pioggia nelle 24 ore in mill.	Evaporazione nelle 24 ore in mill.
	9^h	15^h	21^h	Medio diurno	9^h	15^h	21^h	Min.	Mass.	Medio diurno	9^h	15^h	21^h	Medio diurno	9^h	15^h	21^h	Medio diurno	9^h	15^h	21^h	9^h	15^h	21^h	9^h	15^h	21^h		
1	47.4	47.0	45.6	46.67	20.7	22.7	19.1	16.5	23.7	20.00	12.5	13.1	12.7	12.77	69	64	77	70.0	10	2	0	E	SW	W	0	2	0	—	2.3
2	45.1	43.7	42.7	43.83	25.4	27.3	23.1	18.8	27.7	23.75	13.6	9.7	9.5	10.93	57	36	45	46.0	0	0	0	N	SE	S	0	6	1	—	2.6
3	39.7	43.5	40.6	41.27	25.6	22.6	17.8	17.3	26.9	21.00	8.9	11.8	13.3	11.33	37	58	88	61.0	10	10	10	SE	SW	SW	11	9	15	5.0	7.1
4	43.2	44.2	44.9	44.10	17.2	18.2	17.6	15.6	20.9	17.82	12.4	12.0	12.1	12.17	85	77	81	81.0	10	10	7	SE	SW	SE	2	1	1	38.3	3.3
5	45.1	45.7	47.2	46.00	18.3	19.1	16.0	15.4	20.5	17.55	13.0	13.4	11.7	12.70	83	82	86	83.7	10	8	4	ESE	SW	E	0	2	0	3.9	1.6
6	48.2	47.5	47.8	47.83	19.4	20.9	17.4	14.4	22.2	18.35	9.6	11.3	11.5	10.77	57	62	78	65.7	3	2	0	NE	W	W	2	12	0	—	1.4
7	46.7	45.4	45.4	45.83	20.3	22.8	18.2	15.5	23.2	19.30	8.5	11.3	11.6	10.47	48	55	75	59.3	0	0	0	NW	SW	W	1	11	0	—	2.5
8	45.4	45.3	46.8	45.83	20.6	24.0	19.2	16.4	24.5	20.18	11.2	9.8	10.8	10.60	62	45	65	57.3	0	0	0	E	SW	SW	0	2	0	—	2.3
9	47.2	46.7	47.0	46.97	22.8	24.9	18.1	17.8	25.3	21.00	12.0	11.3	12.8	12.03	58	48	83	63.0	0	2	0	E	S	S	0	0	0	—	3.3
10	45.4	46.2	46.9	46.17	17.9	19.0	16.6	15.7	19.3	17.37	12.8	11.8	11.3	11.97	84	73	80	79.0	10	9	8	WSW	SW	W	5	1	0	1.6	2.6
11	47.1	47.3	47.5	47.30	19.0	21.3	17.4	15.4	21.7	18.37	11.4	10.8	11.8	11.33	69	58	80	69.0	5	3	2	SW	SW	SW	1	1	2	—	1.0
12	47.8	47.3	47.6	47.57	19.6	21.8	18.4	15.7	22.	19.00	11.2	11.8	12.4	11.80	66	61	79	68.7	4	0	2	SW	SW	W	1	6	2	—	2.3
13	47.1	45.8	46.4	46.43	20.1	20.8	18.4	16.2	21.5	19.05	13.1	13.0	12.1	12.73	75	72	77	74.7	3	3	5	SW	WSW	SW	2	10	1	2.2	1.9
14	44.1	44.5	43.8	44.13	15.2	19.2	16.1	14.3	19.3	16.23	12.2	10.7	11.0	11.30	94	64	81	79.7	10	3	6	SE	SW	S	0	6	0	58.1	2.1
15	44.6	45.6	47.5	45.90	17.8	20.2	16.8	13.7	20.5	17.20	12.1	11.4	10.8	11.43	80	65	76	73.7	10	3	4	SE	WSW	W	0	9	0	5.3	1.4
16	48.7	49.4	49.7	49.27	18.7	21.1	17.3	14.9	21.1	18.00	10.4	11.6	12.0	11.33	65	63	82	70.0	4	3	0	SW	SW	SW	7	2	0	—	2.3
17	48.7	47.5	48.6	48.27	19.8	21.8	18.0	16.0	22.5	19.07	12.7	12.4	11.6	12.23	74	64	75	71.0	5	2	0	SE	SW	W	0	9	2	—	2.0
18	48.0	47.5	47.5	47.67	20.3	22.3	18.1	16.0	23.3	19.43	13.3	12.4	11.8	12.50	75	63	76	71.3	6	9	0	NE	SW	WSW	6	3	2	—	1.9
19	46.4	47.4	45.9	46.57	22.1	22.6	19.7	16.4	23.5	20.42	8.7	10.1	8.6	9.13	44	50	50	48.0	1	10	10	NW	SW	S	0	1	0	—	1.9
20	46.3	45.9	46.2	46.13	22.5	23.8	18.0	17.0	24.0	20.38	13.2	12.8	12.9	12.97	65	59	84	69.3	0	0	0	S	SW	W	0	7	0	0.1	3.2
21	44.9	44.7	45.2	44.93	20.3	21.3	17.7	16.7	22.2	19.22	13.9	11.3	11.8	12.33	79	61	78	72.7	4	0	8	W	SW	WSW	0	11	9	2.2	2.2
22	44.7	44.1	44.9	44.57	20.2	20.6	15.2	15.4	21.5	18.08	12.8	12.7	11.9	12.47	73	70	92	78.3	7	10	0	WSW	WSW	NW	2	10	0	23.2	2.5
23	45.3	45.4	46.2	45.63	20.2	17.4	15.9	14.9	21.8	18.20	11.6	11.1	11.0	11.23	66	75	82	74.3	5	10	0	N	SW	NE	0	3	0	4.5	2.2
24	47.4	47.2	48.5	47.70	20.1	22.3	19.1	14.9	23.4	19.37	9.7	11.0	11.2	10.63	55	52	68	58.3	0	0	0	NW	WNW	W	0	10	0	—	2.3
25	49.2	49.7	50.3	49.73	21.6	23.4	20.1	17.2	23.7	20.65	13.3	15.0	14.7	14.33	70	70	84	74.7	0	0	0	SW	SW	S	1	3	0	—	2.9
26	50.3	49.7	50.5	50.17	22.5	25.2	19.5	18.3	25.2	21.38	14.7	16.6	13.5	14.93	72	70	80	74.0	4	4	0	S	WS	N	0	3	8	—	1.7
27	49.9	49.5	50.3	49.90	23.5	25.3	20.1	18.2	26.1	21.97	10.0	12.0	11.5	11.17	47	50	66	54.3	0	7	0	NE	W	N	0	8	0	—	3.2
28	50.7	49.9	50.7	50.43	22.7	24.9	20.9	18.9	26.0	22.12	10.6	12.6	11.4	11.53	52	54	63	56.3	0	0	0	N	W	W	0	5	0	—	5.2
29	50.9	50.3	51.4	50.87	21.2	26.0	20.9	19.4	26.8	22.83	8.4	12.4	13.9	11.57	37	50	76	54.3	0	0	0	E	SW	NW	0	9	0	—	5.0
30	50.9	50.4	50.5	50.60	25.2	27.7	21.7	18.9	27.8	23.40	10.9	12.2	14.5	12.53	46	43	76	55.0	0	0	0	NE	SW	W	0	6	0	—	4.6
Medi mens.	46.88	46.81	47.14	46.94	20.79	22.35	18.41	16.39	23.28	19.72	11.62	11.98	11.92	11.84	64.8	60.5	76.1	67.1	4.0	3.7	2.2							somma 144.7	somma 80.8

CATALOGO

DELLE PUBBLICAZIONI PERVENUTE ALL'ACCADEMIA

dal 10 Maggio al 20 Giugno 1903

PUBBLICAZIONI ITALIANE

Acireale — *R. Accademia di scienze, lettere ed arti degli Zelanti*—Rendiconti e Memorie, serie 3ª, vol. I (1901-1902) — 1903.

Brescia — *Ateneo di Brescia* — Commentari per l'anno 1902.

Catania — *Società degli spettroscopisti italiani* — Memorie, vol. XXXII, disp. 4ª e 5ª — 1903.

Accademia Gioenia — Bollettino delle sedute, fasc. LXXVI — 1903.

Firenze — *Rivista scientifico-industriale* — Anno XXXV, n. 6-8 — 1903.

Biblioteca nazionale centrale — Bollettino delle pubblicazioni italiane, n. 29 — 1903.

Memorie di anatomia e di embriologia dedicate al prof. Guglielmo Romiti in Pisa. V Marzo MCMIII (Archivio it. di anat. e di embr., vol. II, fasc. I) — 1903.

Genova — *Rivista ligure di scienze, lettere ed arti* — Anno XXV, fasc. II — 1903.

Società ligustica di scienze naturali e geografiche—Atti, vol. XIV, n. 1— 1903.

Jesi — *Giornale di agricoltura* — Anno LXIV, n. 5 — 1903.

Livorno — *Periodico di matematica per l'insegnamento secondario* — Anno XVIII, fasc. VI — 1903.

Mantova — *R. Accademia Virgiliana* — Indice generale alfabetico per autori delle Memorie ed altri scritti pubblicati dalla R. Accademia dal 1863 a tutto il 1902.

Milano — *R. Istituto lombardo di scienze e lettere* — Rendiconti, serie II, vol. XXXVI, fasc. IX-XI — 1903.

Società italiana di scienze naturali e del Museo civico di storia naturale — Atti, vol. XLII, fasc. 1º — 1903.

Modena — *Le stazioni sperimentali agrarie italiane*—Vol. XXXVI, fasc. III— 1903.

Pavia — *Rivista di fisica, matematica e scienze naturali* — Anno 4, n. 41 — 1903.

Relazione delle onoranze rese dal Comitato Romano alla memoria del P. Angelo Secchi nel XXV anniversario della sua morte—26 Febbraio 1903.

Roma — *R. Accademia dei Lincei* — Rendiconti, vol. XII, fasc. 8-10 — 1903.

Giornale medico del r. Esercito — Anno LI, fasc. II — 1903.

Roma — *Associazione elettrotecnica italiana* — Atti, vol. VII, fasc. 1 e Supplemento al fasc. 1 — 1903.

Rivista di Artiglieria e Genio — Annata XX, vol. II — 1903.

L'Elettricista — Anno XII, n. 6 — 1903.

R. Comitato geologico d' Italia — Bollettino, anno 1902, n. 4 — 1902.

Torino — *La rivista tecnica delle scienze, delle arti applicate all' industria e dell'insegnamento industriale* — Anno III, fasc. 4-5 — 1903.

Società degli ingegneri e degli architetti — Anno XXXVI, n. 42 — 1902.

R. Accademia d'agricoltura di Torino — Annali, vol. 45 — 1903.

Venezia — *Reale Istituto veneto di scienze, lettere ed arti* — Atti, tomo LXII, disp. 6ª — 1903.

PUBBLICAZIONI STRANIERE

Berlin — *Zoologisch. Station zu Neapel* — Mittheilungen, Band 16, Heft 1 und 2 — 1903.

K. preussisch. Akademie der Wissenschaften — Sitzungsberichte, I-XXIV; Abhandlungen 1902.

Bonn — *Niederrheinisch. Gesellschaft für Natur- und Heilkunde*—Sitzungsb. Hälfte 2ᵉ — 1903.

Naturhistorisch. Verein — Verhandlungen, Jahrgang 59, Hälfte 2ᵉ — 1902.

Boston — *American Academy of arts and sciences*—Proceedings, vol. XXXVIII, n. 5-9 — 1902.

Boulder (Colorado) — *University of Colorado* — Studies, vol. I, n. 3; Investigations of the Department of Psycology and Education, vol. I, n. 3—1903.

Bruxelles — *Société belge de géologie de paléontologie et d'hydrologie*—Bulletin, tome XIII, fasc. IV; tome XVI, fasc. IV; Nouveaux Mémoires, série in 4⁰, fasc. 1 — 1903.

Académie Royale de Belgique — Bulletin de la Classe des sciences, n. 12— 1902; Annuaire — 1903.

Budapest — *K. Ungar. Gesellschaft* — Földtani Közlöny, XXXIII Kötet, 1-4 Füzet; A Magyar, Kir. Földtani Intézet Könyv-és Altalános térkeptarának V. Pót — Czimjegyzéke 1897-1901 — 1903.

Buenos Aires — *Museo Nacional* — Anales, tercera serie, tomo VIII — 1902.

Chicago — *Miscellaneous scientific papers of the Allegheny Observatory* — New series, n. 10 — 1903.

Field Columbian Museum — Publication 66-68 — 1902.

Cracovie — *Académie des sciences* — Bulletin international, n. 3-4 — 1903.

Dublin — *Royal Dublin Society* — The scientific transactions, vol. VII, n. XIV-XVI; vol. VIII, n. 1; The economic proceedings, vol. I, part. 3; The scientific proceedings, vol. IX, part. 5 — 1903.

Frankfurt a. M. — *Senckenbergisch. naturforsch. Gesellschaft* — Abhandlungen, Band XX, Heft IV — 1903.

Göttingen — *K. Gesellschaft der Wissenschaften*—Mathematisch-physikalisch Klasse, Heft 2 — 1903.

Erlangen — *Friedrich-Alexanders-Universität.*

Uebersicht des Personal-Standes: Winter-Semester 1901-02; Sommer-Semester 1902.

Erlangen — *Verzeichnis der Vorlesungen* — Winter-Semester 1901-1902; Sommer-Semester 1902.

Habilitationsschriften zur Erlangung der Venia docendi:

I. Fuchs R. Fr., *Zur Physiologie und Wachstumsmechanik des Blutgefäss-Systemes* — 1902.

II. Gutbier A., *Studien über das Tellur* — 1901.

III. Henrich F., *Ueber die negative Natur ungättigter Radikale* — 1900.

Inaugural-Dissertationen zur Erlangung der Doctorwürde:

1. Agricola Hermann, *Die thermoelektromotorische Kraft etc.* — 1902.
2. Bauereisen Adam, *Die Nabelschnurrestbehandlung des Neugebornen* — 1901.
3. Bauer Wilhelm, *Ueber die Entschwefelung von aryldithiocarbaminsauren Ammoniaksalzen* — 1902.
4. Becker Gustav, *Zur Kenntnis der sesquioxyd- und titanhaltingen Augite* — 1902.
5. Behnke August, *Studien über die Entwickelung der Mundwerkzeuge der Hymenopteren* — 1902.
6. Belau Karl, *Ueber die Grenzen des mechanischen Geschehens im Seelenleben des Menschen nach Lotze* — 1901.
7. Bencker Hermann, *Cystennieren einer Missgeburt* — 1902.
8. Berdel E., *Beitrag zur Kenntnis der Legierungen* — 1902.
9. Berg v. Eduard, *Ueber Phosphate des Rubidiums und Caesiums* — 1901.
10. Beyer Anders, *Untersuchungen über Umlagerungen an der Nordseeküste etc.* — 1901.
11. Böck Franz, *Ueber die Funktionsfähigkeit nach Oberarmluxationen* — 1902.
12. Brücher Max, *Der Schichtenaufbau des Müsener Bergbandistriktes; etc.* — 1901.
13. Brügel Paul, *Ein Fall von Pyaemie im Anschluss etc.* — 1902.
14. Cohn Georg, *Vergleichend-anatomische Untersuchungen von Blatt und Achse einiger Genisteen-Gattungen etc.* — 1901.
15. Constantinides Janko, *Klinische Beiträge zur Kenntnis der Dystrophia musculorum progressiva* — 1902.
16. Dencks Emil, *Zur Kenntnis der γ-Diketone* — 1902.
17. Doering Paul, *Ueber die angeborene Haarlosigkeit des Menschen* — 1901.
18. Döring Theodor, *Der Einfluss des Kobalthydroxyds auf die Einwirkung der Halogene auf Kalilauge* — 1902.
19. Dorn Jakob, *Ueber die Bildung der Knochenabscesse* — 1901.
20. Eckert Albert, *Untersuchung verschiedener Käsesorten auf Schweinerotlaufbakterien* — 1902.
21. Enslin Eduard, *Ein Beitrag zur Kasuistik der Darm-Invaginationen infolge von Darmtumoren* — 1902.
22. Euler H., *Ueber den Verlauf der Magenverdauung etc.* — 1902.
23. Fried Otto, *Ein Fall vom primärem Sarkom des Meckelschen Divertikels* — 1902.

24. Frischmann K. H. A., *Spontanfraktur bei Osteomyelitis suppurativa* — 1901.
25. Glanz G. A., *Ueber medico-mehanische Nachbehandlung Unfallverletzter* — 1901.
26. Glatzel Bruno, *Quantitative Untersuchungen über Absorption und Reflexion im Ultraviolett* — 1901.
27. Görte Otto, *Ueber das Vorkommen von Cholin und Betainen in Coffeïn und Theobromin enthaltenden Pflanzenteilen etc.* — 1902.
28. Graf Gottfried, *Ueber Additionsprodukte schiffscher Basen und über Dimethylnaphtosafranin* — 1902.
29. Hackel W., *Die Bauchnaht* — 1902.
30. Hagen W., *Ein Fall von traumatischer Erkrankung des unteren Rückenmarksabschnittes etc.* — 1901.
31. Hamaji W., *Ein Fall von doppelseitiger progressiver totaler Ophthalmoplegie* — 1902.
32. Hardt Wilhelm, *Spektroskopisches Verhalten und elektrische Leitfähigkeit des Kobaltchlorids etc.* — 1901.
33. Hart Carl, *Ein Beitrag zur Struma suffocatoria* — 1901.
34. Hayashi F., *Vergleichende Blutdruckmessungen an Gesunden und Kranken etc.* — 1901.
35. Hehl Nicolaus, *Ueber die Dimensionen der Gebilde an der Kathode* — 1901.
36. Holm Reimer, *Ueber einen Fall geheilter Invagination* — 1902.
37. Holzmann Hermann, *Ueber die Isomerieerscheinung bei den Thiosemicarbaziden* — 1902.
38. Hubaleck Max, *Die Einwirkung von Amidosulfonsäure auf Pseudocumidin und Piperidin* — 1901.
39. Hühner Paul, *Vergleichende Untersuchungen über die Blatt- und Achsenstructur einiger Australischer Podalyrieen-Gattungen* — 1901.
40. Hundt Paul, *Ueber Adnexerkrankungen bei Uterusmyomen*—1902.
41. Kluge Arthur, *Statistische Untersuchungen über die Häufigkeit von Fällen etc.* — 1901.
42. Knoesel Christian, *Die Einwirkung eineger Antiseptika auf alkoholische Gärung* — 1902.
43. Kohler Georg, *Die kunstliche Deformation des Schädels* — 1901.
44. v. Korczynski Anton, *Studien über Isatin* — 1902.
45. Krauss Hans, *Vergleichende Untersuchungen über die Wirkungen etc.* — 1901.
46. Krell Hans, *Ueber die Einwirkung von Halogenalkylen auf die Alkalisalze der Amidophenole etc.* — 1901.
47. Lasker Emanuel, *Ueber Reihen auf der Convergenzgrenze*—1902.
48. Matsuura Shinobu, *Ueber ausgedehnte Resektion der langen Röhrenknochen etc.* — 1902.
49. Medicus Franz, *Ueber hysterische Lahmungen der oberen Extremität* — 1902.
50. Meixner Ernst, *Ein Beitrag zur Kenntnis der Raupenhaar-Ophthalmie* — 1901.

51. Model Robert, *Der primäre Krebs der Gallenblase* — 1901.
52. Moeller Ernst, *Ueber Derivate der o-Nitrobenzil-o-aminozinntsäure etc.* — 1902.
53. Paasch Peter, *Ein Beitrag zur Kasuistik über klonische Accessoriuskrämpfe* — 1901.
54. Pauselius Kurt, *Das Aneurysma popliteum* — 1902.
55. Pilgram H. J., *Die Schaarschaar der Kegelschnitte etc.* — 1902.
56. Plitt Wilhelm, *Weitere Mitteilungen über den queren Fundalschnitt* — 1902.
57. Pohl W., *Ueber o-Nitrobenzyl-p-amidobenzoesäure und ihre Derivate* — 1901.
58. Prenger Alfred, *Systematisch-anatomisch. Untersuchungen von Blatt etc.* — 1901.
59. Radicke Paul, *Schützt das Emphysem vor Erkrankung an Lungentuberkulose?* — 1902.
60. Reiger Rudolf, *Innere Reibung plastischer und fester Körper* — 1901.
61. Rhodins Otto, *Ueber die Einwirkung von salpetriger Säure auf Resorcinmonomethyläther* — 1902.
62. Richter Johannes, *Vergleichende Untersuchungen über den mikroskopischen Bau der Lymphdrüsen etc.* — 1902.
63. Rigaud Moritz, *Ueber β-substituierte N-Methyl-Pyridone und Dimethyl-N-Methyl-Chinolon* — 1902.
64. Rohé Heinrich, *Das kaufmännische Auskunftswesen etc.* — 1901.
65. Rose J. A., *Beiträge zur Kenntniss der Borsäure etc.* — 1902.
66. Sakamoto Ikutaro, *Ueber zwei Fälle von Weil'scher Krankeit* — 1902.
67. Sammet Paul, *Die in der Sammlung des mineralogisch-geologischen Instituts der Universität Erlangen enthaltenen Silicate* — 1901.
68. Scharff Pius, *Beiträge zur Frage der Ernährung des Neugebornen in den ersten Lebenstagen* — 1901.
69. Schmidt Walter, *Untersuchungen über die Blatt- und Samenstruktur bei den Loteen* — 1902.
70. Schneider Sebastian, *Zur Kenntniss der Isodithiobiazolone* —1902.
71. Schroeder Alfred, *Anatomische Untersuchung des Blattes etc.* — 1902.
72. Schuh Hans, *Zur Diagnose und Pathologie der Perikarditis* — 1901.
73. Schulze Walther, *Beiträge zur vergleichenden Anatomie der Genisteengattungen etc. Genista, Adenocarpus und Calycotome* —1901.
74. Senft Otto, *Die Metallspielwarenindustrie und der Spielwarenhandel von Nürnberg und Fürth* — 1901.
75. Spitta Albert, *Zur Kenntnis des Diphenylisodithiobiazolon*—1902.
76. Stelzner Karl, *Ueber den Dampfdruck fester Körper* — 1901.
77. Stoess Ludwig, *Ein Fall von Cysticercus racemosus des Gehirns* 1902.

78. Thiele Willy, *Ueber einen Fall von Gliom und Sarkom des Rückenmarks etc.* — 1902.
79. Tsuchida Usabro, *Ein Fall von diffuser sklerodermie etc.* — 1902.
80. Ulmer Theodor, *Ueber die Produkte der Einwirkung von Hydrazinhydrat auf Thioharnstoffe* — 1901.
81. Walter August, *Ringsynthetische Versuche in der Carbazid-Reihe* 1901.
82. Werner Josef, *Statisticher Beitrag zur Therapie der Unterschenkelsarkome* — 1901.
83. Werner Michael, *Drei Fälle von primärem Nierensarkom* —1901.
84. Westrum W., *Klinische Beiträge zur Kenntnis der Syringomyelie* — 1901.
85. Winkler Fritz, *Beiträge zur vergleichenden Anatomie der Gattungen Crotalaria und Prioritropis* — 1901.
86. Yukawa Genyo, *Untersuchungen über den Fusssohlenstrichreflex in der grossen Zehe bei Gesunden und Kranken* — 1902.
87. Zahn Hermann, *Ueber Protoplasmagifte.* — 1901.

Kansas — *University Quarterly* — Bulletin, vol. III, n. 6 — 1902.

Kiew — *Universitetskia Isvestia* (Notizie universitarie) — Vol. XLIII, n. 3-4— 1903.

Kobenhavn — *Nyt Tidsskrift for Matematik* — A, 14 Aarg., n. 2; B, 14 Aarg., n. 2 — 1903.

Leipzig — *K. sächsisch. Gesellschaft der Wissenschaften* — Berichte über die Verhandlungen der math.-phys., Cl., Band 54, VI-VII (1902); Band 55, I-II (1903); Abhandlungen, Band XXVIII, n. I-III — 1903.

London — *Royal Society* — Proceedings, vol. LXXI, n. 475-476.

Mathematical Society — Proceedings, vol. XXXV, n. 805-808 — 1903.

Linnean Society — The Journal, Zoology, vol. XXVIII, n. 186 — 1903.

Nature — Vol. 68, n. 1749-1754.

Royal astronomical Society — Monthly notices, vol. LXIII, n. 6 e 7—1903.

Royal Society — Philosophical transactions, A, 336; B, 215 — 1903.

British Association for the advancement of science — Report of the seventy-second meeting held at Belfast in September 1902.

Manchester — *Geological Society* — Transactions, vol. XXVIII, part. IV-VII— 1903.

Museum Owens College — Publications, n. 41-45 — 1902.

Marburg — *Gesellschaft zur Beförderung der gesammten Naturwissenschaften* — Sitzungsberichte, Jahrgang 1902.

Mexico — *Direccion general de estadistica* — Anuario estadistico de la república mexicana 1901, año IX, n. 9; Censo y Division territorial del Estado de Zacatecas verificados en 1900 — 1902.

Sociedad científica «Antonio Alzate» — Memorias y revista, tomo XVII, n. 4-6 — 1902.

Moscou — *Société impériale des naturalistes* — Bulletin, n. 3-4 — 1902.

München — *K. B. Akademie der Wissenschaften* — Sitzungsberichte der math.-physik. Kl., Heft I — 1903.

New Haven — *Connecticut Academy of arts and sciences* — Transactions, vol. XI, part. I-II — 1902.

Odessa — *Club alpin de Crimée* — Bulletin, n. 3-4 — 1903.

Paris — *Société d' encouragement pour l' industrie nationale* — Bulletin, tome 104, n. 4-5; Compte rendu, n. 8-9 — 1903.

Bibliothèque de l'École des hautes études — Bulletin des sciences mathématiques, tome XXVII, Avril-Mai — 1903.

Société zoologique — Bulletin, tome XXVIII, n. 3-4 — 1903.

École normale supérieure—Annales scientifiques, tome XX, n. 4 e 6—1903.

Académie des sciences — Comptes rendus hebdomadaires des séances, tome CXXXVI, n. 19-23 — 1903.

Archives de neurologie — Vol. XV, n. 90 — 1903.

Philadelphia — *American philosophical Society* — Procceedings, vol. XLI, n. 171 — 1903.

Prag — *C. Akademia Cisare Frantiska Josefa* — Vestnik, Rocnik XI; Rozpravy, Rocnik XI, Trida II — 1902.

Strassburg i. E. — *Kaiser Wilhelms-Universität* — Inaugural-Dissertationen zur Erlangung der Doctorwürde:

1. Albrecht Adolf, *Zur Entwicklungsgeschichte des Achsenskeletes der Teleostier* — 1901.
2. Batt Ludwig, *Ueber die Einwirkung von Zimmtaldehyd auf bernsteinsaures Natrium bei Gegenwart von Essigsäureanhydrid* — 1901.
3. Bretzl Hugo, *Botanische Forschungen des Alexanderzuges etc.* — 1902.
4. Dannenberg Wilhelm, *Ueber die Oxydation der Methyl- und Aethylmesakonsäure mit Kaliumpermanganat* — 1902.
5. Friedmann Walther, *Ueber die Oxyisoterebinsäure und das Isoheptodilacton* — 1902.
6. Gans Richard, *Ueber Induction in rotierenden Leitern* — 1902.
7. Isbister Milham W., *Ueber die Verwendbarkeit der Braun'schen Röhre zur Messung elektrischer Felder* — 1901.
8. Janensch Werner, *Die Jurensisschichten des Elsass* — 1902.
9. Jehl Paul, *Ueber die sechs stereoisomeren Phenylparaconsäuren*— 1901.
10. Jouck Karl, *Beiträge zur Kenntnis der Blausäure abspaltenden Glycoside* — 1902
11. Koenig Julius, *Ueber das Mucodilacton und die Mucolactonsäure* — 1901.
12. Koeppen Albert, *Ueber das Nonodilacton* — 1902.
13. Lentz Fritz, *Ueber Dioxysäuren und ein Dilacton aus den Acetonylaceton* — 1901.
14. Lurie Mark, *Ueber α-Aethyl β-oxybuttersäure und ihre Spaltungsprodukte* — 1902.
15. Mandelstam L., *Bestimmung der Schwingunsdauer der oscillatorischen Condensatoren-Entladung* — 1902.
16. Mansergh Varley W., *Ueber den im Eisen durch schnell oscillierende Stromfelder inducierten Magnetismus* — 1901.
17. Müller Fr. W., *Ueber Kohärer insbesondere Untersuchung der Abhängigkeit etc.* — 1901.

18. Paetzold Ernst, *Beiträge zur pharmacognostischen und chemischen Kenntnis des Harzes und Holzes von Guajacum officinale L. sowie des « Palo balsamo* — 1901.
19. Rosenthaler Leopold, *Phytochemische Untersuchung der Fischfungpflanze Verbascum sinuatum* L. etc. — 1901.
20. Soelner Julius, *Geognostische Beschreibung der schwarzen Berge in der südlichen Rhön.*
21. Springer Edmund, *Beiträge zur analytschen und toxikologischen Chemie der Akaloide* — 1901.
22. Stadlmayr Franz, *Ueber die Einwirkung von Natronlauge auf β-Brom phenylbutyrolacton* — 1902.
23. Stark Otto, *Ueber eine Diketonsäure und ein Ketolacton aus dem Acetylaceton* — 1902.
24. Widera Richard, *Pharmakognostisch-chemische Studie über die Verbreitung des Berberins, insbesondere in der Gattung Xanthoxylon* — 1902.

Rovereto — *I. r. Accademia di scienze lettere ed arti degli Agiati* — Atti, serie III, vol. IX, fasc. I — 1903.

Tokio — *I. University* — Journal of the College of Science, vol. XVI, art. 15; vol. XVIII, art. 1 — 1903.

The Earthquake investigation Committee — Publications, Department of Education, n. 12 — 1903.

Toronto — *University* — Studies, Psychological series, vol. II, n. 1; Geological series, n. 2 (1902); Biological series, n. 3 — 1902.

Washington — *U. S. Coast and Geodetic Survey* — List and Catalogue of the publications 1816 — 1902.

U. S. National Museum — Smithsonian Institution, Annual report of the board of regents — 1902.

OPERE PRIVATE

Caracciolo Rosario, *L'etere formol-monometilbiossibenzina nella tubercolosi* — Messina, 1903.

Mottareale G., *Per combattere la clorosi delle viti americane* — Portici, 1903.

Studio sulla depressa produzione degli olivi in Ferrandina — Napoli, 1903.

Per la lotta dei viticultori contro le gelate (Istruzioni) — Portici, 1903.

Masoni Udalrico, *Sul contatore d'acqua « Tubo Venturi »* — Napoli, 1903.

Pascal Ernesto, *Su di una equazione differenziale di forma più generale di quella di Riccati, e sul rapporto anarmonico di quattro radici di una equazione algebrica a coefficienti variablli* — Palermo, 1903.

Altre ricerche sulle matrici a caratteristiche invarianti nella teoria delle forme ai differenziali di second'ordine — Milano, 1903.

Del Gaizo Modestino, *Una lettera di G. A. Borelli ed alcune indagini di pneumatica da lui compiute* — Roma, 1903.

RENDICONTO

DELL'ACCADEMIA

DELLE

SCIENZE FISICHE E MATEMATICHE

(SEZIONE DELLA SOCIETÀ REALE DI NAPOLI)

SERIE 3.ª — VOL. IX. — (Anno XLII)

Fascicolo 7° — Luglio 1903

INDICE

NAPOLI

TIPOGRAFIA DELLA REALE ACCADEMIA DELLE SCIENZE FIS. E MAT.
diretta da E. de Rubertis fu Michele

1903

Fascicolo 7° ANNO XLII. Luglio 1903.

RENDICONTO

DELLA R. ACCADEMIA

DELLE SCIENZE FISICHE E MATEMATICHE

Processo verbale dell' adunanza del dì 20 Giugno 1903.
Presiede il presidente **E. Fergola.**

Intervengono i socii ordinarii Albini, Capelli, Cesàro, della Valle, del Pezzo, Delpino, de Martini, Fergola, Nicolucci, Oglialoro, Paladino, Pinto, Siacci, Villari e Bassani.

Il segretario legge il verbale dell'ultima adunanza, che viene approvato, e presenta le pubblicazioni giunte in dono e in cambio.

Comunica in seguito i ringraziamenti delle famiglie Cremona, Pirozzi e Cozzolino per la parte presa dall'Accademia al lutto che le ha colpite con la morte del compianto professore Luigi Cremona, e legge una lettera del preside della Facoltà di Scienze della R. Scuola di applicazione di Roma, il quale annunzia la deliberazione di detta Facoltà di aprire una sottoscrizione internazionale per onorare la memoria del grande estinto, riserbandosi di notificare le modalità, appena saranno stabilite.

Partecipa da ultimo che la Presidenza, invitata ad assistere all'inugurazione del monumento a Galileo Ferraris, celebrata il 17 maggio a Torino, delegò il socio Grassi a rappresentarvi l'Accademia.

Accogliendo il desiderio della Direzione della Biblioteca Civica di Rovereto, si delibera d'inviarle in dono il *Rendiconto*, a cominciare dalla serie III. e gli *Atti*, dal tomo XI della serie II.

Il socio de Martini, a nome dell' autore, presenta in omaggio una pubblicazione del prof. Modestino del Gaizo, intitolata « *Una lettera di G. A. Borelli ed alcune indagini di pneumatica da lui compiute* ». Il presidente ringrazia.

Il socio Bassani, anche a nome dei colleghi della Valle e de Lorenzo, legge il rapporto sulla Memoria della dott. M. Pasquale. presentata nell'adunanza del 9 maggio, proponendone l'inserzione, con la tavola che l' accompagna, negli *Atti*. L' Accademia, unanime, approva.

Il socio Capelli comunica, per il *Rendiconto*, una sua Nota dal titolo: « *Nuova dimostrazione di una formola relativa alle operazioni di polare* ».

Il socio Oglialoro presenta un lavoro del dott. Raffaele Paladino « *Sull'acido metacresolfurfuracrilico* ». Il presidente incarica i socii Oglialoro, Piutti e Scacchi di farne la relazione.

Il socio Albini ne presenta due: uno del dott. Adolfo Montuori « *Sulla formazione dell'acido ossalico nell'organismo umano* » e un altro del dott. Gennaro d'Errico « *Iniezioni sottocutanee di giallo d'uovo* ». La Commissione incaricata di esaminarli e di riferirne risulta costituita dai soci Albini, de Martini e Paladino.

Processo verbale dell'adunanza del dì 4 Luglio 1903.
Presiede il presidente E. Fergola.

Intervengono i socii ordinarii Albini, Capelli, Cesàro, della Valle, del Pezzo, Delpino, de Martini, Fergola, Nicolucci, Oglialoro, Paladino, Pinto, Siacci, Villari e Bassani.

Letto e approvato il verbale della precedente adunanza, il segretario presenta le pubblicazioni giunte in cambio e in dono, segnalando fra queste ultime quelle del socio d'Ovidio e del R. Osservatorio di Brera in Milano.

Poi annunzia che il concorso per le Scienze naturali, bandito il 6 gennaio 1902, è scaduto il 30 giugno prossimo passato senza alcun aspirante.

Il socio Albini, anche a nome dei colleghi de Martini e Paladino, legge le relazioni sulle Note dei dottori Adolfo Montuori e Gennaro d'Errico presentate nella tornata del 20 giugno, proponendone l'inserzione nel Rendiconto. Le conclusioni dei due rapporti, messe successivamente ai voti, sono accolte all'unanimità.

Il socio Oglialoro, pure a nome dei colleghi Piutti e Scacchi, riferisce sulla Nota del dott. Raffaele Paladino, proponendo che venga pubblicata nel Rendiconto. L'Accademia, unanime, approva.

Il socio Siacci presenta una Nota del prof. Domenico de Francesco: « *Sul moto di un filo e sull' equilibrio di una superficie flessibile e inestensibile* ». Il presidente incarica i soci Capelli, del Pezzo e Siacci di esaminarla e riferirne.

Il socio Bassani comunica un suo lavoro: « *La ittiofauna delle argille pleistoceniche di Taranto e di Nardò* », chiedendone l' inserzione negli *Atti*. La Memoria, con le quattro tavole che l'accompagnano, è approvata all' unanimità.

Lo stesso socio Bassani presenta un lavoro del prof. Aurelio de Gasparis, intitolato: « *Le alghe delle argille pleistoceniche di Taranto* ». La Commissione incaricata di farne il rapporto risulta costituita dei soci Delpino, De Lorenzo e Bassani.

Relazione *sulla Nota del Dott.* Raffaele Paladino.

(Adunanza del dì 4 Luglio 1903)

Il Dott. R. Paladino ha fatto la sintesi dell'acido metacresolfurfuracrilico e ne ha preparato alcuni derivati, aggiungendo così nuovi fatti a quelli già noti per ricerche analoghe eseguite da altri sperimentatori.

La vostra Commissione vi propone la pubblicazione della Nota nel Rendiconto.

A. Piutti
E. Scacchi
A. Oglialoro, *relatore.*

Sull'acido metacresolfurfuracrilico; *Nota del dottor* R. Paladino.

(Adunanza del dì 20 Giugno 1903).

È noto che il furfurolo possiede caratteri aldeidici molto spiccati, e perciò era da presumersi che anche esso come tutte le altre aldeidi dovesse prestarsi alla sintesi di importanti acidi non saturi per condensazione con i sali sodici di acidi grassi in presenza di anidride acetica secondo la reazione di Perkin.

Infatti già un buon numero di ricerche sperimentali dirette in questo senso hanno confermato tale natura aldeidica del furfurolo, permettendo appunto di preparare con la reazione accennata varii composti che la teoria lasciava prevedere.

Fra i varii sperimentatori che si occuparono di tali ricerche va ricordato pel primo Baeyer che nel 1877 preparava l'acido furfuracrilico: $C_4H_3O - CH = CH.COOH$ (Bericht, X, 357) nella stessa maniera con cui il Perkin aveva preparato l'acido cinnamico ed altri composti analoghi cioè riscaldando alla ebollizione per 8 ore del furfurolo con acetato di sodio ed anidride acetica.

Il prodotto di questa reazione sottoposto ai soliti trattamenti permise di separare l'acido suddetto sotto forma di sottili aghi lunghi incolori, fusibili a 135° e con un rendimento abbastanza vantaggioso, cioè in quantità quasi eguale a quella del furfurolo impiegato.

A confermare la identità del prodotto egli preparò dal medesimo, trattandolo con amalgama di sodio, l'acido furfurpropionico

$$(C_4H_3O - CH_2 - CH_2 - COOH).$$

Anche il Markwald compiva analoghi esperimenti modificando però lievemente il metodo di Baeyer ed applicandolo ad altri composti.

In seguito il Cleisen (Bericht, XXIV, 143) preparò l'etere dell'acido furfuracrilico secondo gli ordinarii metodi di eterificazione e da questo per saponificazione riottenne l'acido fusibile a 139° — 140°.

Più tardi in compagnia del Tönnies con procedimento analogo lo stesso Baeyer estese le sue ricerche preparando l'acido furfurangelica: $C_4H_3O . CH = CH . CH_2 . CH_2 . COOH$ con furfurolo, anidride butirrica o butirrato sodico alla temperatura di 100°—150°, ed anche per questo prodotto il rendimento fu piuttosto abbondante e mediante riduzione con amalgama di sodio fornì l'acido furfurvalerianico: $C_4H_3O . CH_2 . CH_2 . CH_2 . CH_2 . COOH$.

Estendendo le loro ricerche all'isobutirrato sodico gli stessi autori mediante il furfurolo e l'anidride acetica ottennero un olio incoloro bollente a 153°, da cui poterono ricavare del furfurbutile:

$$C_4H_3O . CH = CH - CH_2 . CH_3 .$$

Questo composto fu poi anche in seguito (Bericht XVII, 851) ottenuto dal Tönnies e Sland, ma di poi Fittig e Konrad ripetendo le stesse osservazioni modificarono la formola suddetta del Baeyer e Tönnies nell'altra: $C_4H_3O . CH = C (CH_3)_2$.

Osservatori posteriori come Kehrer e Kleberg (Bericht, XXVI 345) prepararono l'acido furfurlevulinico riscaldando un miscuglio di acido levulinico, furfurolo ed acetato di sodio fuso e triturato.

Il nuovo acido ricavato coi soliti procedimenti dal prodotto della reazione era cristallino e fondeva a 153°.

Infine vanno ricordati i recenti lavori del Röhmer, il quale ha studiato la condensazione del furfurolo con l'acido fenilacetico (Bericht, XXXI, 281) e piruvico (Ibid.) preparando rispettivamente l'acido fenilfurfuracrilico e furfurolpiruvico, nonchè quella della furfuracroleina con gli stessi acidi fenilacetico e piruvico, i quali fornirono gli acidi previsti furfuracrolein fenilacetico: $C_4H_3O . CH : CH . CH : COOH—C_6H_5$ e furfuracroleinpiruvico:

$$C_4H_3O . CH : CH . CH : CH . CO . COOH .$$

In seguito essendosi con le moderne teorie stereochimiche dimostrata la possibilità dell'esistenza di composti non saturi sotto forme alloisomere diverse ed avendo il Liebermann confermato sperimentalmente tali vedute mediante le sue interessantissime ricerche sull'acido allocinnamico, lo stesso Liebermann cercò di ottenere anche l'acido isomero del furfuracrilico del Baeyer e vi riuscì nel seguente modo: (Bericht, XXVII, 213).

Dell'acido furfurmalonico fu riscaldato per pochi minuti con eguale quantità di anidride acetica. Agitando la soluzione raffreddata, per la

scomposizione della anidride acetica con acqua si ebbe un olio insoluto, costituito da acido furfuracrilico ed allofurfuracrilico.

Per la separazione di questi due acidi si profittò della maggiore solubilità dell'acido allofurfuracrilico in acqua e benzolo.

Infatti trattando il miscuglio col quadruplo del suo peso di benzolo, questo asporta via l'acido allofurfuracrilico che può essere separato per successiva precipitazione di tale soluzione benzoica con ligroina lasciando indietro il furfuracrilico.

L'acido allofurfuracrilico opportunamente purificato si presentò in lamine straordinariamente sottili ed allungate fusibili ad 86°—87°.

La formazione degli alloisomeri nella condensazione diretta mediante la reazione di Perkin è stata obbietto di particolari ricerche fatte in questo Istituto ed i recenti lavori della dott. Bakunin hanno pienamente dimostrato che essa si verifica in alcuni casi operando con varie aldeidi. Ed essendosi, in questo stesso Istituto, studiata l'azione del furfurolo sopra alcuni acidi grassi e propriamente su gli acidi ortocresolglicolico e timolglicolico, io mi son proposto di studiare l'azione del furfurolo sopra l'acido metacresolglicolico, quest'ultimo già ottenuto dal prof. Oglialoro e dott. Forte (Rend. della R. Acc. di Sc. fis. e mat. di Napoli, 1890), sperando di giungere alla preparazione dell'acido metacresolfurfuracrilico.

Essendosi compiuta una prima parte delle mie esperienze ne formo obbietto della presente nota.

Mi preparai l'acido metacresolglicolico occorrente seguendo esattamente le indicazioni date dagli autori.

L'acido metacresolglicolico, dopo essere stato opportunamente purificato, venne trasformato in sale sodico, che fu disseccato per due ore circa in stufa ad aria alla temperatura di 120° e quindi messo a reagire col furfurolo nel modo seguente:

In un pallone munito di tubo a ricadere riscaldai per circa 6 ore alla temperatura di 140° pesi equimolecolari di metacresolglicolato sodico secco e furfurolo in presenza di una quantità di anidride acetica circa quadrupla del furfurolo impiegato. Il prodotto della reazione presentavasi come una massa liquida bruna, alla quale dopo raffreddamento completo, aggiunsi un eccesso di acqua distillata facendola bollire di poi per circa mezz'ora.

Col raffreddamento si separò una massa nerastra amorfa insieme ad una sostanza cristallina chiara; filtrai lavando ripetutamente la parte indisciolta, la quale così separata, feci bollire con leggero eccesso di soluzione di carbonato sodico, filtrando nuovamente.

La parte suddetta restava in questo trattamento quasi del tutto indisciolta assumendo addirittura un aspetto carbonioso, e si mostrò in seguito refrattaria a tutti i tentativi fatti per ricavarne prodotti cristallizzabili.

La soluzione alcalina di colore bruno fu estratta ripetutamente con etere, che, separato mediante imbuto a rubinetto, venne di poi sottoposto a distillazione e lasciò un lieve residuo liquido bruno costituito in gran parte da furfurolo.

Completamente privato dall' etere il liquido acquoso fu decomposto con acido cloridrico, ottenendosi così precipitata una sostanza grigiastra, che raccolta sul filtro fu lavata ripetutamente.

Detto prodotto venne sottoposto a successivi trattamenti con acqua bollente sino a che questa non ne scioglieva più che una parte insignificante, lasciando un residuo brunastro insolubile. Dalle diverse porzioni di acqua bollente, per raffreddamento, si separò a poco a poco una sostanza gialla, cristallizzata in aghi, che fu identificata per acido metacresolglicolico.

Il residuo bruno insolubile in acqua bollente, fu trattato con acqua di barite in cui quasi completamente sciogliervasi alla ebollizione, salvo una piccola quantità di sostanza resinosa.

La soluzione baritica venne di poi filtrata e decomposta con acido cloridrico. Una sostanza di colorito gialletto e di aspetto cristallino si separò a poco a poco che venne raccolta e lavata ripetutamente. Questo nuovo acido fu in seguito cristallizzato da un miscuglio bollente a parte uguali di acqua ed alcool in presenza di carbone animale.

Si depositarono col raffreddamento ammassi di aghi prismatici di colorito bianco gialletto fusibili a 160—161° poco solubili in acqua anche calda, molto invece in benzina, alcool, etere. Sottoposto all' analisi il nuovo acido dette i seguenti risultati:

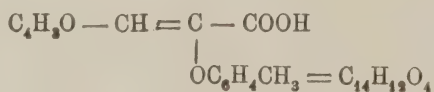
Sostanza impiegata gr. 0,310

CO_2 0,780
H_2O 0,129

e per cento

Carbonio 68,70
Idrogeno 4,83

La teoria per l'acido metacresolfurfuracrilico previsto ed a cui corrisponderebbe la formola:

$$\begin{array}{l} C_4H_3O - CH = C - COOH \\ \qquad\qquad\qquad\quad | \\ \qquad\qquad\qquad\quad OC_6H_4CH_3 = C_{14}H_{12}O_4 \end{array}$$

richiede per cento:

Carbonio 68,85
Idrogeno 4,92

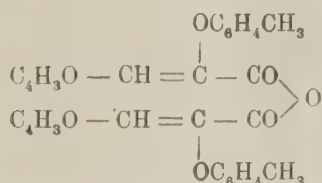
Siccome negli altri lavori analoghi al presente eseguiti in questo stesso Istituto si è tentato la formazione di alloisomeri nei prodotti della condensazione, ho cercato anche io di rintracciare qualche cosa di simile

sottoponendo ai soliti procedimenti di estrazione le acque acetiche separate dopo il trattamento primitivo del prodotto della reazione. Però, malgrado tutti i tentativi fatti non mi riuscì di ricavare da esse se non delle piccole quantità di acido metacresolglicolico inalterato.

Mi propongo, per altro di ripetere il saggio a bassa temperatura e per tempo più prolungato per verificare se in questa nuova condizione la formazione di qualche alloisomero abbia luogo.

Del nuovo acido ottenuto ho preparato qualche derivato nel modo qui appresso descritto:

Anidride dell' acido metacresolfurfuracrilico.

$$
\begin{array}{l}
\qquad\qquad\qquad\qquad\quad OC_6H_4CH_3 \\
\qquad\qquad\qquad\qquad\quad | \\
C_4H_3O - CH = C - CO \\
\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\quad \rangle O \\
C_4H_3O - CH = C - CO \\
\qquad\qquad\qquad\qquad\quad | \\
\qquad\qquad\qquad\qquad\quad OC_6H_4CH_3
\end{array}
$$

Per la preparazione di questa anidride ho seguito le norme indicate dalla dott. Bakunin nei suoi recenti lavori. La soluzione benzinica dell'acido trattata con anidride fosforica in piccole proporzioni, si colorò dapprima in rosso, che crebbe di poi in intensità.

La benzina separata per decantazione dalla massa fosforica e distillata, lasciò un residuo giallastro, il quale trattato con soluzione di carbonato sodico, lasciò indisciolta una massa giallastra, che cristallizzata dall' alcool si depositò in forma di minuti cristalli, leggermente gialletti, fusibili a 149°, solubili in alcool etere. Analogo prodotto si ottenne sottoponendo la massa fosforica separata precedentemente dal liquido benzinico.

L' analisi della suddetta sostanza fornì i seguenti risultati:

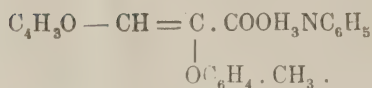
Sostanza impiegata 0,300.

	H_2O	0,129
	CO_2	0,785
e per cento		
	Idrogeno	4,66
	Carbonio	71,33

La teoria per la formola sopra indicata esige per cento:

$H = 4,68$
$C = 71,48$

Sale di Anilina.

$$C_4H_3O - CH = \underset{\displaystyle OC_6H_4 . CH_3 .}{\underset{|}{C}} . COOH_3NC_6H_5$$

Questo sale fu preparato scaldando per qualche tempo pesi equimolecolari di acido metacresolfurfuracrilico e di anilina in soluzione alcoolica.

Esso si presenta in cristalli giallastri fusibili a 151°, solubili nell'alcool benzina, cloroformio.

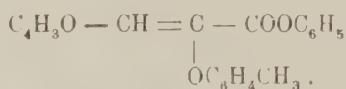
La determinazione dell'azoto fatta secondo il metodo di Kjeldhal dette i seguenti risultati:

Sostanza impiegata 0,300.

Azoto trovato gr. 0,0133 corrispondente ad azoto °/₀ 4,43.

La teoria esige 4,15.

Etere fenico.

$$C_4H_3O - CH = \underset{\displaystyle OC_6H_4CH_3 .}{\underset{|}{C}} - COOC_6H_5$$

Questo etere fu preparato col metodo già ricordato per l' anidride, sciogliendo dapprima a caldo l' acido metacresolfurfuracrilico in benzina ed aggiungendo a questa soluzione un peso equimolecolare di fenolo in soluzione benzinica al 10 °/₀.

Alla mescolanza mantenuta a discreta temperatura fu aggiunta la quantità necessaria di anidride fosforica a piccole porzioni. La soluzione benzinica colorata in rosso, decantata e distillata lasciò un residuo giallastro. La massa fosforica fu totalmente liberata dalla benzina ed il residuo ottenuto insieme a quello precedentemente fornito dal liquido benzinico furono trattati con leggero eccesso di soluzione di carbonato sodico.

Si ottenne in tal modo un prodotto che sia dall'alcool, che dal cloroformio o dall' etere si depositava in piccoli cristalli microscopici fusibili a 151°.

Sottoposto all' analisi questo etere dette i seguenti risultati:

Sostanza impiegata 0,287.

	H_2O	0,141
	CO_2	0,844
e per cento		
	Idrogeno	5,02
	Carbonio	74,95

La teoria per la suddetta formola esige per cento:

Idrogeno	5
Carbonio	75

Mi riserbo di studiare altri derivati dell'acido da me preparato, non avendolo potuto sinora per mancanza di materiale.

Napoli, Istituto Chimico della R. Università.

Relazione *sulla Nota del Dott.* Adolfo Montuori

(Adunanza del dì 4 Luglio 1903)

In una Nota pubblicata nei Rendiconti della nostra Accademia (1901) il Dott. Adolfo Montuori dimostrò che l'acido ossalico, sintetizzandosi nel fegato con corpi azotati non bene determinabili, produce aumento della formazione d'acido urico.

Siccome un autore tedesco (il Dott. Wiener), con un recente lavoro sostiene d'essere venuto agli stessi risultati (aumento cioè nella formazione d'acido urico) alimentando gli animali (uccelli) con acido malonico, tartronico, lattico, il Dott. Montuori pensò di istituire esperienze sugli animali somministrando loro determinate dosi di questi acidi della serie grassa e nella nuova Nota che ora presenta all' Accademia dal titolo « *Sulla formazione dell'acido ossalico nell'organismo animale* » dimostra appunto che, nell' organismo del cane, questi acidi vengono parzialmente eliminati sotto forma di acido ossalico.

Ora è evidente che queste nuove ricerche del Montuori, dimostranti la parziale decomposizione in acido ossalico di molti dei corpi adoperati dal Dott. Wiener, servono di anello di concatenazione fra gli antecedenti studi suoi e quelli dell'autore e confermano sempre più la possibilità di una formazione sintetica dell' acido urico nell' organismo.

Le ricerche del Montuori ed i risultati da lui ottenuti contribuiscono ad illuminare in certo modo l'oscura genesi dell'acido ossalico nell'organismo animale e perciò la vostra Commissione ritiene che la Nota sia degna d' essere pubblicata ne' Rendiconti.

A. de Martini
G. Paladino
G. Albini, *relatore*

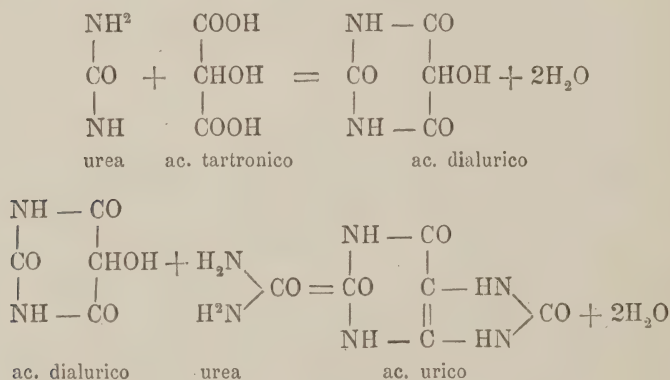
Sulla formazione dell' acido ossalico nell' organismo animale; *Nota del dott.* A. Montuori.

(Adunanza, del dì 4 Luglio 1903)

U. Wiener, in una pregevole monografia, *sulla formazione sintetica dell' acido urico nell' organismo animale* [1]) ha dimostrato tra l'altro che, ha dimostrato tra l'altro che, principalmente negli uccelli, l'alimentazione con glicerina, acido propionico, lattico, piruvico, idracrilico, tartronico, malonico, mesossalico, e β-ossibutirico, combinata alla contemporanea iniezione ipodermica di urea, determina un considerevole aumento nella formazione di acido urico.

Egli spiega il fatto colla ipotesi che la catena a tre atomi di carbonio contenuta in tutte queste sostanze sia capace di combinarsi con due residui ureici e formi così l'ureide dell'acido acrilico, cioè l'acido urico. Così ad esempio, per l'acido tartronico la reazione avverrebbe secondo lo schema seguente:

$$\begin{array}{ccccccc} NH^2 & & COOH & & NH - & CO & \\ | & & | & & | & | & \\ CO & + & CHOH & = & CO & CHOH & + 2H_2O \\ | & & | & & | & | & \\ NH & & COOH & & NH - & CO & \\ \text{urea} & & \text{ac. tartronico} & & & \text{ac. dialurico} & \end{array}$$

$$\begin{array}{lll} \begin{array}{ll} NH - & CO \\ | & | \\ CO & CHOH \\ | & | \\ NH - & CO \end{array} + \begin{array}{l} H_2N \\ H^2N \end{array}\!\!>CO & = & \begin{array}{ll} NH - & CO \\ | & | \\ CO & C - HN \\ | & \| \\ NH - & C - HN \end{array}\!\!>CO + 2H_2O \\ \text{ac. dialurico} \quad \text{urea} & & \text{ac. urico} \end{array}$$

Poichè d'altra parte in alcune mie precedenti ricerche [2]) aveva constatato che l' acido ossalico introdotto nell' organismo può dar luogo alla formazione di acido urico, per processi forse sintetici che si verificano certamente nel fegato, ho cercato d'indagare quali fossero i rapporti tra le mie ricerche e quelle del Wiener e per quale ragione si abbia una maggiore formazione di acido urico tanto dalle sostanze usate dal Wiener quanto dall'acido ossalico da me adoperato.

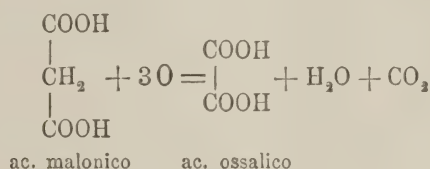
---

[1]) Uber synthetische Bildung der Harnsaüre im Tierkörper (Beitraege z. Chem. phys. u. Path. II Bd., 1-3 Heft 1902).

[2]) *Alcune osservazioni sul destino dell'acido ossalico nell'organismo* (Rend. della R. Acc. di Scienze fisiche e mat. di Napoli, XII f. 1901 ed Arch. ital de Biologie, T. XXXVII, fasc. 3°).

Il piano di queste indagini si presentava tra i più semplici. Dato che l'ingestione di glicerina, acido lattico, tartarico etc. produce aumento di acido urico e dato che questo stesso fenomeno si osserva somministrando come aveva io fatto, acido ossalico, era evidente che l'ipotesi del Wiener non poteva prestarsi a spiegare le mie osservazioni. Per mettere dunque, d'accordo i due fatti, si trattava di verificare se le sostanze che secondo le ricerche del Wiener forniscono sinteticamente acido urico, si trasformassero prima, nell' organismo in acido ossalico per poi dar luogo alla formazione di acido urico.

Questo indirizzo di ricerche mi era specialmente suggerito dalle osservazioni di Pohl [1]) il quale, studiando la decomposizione degli acidi della serie grassa nell'organismo animale, ha stabilito la legge che negli acidi più complessi viene prima ossidato l'atomo di carbonio più strettamente legato al carbossile, passandosi così da una serie all'altra immediatamente inferiore per atomi di carbonio. In tal modo, come ha riscontrato lo stesso Pohl, l'acido malonico nel coniglio viene ossidato in acido ossalico, secondo la seguente reazione:

$$\underset{\text{ac. malonico}}{\begin{matrix} COOH \\ | \\ CH_2 \\ | \\ COOH \end{matrix}} + 3O = \underset{\text{ac. ossalico}}{\begin{matrix} COOH \\ | \\ COOH \end{matrix}} + H_2O + CO_2$$

Ma, oltre questo dato di fatto, una considerazione generale mi confortava. Se per l'acido tartronico è relativamente agevole spiegarsi la formazione sintetica dell'acido urico, ciò non riesce del pari per tutte le sostanze impiegate dal Wiener per le sue ricerche e mal si comprende come tanti svariati corpi diano tutti, accoppiandosi a residui ureici, lo stesso prodotto sintetico; dimostrandosi invece la loro previa trasformazione in acido ossalico, il fenomeno si spiega con maggiore semplicità e chiarezza.

Le ricerche di cui quì riferisco i risultati consisterono essenzialmente nell'alimentare dei cani con alcuni dei corpi impiegati del Wiener e nel ricercare nella loro urine l'acido ossalico.

Non ho potuto impiegarli tutti e mi son dovuto limitare a quelli che è stato più agevole procurarmi. D'altra parte per lo scopo della mia ricerca non era assolutamente necessario passarli tutti a rassegna.

Ho creduto del pari sufficiente il limitarmi a constatare semplicemente la presenza dell'acido ossalico anzichè determinarne le quantità, giacchè il mio intento non era quello di studiare i prodotti di decomposizione delle sostanze da me adoperate, ma solo quello di vedere se dessero parzialmente luogo a formazione di acido ossalico.

---

[1]) Arch. f. exper. Path. u. Pharm. 1896.

Per mettermi al riparo da qualsiasi possibile errore ho pensato di sperimentare sempre sopra animali che antecedentemente all' inizio della ricerca non presentassero neanche tracce di acido ossalico nelle urine. A questo scopo ho tenuto gli animali di esperimento per diversi giorni a dieta lattea esclusiva ed ho cominciato le mie ricerche solo quando l'urina, saggiata col metodo di Salkowski, già da tre giorni non dimostrava la presenza di acido ossalico, sostanza che nell' urina dei cani si trova molto più spesso di quello che si possa credere.

Le sostanze da me sperimentate, riguardo alla eventuale formazione di acido ossalico furono le seguenti: acido malonico, acido tartronico, acido etilidenlattico, acido β-ossibutirico e glicerina; esse venivano somministrate ai cani aggiungendole alla razione ordinaria di latte e quando, come si è detto, mi era bene accertato, per diversi saggi ripetuti per tre giorni, che l'urina non conteneva acido ossalico. Per le ricerche di questa sostanza mi sono ordinariamente servito del metodo rapido di Neubauer, solo nei casi in cui questo mi dava risultato negativo sono ricorso, per controllo, al metodo di Salkowski.

Ecco ora i risultati ottenuti.

1.° *Acido malonico*

(COOH . CH_2 . COOH)

a) Cane di K. 7. Tenuto a dieta lattea (gr. 1000) per cinque giorni. Al 2.° giorno scompare l'acido ossalico. Al 5.° si somministrano gr. 3 di acido malonico sotto forma di sale sodico.

Per due giorni consecutivi alla somministrazione si riscontrano nelle urine considerevoli quantità di acido ossalico (metodo di Neubauer).

b) Cane di Kg. 5. Dopo tre giorni che con una dieta lattea antecedente era già scomparsa ogni traccia di acido ossalico dalle urine si aggiungono alla razione di latte gr. 5 di malonato sodico. Eliminazione di acido ossalico per le urine per cinque giorni consecutivi (Neubauer).

c) Stesso cane di 7 Kg. come nel esp. (a) Acido ossalico assente da tre giorni nelle urine; si aggiungono al latte gr. 6 di malonato sodico. Presenza di acido ossalico nelle urine per quattro giorni consecutivi.

Dai tre citati esperimenti si può concludere che l'acido malonico dà sempre luogo alla formazione di acido ossalico.

2.° *Acido tartronico*

(COOH . CHOH . COOH)

a) Cagna di 6 Kg, Quantunque non presenti acido ossalico nelle urine, viene tenuta tre giorni a dieta di 900 gr. di latte.

Al 4° si aggiungono gr. 3 $^1/_2$ di acido tartronico (sale sodico).

L'urina ricercata col metodo Neubauer dimostra per quattro giorni successivi la presenza di acido ossalico.

b) Stessa cagna dopo che è sparito già da 8 giorni l'acido ossalico dalle urine. Si somministrano col latte gr. 5 di tartronato sodico.

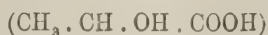
Comparsa di considerevoli quantità di acido ossalico, reperibile fino a 6 giorni dopo l'ingestione. Metodo Neubauer.

c) Cane di 8 Kg. Regime latteo preventivo della durata di 6 giorni. Mai acido ossalico.

Ingestione di gr. 1 $^1/_2$ di acido tartronico (sale sodico). Eliminazione di acido ossalico per due giorni. (Neubaner).

Anche l'acido tartronico determina quindi nel cane formazione di acido ossalico.

3.° *Acido etilidenlattico*

(CH_3 . CH . OH . COOH)

Si è scelto l'acido lattico di fermentazione come quello che secondo il Wiener può sintetizzarsi coll'urine e fornire l'acido urico.

a) Cane di 6 Kg. Regime latteo precedente per 6 giorni, al 2.° scompaiono le tracce di acido ossalico. Ingerisce col latte gr. 2 $^1/_2$ di acido lattico (sale sodico). La ricerca dell'acido ossalico nelle urine, anche ripetutamente eseguita col metodo di Salkowski riuscì negativa.

b) Stesso cane dopo 8 giorni si somministrano gr. 5 di lattato di sodio.

Solo al 1.° giorno successivo si riesce a dimostrare un qualche cristallo di ossalato di calce col metodo di Salkowscki. Nulla nei giorni successivi.

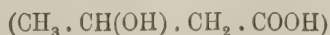
c) Cane di Kg. 7,500. Urine prive di acido ossalico. Dieta lattea di tre giorni. Ingestione di gr. 8 di lattato sodico.

Ricerca delle urine col metodo Neubauer. Discreta quantità di acido ossalico nel 1.° giorno.

Nel 2.° giorno il metodo Neubauer è negativo, quello di Salkowski rileva tracce di acido ossalico, che spariscono al 4.° giorno.

Come si può rilevare dai suesposti esperimenti l'acido lattico di fermentazione, almeno nel cane, non produce constantemente acido ossalico ed in ogni caso mai in notevoli quantità. Molto probabilmente però negli uccelli, in cui secondo Minkowski il ricambio dell'acido lattico procede ben diversamente, il modo di comportarsi dev'essere differente che nel cane.

4.° *Acido β-ossibutirico*

(CH_3 . CH(OH) . CH_2 . COOH)

a) Cane di 5 Kg. Dieta lattea. Dopo 4 giorni di assenza di acido ossalico, si somministrano, colla sonda gastrica, gr. 2 di β-ossibutirato so-

dico, l'animale parte ne emette col vomito. Considerevole diarrea. Nessuna traccia di acido ossalico nelle urine ricercate anche col metodo Salkowski.

b) Cane di 10 Kg. Assenza di acido ossalico. Dopo 3 giorni di dieta lattea, prende gr. 2 di acido (sotto forma di sale sodico) per mezzo della sonda. Notevole diarrea. Assenza di acido ossalico nelle urine.

I risultati di questi due esperimenti sono tutt'altro che dimostrativi. L'insorgere dei disturbi gastro-enterici anche dopo la somministrazione di dosi relativamente piccole della sostanza non ci permette di trarre alcuna conclusione sulle sue decomposizioni nell'organismo.

5.° *Glicerina*

($CH_2OH . CHOH . CH_2OH$)

Senza insistere a lungo sulle prove di alimentazione colla glicerina basterà il dire che esse, comunque condotte riuscirono sempre negative.

Si può quindi concludere che la glicerina nel cane non produce mai acido ossalico.

Benchè non abbia estese le ricerche a tutte le sostanze adoperate dal Wiener, pure del complesso delle osservazioni parmi possa concludersi che la formazione di acido urico cui queste sostanze danno luogo sia in istretto rapporto colla loro decomposizione in acido ossalico. La prova incerta ottenuta coll'acido β-ossibutirico attribuibile principalmente alla assoluta intolleranza dei cani per questo acido e quella negativa colla glicerina possono mettersi in rapporto colla diversità di classi animali su cui abbiamo sperimentato il Wiener ed io.

A completare intanto queste ricerche, vista la grande tendenza dei corpi da me sperimentati a fornire acido ossalico, pensai di vedere se anche altri acidi della serie grassa e di costituzione diverse da quelli adoperati dal Wiener fossero capaci di decomporsi in acido ossalico.

Scelsi a questo scopo l'acido acetico, il tartarico ed il citrico principalmente per la ragione che essendo questi adoperati nell' alimentazione ordinaria, avrebbero potuto fornire anche delle pregevoli indicazioni pratiche.

Per non estendermi in inutili relazioni di esperimenti dirò subito che le prove coll'acido acetico e tartarico, somministrati sotto forma di sale sodico fino ad 8 grammi ai cani riuscirono costantemente negative, non così le prove coll'acido citrico di cui riferisco qui qualche risultato.

6.° *Acido citrico*

a) Cane di 8,500 Kg. Dieta lattea, assenza di acido ossalico. Riceve gr. 3 di citrato di sodio.

L'urina, ricercata col metodo di Neubauer, dimostra la presenza di ossalato di calcio per due giorni consecutivi. Al 3.° giorno riescono po-

sitive solo le prove istituite col metodo di Salkowski, al 4.° sparisce ogni traccia di acido ossalico.

b) Stesso cane dopo 8 giorni dal precedente esperimento, tenuto sempre a dieta lattea. Riceve gr. 6 di citrato sodico. Acido ossalico nelle urine per cinque giorni consecutivi.

c) Cagnolino di 3 Kg. Non emette acido ossalico.

Dopo 2 giorni di dieta lattea gli si somministrano gr. 2 di citrato sodico. Emissione per tre giorni di considerevoli quantità d'acido ossalico, al 4.° giorno tracce rilevabili col metodo Salkowski.

Confortato da questi risultati positivi, seguendo le traccie del Wiener volli verificare se anche l' acido citrico fosse capace di fornire sinteticamente dell'acido urico ed ecco il risultato otteuuto.

Ad un cane di 7 Kg. tenuto a razione lattea assoluta, la cui urina non presentava tracce di acido ossalico nè di acido urico, somministrai gr. 6 di citrato di sodio inettando nel contempo ipodermicamense gr. 3 di urea in soluzione acquosa; l'iniezione venne eseguita tre ore dopo dell'ingestione del citrato. Nelle urine delle 24 ore determinai l'acido urico col metodo Ludwig-Salkowski, la quantità di urina fu di circa c. c. 135 la quantità di acido urico gr. 0, 0097.

Come si vede adunque anche l'acido citrico, come si decompone parzialmente in acido ossalico così fornisce acido urico.

Dando uno sguardo complessivo alle ricerche da me brevemente esposte si ricava subito il concetto che molto probabilmente gl'importanti risultati delle belle esperienze del Wiener debbono spiegarsi in un modo diverso da quello dell'autore.

A prescindere dalle considerazioni che la sua teoria non potrebbe spiegare il fatto da me precedentemente notato che la somministrazione di acido ossalico determina aumento della formazione dell'acido urico, basta l'aver dimostrato, come io ho fatto, che molti degli acidi da lui adoperati si sdoppiano nell'organismo in acido ossalico, per attribuire a questo corpo la formazione dell'acido urico. Si aggiunga a questo l'osservazione che lo acido citrico, contenente 4 atomi di carbonio, aggruppati inoltre in un modo ben diverso da quello dei corpi usati dal Wiener, è capace di sdoppiarsi in acido ossalico e di accrescere la formazione di acido urico e si resterà convinti che è proprio l'acido ossalico la sostanza che unendosi a corpi azotati non bene determinati può fornire in alcune condizioni una certa quantità di acido urico.

Ad ogni modo però, qualunque sia l'interpetrazione che voglia darsi ai risultati delle ricerche di Wiener e delle mie, spetta ad ambedue il merito di avere additato che nell'organismo può formarsi acido urico per processi diversi da quelli generalmente ammessi finora.

Istituto fisiologico della R. Università di Napoli
Giugno 1903.

Relazione *sulla Nota del dott.* Gennaro d'Errico

(Adunanza del dì 4 Luglio 1903)

In base ad alcuni fatti bene assodati dalla scienza e dall'esperienza e cioè:

1.° che il giallo del tuorlo d'uovo è un alimento completo e che in piccolissimo volume racchiude in opportune proporzioni quasi tutti i principii immediati nutritivi.

2.° che il giallo d'uovo è sterile.

3.° che nella vita embrionale viene assorbito per attività fagocitaria degli elementi anatomici embrionali non ancora differenziati e

4.° che anche nell'animale adulto vi sono elementi cellulari dotati di questo potere fagocitario, e questi sono i corpuscoli bianchi sia della linfa circolante ne' vasi omonimi sia specialmente que' corpuscoli semoventi emigranti nelle maglie connettivali, il Dott. d'Errico si propose di studiare gli effetti delle injezioni sottocutanee e parenchimali di quantità variabili di giallo d'uovo ed ottenne i seguenti risultati;

1.° Le iniezioni di piccole dosi di giallo d'uovo sono seguite certamente da aumento di peso degli animali sottoposti a pasto d'equilibrio.

2.° Le iniezioni di piccole dosi prolungano il periodo di resistenza all'inanizione

3.° Negli animali sottoposti all'inanizione ed al trattamento con piccole dosi di giallo d'uovo non sono notevoli le variazioni dell'azotototale eliminato nell'unità di tempo.

4.° La resistenza all'inanizione per la piccolezza delle dosi dalla quale è stata determinata deve attribuirsi non ad una vera alimentazione ma ad un ritardo nel consumo organico.

Infine il Dott. d'Errico ha constatato che le iniezioni sottocutanee di dosi elevate di giallo d'uovo producono gravi alterazioni renali, le quali non mancano quasi mai ma sono lievi e passaggiere negli animali sottoposti ad iniezioni sottocutanee di piccole dosi.

Per l'importanza che hanno le osservazioni fatte dal Dott. d'Errico sia dal lato puramente scientifico sia dal lato pratico e clinico, la vostra Commissione ritiene che la Nota meriti d'essere inserita ne' Rendiconti della nostra Accademia.

A. de Martini
G. Paladino
G. Albini, *relatore*

Iniezioni di giallo d' uovo — Contributo allo studio dell' alimentazione sottocutanea. *Ricerche sperimentali per il dottor* Gennaro d' Errico, *Assistente.*

(Adunanza del dì 4 Luglio 1903)

L' alimentazione sottocutanea, sebbene sia un argomento cominciato a studiare da poco, è stato già oggetto di un numero considerevole di lavori.

I primi lavori sono quelli di Mentzel e Perko (bib. 1), di Kast (bib. 2), di Krueg (bib. 3), di Witaker (bib. 4), di Pick (bib. 5). Questi Autori eseguirono le loro ricerche su conigli, su gatti, su cani e sullo stesso uomo, amministrando per iniezioni ipodermiche gli alimenti più differenti: il latte, l' olio d' olive, quello di mandorle e di fegato di merluzzo, lo zucchero, il burro, il sangue defibrinato. Queste prime ricerche però non vennero ad alcun apprezzabile risultato.

Più importante è il lavoro di Léube (bib. 6), che s'occupò delle iniezioni sottocutanee di peptoni, di albumine e di grassi. Egli conchiuse che i peptoni e le albumine, amministrate per questa via, passano nel sangue, ma senza alcun profitto per l' organismo; che le albumine hanno il doppio inconveniente di ledere i reni e di non potersi sterilizzare senza coagulare; che il *Protogeno*, preparato da Blum (bib. 7) sottoponendo la sierina e l' ovalbumina all' azione della formaldeide, provoca malessere generale ed ascessi, e che quindi le materie albuminoidi, amministrate per via sottocutanea, dando luogo a serii inconvenienti e non riparando affatto le perdite dell' organismo non sono suscettibili di alcuna azione terapeutica.

Interessantissime sono le ricerche dello stesso Leube (bib. 15 e 16) sui grassi. Egli per dimostrare che i grassi introdotti per via sottocutanea, erano realmente assorbiti ed utilizzati dall'organismo, iniettò a dei cani del burro e ricercò, dopo un certo tempo, se nel grasso trovato sotto la pelle e nel mesentere del cane si rinvenissero realmente elementi provenienti dal burro. Egli trovò che un cane che aveva perduto il tessuto adiposo, con un' alimentazione priva di grassi, ricuperava il suo grasso naturale, in seguito ad iniezioni ipodermiche di burro, e che il burro iniettato era utilizzato dall' organismo per i suoi bisogni.

Egli andò oltre e praticò nell' uomo iniezioni di cc. 30 a 40 d' olio d' ulive e trovò che questa quantità per essere assorbita aveva bisogno da 12 a 24 ore e che aveva un considerevole valore nutritivo.

Più moderni ancora sono i lavori di Voit (bib. 9), quello di Koll (bib. 10), ed infine quello di Mariani (bib. 11). Oggetto del lavoro di questo ultimo autore furono le iniezioni sottocutanee di albumina d'uovo, di zucchero, d' olio d' ulive e di giallo d'uovo. Egli si dilunga molto

nel parlare della relazione tra la superficie cutanea ed il ricambio e ne riferire i varii metodi destinati a calcolare questa superficie cutanea, mentre poi, in fondo, tratta poco l' argomento dell' alimentazione sottocutanea. Nelle sue conclusioni da un lato è stato troppo favorevole nel giudicare le iniezioni di zucchero, iniezioni che studii ulteriori (Leube) hanno dimostrato prive di qualsiasi valore pratico, dall' altro é stato troppo corrivo e severo nel giudicare quelle di giallo d' uovo. Trascrivo le sue stesse parole: « *Le jaune d'oeuf qui n'est que difficilement absorbé sous la peau, engendre des infections et hâte la mort* ».

A questo argomento dell'alimentazione sottocutanea, essendomi sembrato di somma importanza pratica e non ancora sufficientemente studiato, ho voluto anche io portare un modesto contributo, studiando il valore alimentare del giallo d' uovo, amministrato negli animali per mezzo d'iniezioni, così sottocutanee che parenchimali. In questo lavoro mi sono proposto di rispondere alle seguenti domande:

1.° Il rosso d'uovo, amministrato per la via sottocutanea, è assorbito?

2.° L' organismo se ne vale come nutrimento?

3.° Può essere causa di alterazioni negli organi, specie nei reni?

Le considerazioni che mi hanno spinto a studiare il giallo d'uovo in preferenza sono state le seguenti:

1.° Il giallo d' uovo è un alimento completo che in piccolissimo volume racchiude quasi tutti i principii nutritivi.

2.° L' assorbimento del vitello nella vita embrionale è prodotto dall' attività fagocitaria degli elementi anatomici (cellule dell' entoderma vitellino), non ancora differenziati. Nella vita adulta i globuli bianchi, che costituiscono la più grande parte dei fagociti, sono da alcuni autori (bib. 12) ritenuti come elementi dotati di caratteri embrionali.

3.° Gli stessi globuli bianchi, come si era prima supposto e come oggi è dimostrato, (bib. 13) contengono un fermento *proteolitico*.

4.° Nella vita adulta non tutte le uova abbandonano l'ovario (per essere fecondate) ma molte vanno incontro ad una regressione e vengono riassorbite specialmente per mezzo dei leucociti.

Ho preferito anche il giallo d' uovo sia perchè quasi sterile, e quindi facilmente iniettabile senza speciali trattamenti, che ne avrebbero potuto alterare l' intima costituzione, sia perchè alla portata di tutti e quindi realmente applicabile in pratica, e sia infine perchè nella letteratura non avevo riscontrato, nonostante le più accurate ricerche, che il solo lavoro di Mariani, che si era contentato di studiare il giallo d' uovo in un unico coniglio, iniettando delle dosi certo troppo alti.

Nelle mie ricerche per rispondere ai quesiti propostimi ho studiato il ricambio materiale prima in animali sottoposti ad inanizione e trattati con iniezioni di giallo d' uova, poi in altri animali messi a razione di equilibrio e trattati con le stesse iniezioni. Ho richiamato la mia atten-

zione principalmente sull'eliminazione dell'azoto, per potere così stabilire se il giallo d'uovo, amministrato per questa via, venisse assorbito e se fosse capace di riparare le perdite dell'organismo,

Mediante accurate reazioni micro-chimiche ho cercato di seguire tutte le modifiche subìte dal rosso d'uovo nel punto dell'iniezione, nel sangue, nei reni. Mi sono servito dell'esame microscopico per osservare la resistenza organica degli animali sottoposti a questo speciale trattamento.

La tecnica, dirò così generale, che ho seguìto, è stata la seguente. Per le iniezioni mi sono servito di una siringa della capacità di cc. 5, e di un ago di medio calibro, accuratamente sterilizzato. Per le uova, la cui assoluta freschezza non mi ha mai preoccupato, mi sono limitato prima a bene lavarle esternamente con acqua e poi con etere e sublimato; ne ho rotto circolarmente il guscio calcareo e la membrana testacea e ne ho diviso, colla solita manovra a tutti nota, l'albume dal tuorlo, che ho fatto cadere in una capsula, precedentemente lavata con etere e sterilizzata alla fiamma. Nelle prime ricerche mi sono limitato ad aspirare colla stessa siringa già sterilizzata il giallo d'uovo, cercando di non farvi capitare nell'interno con questa manovra la membrana vitellina, ed ho così praticato l'iniezione nella regione già precedentemente preparata con le note regole di asepsi ed antisepsi,

Ho incontrato però con questo procedimento una certa difficoltà sia nel caricare la siringa, sia nello scaricarla, e ciò per la considerevole densità del giallo d'uovo. Per ciò sin dal secondo esperimento ho preferito diluire il giallo d'uovo a parti eguali con soluzione fisiologica sterilizzata, e con questa modifica s'è semplificato di molto la manovra ed ho notato che, diffondendosi meglio la miscela, veniva più rapidamente assorbita.

Le iniezioni, così praticate, sia sottocutanee sia intramuscolari, non hanno dato luogo mai ad ascessi e, da quello che si può giudicare su gli animali, mi sono sembrate punto dolorose.

Ho operato su conigli, del peso di circa kg. 2 e su cani.

Ogni 24 ore ho notato il peso degli animali, la quantità di acqua bevuta, la quantità di urina emessa.

Nell'urina ho ricercato il peso specifico, la reazione, l'albumina, ed ho osservato i sedimenti. Ho dosato l'azoto totale, che, con adeguati calcoli, ho espresso per kg. di peso dell'animale e per cento. Ho dosato pure l'azoto ureico con l'ureometro di Yvon, ma, conoscendo gli errori nei quali si può incorrere per la facile alterabilità della soluzione d'ipobromito e per le variazioni di temperatura e pressione, con mio rincrescimento, farò almeno di riportare, in questo mio lavoro, i risultati di questo dosaggio.

Per il dosaggio dall'azoto totale ho preferito a tutti il classico metodo di Kyeldahal, che se da un lato è un po' lungo e fastidioso, dal-

l' altro, praticato con calma e precisione, è indiscutibilmente più esatto. Certo non sto quì a trascrivere tutta la tecnica di questo metodo, solo non posso trascurare due piccole modifiche di tecnica, suggeritemi dal Prof. Montuori, per quanto semplici per tanto di capitale importanza pratica. La prima è quella di non esporre direttamente alla fiamma il pallone di vetro, ma d' interporvi una capsula con arena; s' evitono così le facili rotture del pallone stesso e le così temibili proiezioni, che possono giungere fin nel distillatore mandando a monte la ricerca. La seconda è quella di avvolgere, specie nella stagione invernale, tutto il tubo, che unisce il pallone al refrigeratore con uno spesso strato di cotone, favorendo così di molto il riscaldamento del tubo ed accelerando la distillazione dell' ammoniaca.

Ho fatto un esame microscopico del sangue estraendolo in vita dall' orecchio dell' animale, e, dopo la morte, dal cuore e dai grossi vasi.

In un caso nel quale due conigli sono improvvisamente morti, senza avere prima notato brusca discesa della curva dell' azoto, e senza avere ancora gli animali perduto il terzo del peso, come suole avvenire nella inanizione, supponendo che altri fatti avessero potuto causarne la morte, ho fatto un esame batteriologico prelevando il materiale, con ansa di platino sterilizzata, dal punto dell' iniezione, dal cuore, dalla milza e trapiantandolo in tubi di brodo e gelatina, che poi ho lasciato per otto giorni nella stufa di Arsonval, precedentemente regolata a 37°. Fin da adesso posso riferire che i tubi rimasero sempre limpidi e sterili.

Dopo la morte degli animali ne ho fatto l' autopsia, richiamando la mia attenzione principalmente sui punti, ove erano state praticate le iniezioni, sui reni, sul fegato e sull' intestino. Da questi organi ho tagliato delle sottili sezioni, che ho sottoposte, dopo adeguati trattamenti, che esporrò in altra parte del lavoro, ad un attento esame microscopico.

A metà del mio lavoro (Marzo 1902) avendo letto nella « Semaine Medicale » che il distinto Prof. Bayle, a Cannes, aveva praticato iniezioni di giallo d' uovo nei tubercolotici con ottimo risultato, gli scrissi immediatamente ed egli fu così gentile (anzi colgo adesso l' occasione per rivolgergli i miei più sentiti ringraziamenti) di rispondermi subito, mettendomi al corrente delle sue ricerche puramente cliniche. A questa prima lettera fu così premuroso di farne seguire una seconda accompagnata da alcune storie cliniche di ammalati, sottoposti a simile trattamento, con ottimo risultato.

Io intanto che avevo notato, fin dalle prime ricerche, rilevanti alterazioni renali, negli animali sottoposti ad iniezioni di giallo d' uovo, ho voluto da parte mia provare di determinare in altri animali, senza sottoporli ad un esame minuto del ricambio, se delle piccole dosi di rosso d' uovo potessero essere amministrate per la via sottocutanea senza ledere i reni e se così venisse modificato il corso dell' inanizione, ciò per evitare dispiacevoli inconvenienti che si sarebbero potuto verificare nella pratica.

Tracciato così il piano del lavoro e la tecnica tenuta per svolgerlo, vengo ora ai risultati dei singoli esperimenti.

PRIMA RICERCA

In questa prima ricerca mi sono proposto di vedere se mediante iniezioni sottocutanee di giallo d'uovo si riuscisse a prolungare la vita di animali sottoposti ad inanizione completa.

A tale scopo ho operato su 3 conigli che non avevano che acqua a loro disposizione. Due di essi, i quali erano insieme in una adatto stallino ricevevano ciascuno cc. 5 di giallo d'uovo; il 3°, che era solo in un'altra stallino, serviva da controllo.

I risultati di questo primo esperimento sono esposti nella seguente tavola.

Data	Peso	H^2O bevuta	Urina	N 24 ore	N °/₀	N per Kg.	albumina
10 Feb. 1902	4008		170	3,593	2,114	0 890	assente
11 » »	3958	250	110	3,434	3,122	0,865	»
12 » »	3958	265	125	3,281	2,856	0,899	»
13 » »	3748	175	120	3.393	2,828	0 905	»
14 » »	3708	255	210	3 069	1,414	0,800	tracce
15 » »	3600	320	315	3 439	1,092	0,950	assente
16 » »	3598	200	190	2 686	1,414	0,646	»
17 » »	3494	450	300	2.820	0,840	0,709	assente
18 » »	3358	260	225	2.835	1,260	0.840	»
19 » »	3320	240	210	2,793	1,330	0,840	»
20 » »	3309	220	198	2,725	1,372	0,820	tracce
21 » »	3290	258	209	2,692	1,288	0,818	»

Diminuzione giornaliera gr. 59
» percentuale » 17

Autopsia

Il risultato essendo completamente lo stesso lo riporto per entrambi gli animali.

Conigli in generale abbastanza denutriti; nel punto delle ultime iniezioni si nota sotto la cute una vasta effusione di rosso d'uovo. Organi toracici normali; cuore ripieno di sangue liquido.

Fegato leggermente iperemico; milza idem; reni con accentuata iperemia della sostanza corticale; stomaco normale; intestino tenue leggermente iperemico e ripieno di liquido giallo verdastro; nel grosso intestino e nel cieco si notano sostanze fecali di antica data.

Taglio dal fegato e dai reni delle sottili sezioni che conservo in liquidi fissatori.

Della tecnica tenuta per l' esame microscopico di questi organi, del risultato e delle interpretazioni di esso parlerò in ultimo.

Coniglio controllo.

Questo coniglio è stato tenuto a completo digiuno e sottoposto ad accurato esame del ricambio. I risultati si possono rilevare dalla seguente tavola.

Data	Peso	H^2O bevuta	Urina	N 24 ore	N %	N per Kg.	albumina
10 Feb. 1902	1988	200	130	1,765	1,358	0,808	assente
11 » »	1946	110	100	1,170	1,063	0,600	»
12 » »	1928	150	65	1 900	1,386	0,460	»
13 » »	1908	50	75	1,134	1,526	0,584	presente
14 » »	1837	110	90	1,360	1,512	0,740	»
15 » »	1694	50	87	1.597	1,834	0,941	»
16 » »	1633	55	80	1,286	1,596	0,788	»
17 » »	1591	170	76	1,596	2,100	1,000	»
18 » »	1418	120	110	1,240	1,948	1,580	»
19 » »	1228	90	90	0,894	0,994	0,720	»

Diminuzione giornaliera del peso gr. 76
» percentuale » 37

Questo coniglio lo trovo morto la mattina del 20 e procedo all' autopsia.

AUTOPSIA

Animale molto denutrito.

Organi in generale leggermente iperemici.

Stomaco ed intestino tenue vuoto; grosso intestino con avanzi di sostanze fecali.

* * *

I due conigli sottoposti alle iniezioni sono sopravvissuti di tanto poco

al controllo, da non tenerne alcun conto. Come si può rilevare dalla prima tabella l' eliminazione dell' azoto non è aumentata nei conigli sottoposti alle iniezioni come in quello tenuto a digiuno completo, e mentre questi ha avuto una perdita giornaliera di grammi 76 di peso, quelli ne hanno perduto 59 al giorno. Ciò dice chiaramente che gli animali hanno in certo modo utilizzato il giallo d' uovo. Infine i due conigli trattati con le iniezioni sono morti dopo aver perduto il 17 % del proprio peso e ciò è contrario alla morte per assoluta inanizione, nella quale l' animale perde il terzo del proprio peso, come, io, del resto, aveva anche notato nel coniglio controllo. Le gravi alterazioni renali credo che abbiano concorso a causare la morte dei primi due conigli.

Di questi due conigli, che la sera del 21 Febbraio alle ore 17, stavano così bene, che credevo potessero vivere ancora parecchi giorni, ne trovo la mattina del 22 uno già morto, ed un altro morì nel corso della giornata.

Questa morte inaspettata e contemporanea di entrambi i conigli mi fece nascere il sospetto di una possibile infezione e mi spinse a fare un esame batteriologico, in brodo e gelatina, del sangue; esame che, come ho già accennato, rimase completamente negativo.

SECONDA RICERCA

Il risultato dubbio avuto nella prima ricerca mi ha spinto in questa seconda a studiare l' assorbimento del giallo d' uovo con altro procedimento e servendomi di un cane maschio adulto.

Ho preferito il cane ai conigli principalmente per vedere se anche in questo animale si producessere le stesse alterazioni renali riscontrate nei primi conigli.

A questo cane a cominciare dal 24 Febbraio amministro tutti i giorni una razione composta di grammi 350 di pane con cc. 200 di acqua ed un giallo d' uovo. Tutto per la via gastrica. Arrivo così a stabilire un quasi costante equilibrio del peso e dell' azoto e mantengo l' animale per otto giorni. Ciò fatto sottraggo dal giallo d' uovo cc. 5, che, diluiti con eguale quantità di soluzione fisiologica, inietto per la via sottocutanea, seguitando sempre ad amministrare per la via gastrica il resto del citato pasto di equilibrio. Mantengo così l' animale per altri 8 giorni.

Data	Peso	H_2O bevuta	Urina	N 24 ore	N %	N per Kg.	Iniezione
1 Mar. 1902	8,700	110	300	10,122	3,374	1,16	
2 » »	8,860	130	250	8,960	3,584	1,01	
3 » »	8,690	400	350	11,221	3,206	1,29	
4 » »	8,740	300	250	8,995	3,598	1,02	
5 » »	8,700	400	500	10,570	2,114	1 21	
6 » »	8,780	500	210	7,526	3,584	0,84	
7 » »	8.740	420	240	7,846	3,640	0,90	
8 » »	8,790	400	250	9,100	3,640	1,03	iniez. cc. 5
9 » »	8,810	500	400	7,896	1,974	0,89	»
10 » »	8.865	410	500	10,290	2,058	1,16	»
11 » »	8,860	500	500	9 380	1,876	1,06	»
12 » »	9,050	500	520	10,847	2,086	1,19	»
13 » »	9,110	350	420	8.231	1,960	0.90	»
14 » »	9,160	500	450	8,820	1,060	0,90	»
15 » »	9,130	500	500	9,520	1,904	1,04	»
16 » »	9,100	300	510	10,924	2,142	1,20	»

Aumento giornaliero gr. 25
» percentuale » 3,5

Il giorno 16 sospendo l' esperienza.
Il giorno 17 uccido l' animale e procedo all'autopsia.

Autopsia

Nutrizione generale discreta. La cute dell' animale completamente integra. Esaminati attentamente tutti i punti nei quali aveva praticato le iniezioni, li trovo tutti privi di qualsiasi fatto infiammatorio. Nel tessuto connettivo sottocutaneo qualche minima traccia di giallo d'uovo si trova solo nel sito dell' ultima iniezione.

Organi in generale in istato fisiologico, solo i reni un po' iperemici. Al taglio si mostra questa iperemia più accentuata nella sostanza corticale. Mi limito a fissare solamente due sezioni dei reni ed un fascio muscolare, nel quale due giorni prima avevo praticato un' iniezione di giallo d' uovo.

***

Per quanto riguarda l'eliminazione dell'azoto questo esperimento mette in evidenza che sottraendo dal pasto una parte di giallo d'uovo ed iniettandola per la via sottocutanea l'azoto si mantiene quasi costante.

Importante è il fatto che, ciò facendo, l'animale nonostante che sia mantenuto nelle medesime condizioni e col medesimo pasto, aumenti di peso.

Alterazioni però si riscontrano, egualmente come nel primo esperimento, nei reni.

TERZA RICERCA

Le gravi alterazioni anatome-patologiche riscontrate nei reni degli animali nelle precedenti ricerche, mi hanno spinto a cercare di stabilire quale fosse la dose di giallo d'uovo possibile ad essere iniettata senza ledere i reni.

Mi servo a tale scopo di due conigli, del peso di circa un chilo e mezzo ciascuno. Questi conigli non sono sottoposti ad inanizione. Ad uno inietto cc. 1 $^1/_2$ di giallo d'uovo, diluito con soluzione fisiologica; all'altro ne inietto la metà. Queste iniezioni sono praticate nei giorni alterni. Mi sono limitato in questa ricerca a pesare l'animale ed a ricercare accuratamente l'albumina nell'urina. Di questa ne scopro tracce solo negli ultimi giorni nel primo coniglio. I risultati sono riportati nelle seguenti tavole.

PRIMO CONIGLIO			SECONDO CONIGLIO		
Data	Peso	Iniezioni	Data	Peso	Iniezioni
7 Maggio 1903	1973	cc. 1 $^1/_2$	7 Maggio 1902	1540	cc. 0,75
8 »	1975		8 »	1544	
9 »	1970	cc. 1 $^1/_2$	9 »	1540	cc. 0,75
10 »	1977		10 »	1559	
11 »	1973	cc. 1 $^1/_2$	11 »	1559	cc. 0,75
12 »	1984		12 »	1570	
13 »	1985	cc. 1 $^1/_2$	13 »	1573	cc. 0,75
14 »	1995		14 »	1608	
15 »	1997	cc 1 $^1/_2$	15 »	1615	cc. 0,75
16 »	2003		16 »	1646	
17 »	2020		17 »	1650	

Aumento totale	gr. 47		Aumento totale	gr. 110	
» giornaliero	» 4,7		» giornaliero	» 11	
» %	» 2,3		» %	» 7	

Dopo 10 giorni di esperimento uccido gli animali e procedo all' autopsia.

Autopsia

Nel primo coniglio, quello cioè che era stato trattato con cc. 1 $^1/_2$ di giallo d'uovo, trovo nel connettivo sottocutaneo qualche traccia di giallo d'uovo ed un edema gelatinoso al punto dell' ultima iniezione. Gli organi generalmente un poco iperemici, specie la sostanza corticale del rene.

*
* *

Quello che mi ha principalmente colpito in questo esperimento è stato l' aumento di peso degli animali. Nel primo coniglio, nel quale ho iniettato una dose più forte di giallo d'uovo, ho notato un aumento giornaliero di grammi 4,7; nel secondo coniglio, nel quale ho iniettato la metà della dose precedente, ho riscontrato un aumento molto più considerevole: grammi 11 al giorno.

All' esame microscopico, come del resto descriverò minutamente in altra parte del lavoro, si riscontrano lesioni nei reni d'ambedue i conigli, ma alterazioni minime e certamente compatibili con la vita degli animali.

QUARTA RICERCA

Avendo notato nella precedente ricerca un considerevole aumento di peso negli animali messi a razione d'equilibrio e poi trattati con iniezioni di piccole dosi di giallo d'uovo, ho voluto in questa ricerca iniettare le stesse dosi in un coniglio sottoposto ad inanizione completa. A questo coniglio inietto anche nei giorni alterni cc. 1 $^1/_2$ di giallo d'uovo.

L' animale viene pesato esattamente tutti i giorni e ne viene raccolta ' urina.

Nell' urina delle 24 ore viene ricercata tutti i giorni l'albumina, che si rinviene in minime tracce, la prima volta dopo la seconda iniezione e si continua a rinvenire fino alla morte dell' animale, raggiungendo, negli ultimi giorni, circa grammi 2 per litro.

I risultati sono raccolti nel seguente quadro.

Data	Peso	Iniezione di giallo d'uovo	Diminuzione giornaliera
7 Maggio 1902	2400	cc. 1 1/2	grammi
8 » »	2395		5
9 » »	2350	cc. 1 1/2	45
10 » »	2350		0
11 » »	2305	cc. 1 1/2	45
12 » »	2295		10
13 » »	2225	cc. 1 1/2	70
14 » »	2222		3
15 » »	2140	cc. 1 1/2	82
16 » »	2129		11
17 » »	2100	cc. 1 1/2	29
18 » »	2100		0
19 » »	2040	cc. 1 1/2	60
20 » »	2023		17
21 » »	2017	cc. 1 1/2	6
22 » »	2010		7
23 » »	1880	cc. 1 1/2	130
24 » »	1873		7
25 » »	1822	cc. 1 1/2	51
26 » »	1825		+ 3 (?)
27 » »	1755	cc. 1 1/2	70
28 » »	1735		20
29 » »	1650	cc. 1 1/2	85
30 » »	1637		13
31 » »	1540	cc. 1 1/2	97
1 Giugno 1902	1540		0
2 » »	1495	morto	45

Diminuzione giornaliera gr. 35,5
» percentuale » 34,80

Trovo morto l'animale la mattina del giorno 2 Giugno, dopo essere vissuto 27 giorni senza alcun alimento.

Autopsia

Animale molto denutrito.

Cute integra, fatto esclusione dei segni delle numerose iniezioni; assenza completa di qualsiasi fatto infiammatorio.

Nel connettivo sottocutaneo al livello delle ultime due iniezioni si nota una leggiera effusione di giallo d' uovo.

Organi toracici normali.

Organi addominali iperemici, specialmente il fegato e la sostanza corticale dei reni.

Tronchi linfatici turgidi ed appariscenti.

Conservo in liquidi fissatori: sezione dei reni, di fegato, alcuni grossi vasi ed una parte della capsula perirenale.

***

Il risultato ottenuto in quest' ultima ricerca è certo più importante ed originale di tutti i precedenti.

I conigli da me sottoposti ad inanizione completa e tenuti come controlla, non sono vissuti mai più di 10 giorni. Mi sono informato, ho ricercato nella letteratura ed ho trovato che gli stessi risultati hanno avuto tutti gli autori che hanno sottoposto conigli a semplice inanizione,

Il prolungarsi della vita per ben 27 giorni, lo debbo quindi senz' altro attribuire alle iniezioni di giallo d' uovo, colle quali ho trattato questo ultimo coniglio, egualmente sottoposto ad inanizione.

La diminuzione giornaliera di peso è stata minima: grammi 35,5. In modo che questo coniglio ha perduto in 27 giorni, quello che un altro tenuto a semplice inanizione ha perduto in 10.

A questa interpretazione sono spinto dal fatto che la diminuzione del peso del coniglio non è stata egualmente progressiva, ma minima nel giorno seguente a quelli delle iniezioni, massima negli altri. Questo fatto mi è sembrato di somma importanza e mi è stato di grande aiuto nella interpretazione dell' azione biologica di queste iniezioni.

Nei sedimenti dell' urina ho costantemente trovato dei grandissimi cristalli di ossalato di calcio; cristalli che non avevo mai osservato nella urina dei precedenti conigli. Per ora mi limito semplicemente a notare questo reperto.

Esame anatomo-patologico [1])

Mi limito a riferire in breve solo il risultato dell'esame dei reni, del sangue e dei sedimenti urinarii, e ciò sia per amore di brevità sia perchè sono così interessanti i particolari minuti delle alterazioni riscontrate negli organi, che vorrò farne argomento di un altro piccolo lavoro.

La tecnica per tali ricerche è stata la seguente:

Ho tagliato dai diversi organi, che all'esame macroscopico avevo notato lesi, delle sezioni di cq. 1 $^1/_2$ di superficie e spessi mm. 5. Queste sezioni ho indurite parte in liquido di Zenker, parte in liquido di Flemming.

I tagli eseguiti a circa 10 *microni*, ho incollati sui vetrini con acqua distillata ed asciugati nella stufa a 37°. Dopo i soliti passaggi nella serie degl'alcool, i tagli trattati con liquido di Zenker ho colorato con ematossolina ed eosina, quelli con liquido di Flemming con soluzione di safranina.

Per l'esame del sangue (e qui debbo fare un rimprovero a me stesso chè stretto dal tempo ho mancato di fare la conta dei globuli) ho tenuto il seguente procedimento. Da una lieve puntura fatta all'orecchio dell'animale ho lasciato infiltrare per capillarità una goccia di sangue tra due vetrini copri-oggetti, molto puliti e tenuti in una pinza; poi ho fatto scorrere i due vetrini parallelamente, senza esercitarvi alcuna pressione, e li ho fatto essiccare all'aria. Dopo parecchie ore, quando i preparati erano ben secchi, alcuni li ho esposti ai vapori di formalina, altri a quelli di acido osmico. Sì gli uni che gli altri li ho indi passati in una soluzione alcoolica di eosina per parecchie ore e poi per un solo minuto in ematossilina diluita per metà. Li ho lavati abbondantemente, li ho asciugati all'aria, ed inclusi in balsamo.

Per l'esame del sedimento ho preferito la centrifugazione a qualsiasi altro procedimento. Ne ho disteso un sottilissimo strato su vetrino copra-oggetto, che dopo essiccazione ho montato con glicerina. Alcuni vetrini sono stati prima trattati con acido osmicc, per avere la reazione del grasso.

***

Primo reperto.

Rene. Coniglio trattato con iniezioni di cc. 5 di giallo d'uovo.

A piccolo ingrandimento $\left(\text{Zeiss} \frac{\text{obb. AA}}{\text{oc. 2}}\right)$ il fenomeno più importante

[1]) Prima di venire a riferire di questo esame anatomo-patologico sento il dovere di rivolgere vive e sentite grazie agli illustri prof. Boccardi e Vastarini-Cresi, che mi hanno molto facilitato la interpretazioue dei tagli ed invogliato a trattare con fiducia questa parte microscopica. che a principio mi era sembrata di secondaria importanza.

che si rileva è l'enorme iperemia diffusa per tutto l'organo fin nei piccoli vasi ed anche nei glomeruli. Notasi inoltre che gli elementi della sostanza corticale hanno assunto con l'eosina una colorazione molto più intensa di quelli della sostanza midollare.

A forte ingrandimento $\left(\text{Zeiss}\frac{\text{obb. F}}{\text{oc. 4}}\right)$ si riconferma l'iperemia dei glomeruli ove osservasi anche uno sfaldamento delle cellule della capsula glomerulare. L'epitelio dei tuboli contorti mostra un leggiero rigonfiamento torbido ed a livello degli stessi tuboli contorti riscontransi delle chiazze necrotiche. Nella sostanza midollare niente d'importante.

Secondo reperto.

Rene. Cane trattato con iniezione di cc. 5 di giallo d'uovo $\left(\text{Zeiss}\frac{\text{obb. AA}}{\text{oc. 2}}\right)$ iperemia diffusa. Rigonfiamento torbido dell'epitelio dei tuboli contorti. $\left(\text{Zeiss}\frac{\text{obb. DD}}{\text{oc. 4}}\right)$. Piccoli focolai emorragici inter-intra tubolari. Si riconferma il reperto del piccolo ingrandimento. Si rileva inoltre che nei capillari sanguigni, insieme ai corpuscoli rossi, e nei capillari linfatici esistono delle granulazioni intensamente colorate con l'eosina. Nell'interno dei tuboli collettori notansi delle formazioni, colorate con l'eosina, con tutti i caratteri dei cilindri granulosi.

Terzo reperto.

Rene. Coniglio trattato con 5 iniezioni di giallo d'uovo di cc. $1\,^1/_2$ ciascuna.

$\left(\text{Zeiss}\frac{\text{obb. AA}}{\text{oc. 2}}\right)$. Le stesse alterazioni notate nei conigli precedenti, però di minore intensità.

$\left(\text{Zeiss}\frac{\text{obb. F}}{\text{oc. 4}}\right)$. Glomeruli integri. Epitelii dei canalicoli contorti in parte intorbidati, in parte leggermente degenerati in grasso, ed in atto di desquamarsi. In qualche tubolo contorto si riscontrano delle formazioni granulose, che ne occupano quasi tutto il lume. Cellule dei tubi della sostanza midollare bene conservate. Nei capillari notansi delle granulazioni, colorate con l'eosina.

Quarto reperto.

Rene. Coniglio trattato con 13 iniezioni di giallo d'uovo di cc. $1\,^1/_2$ ciascuna.

$\left(\text{Zeiss}\frac{\text{obb. AA}}{\text{oc. 2}}\right)$. In generale le stesse alterazioni un poco più diffuse di quelle riscontrate nel rene precedente.

$\left(\text{Zeiss}\frac{\text{obb. F}}{\text{oc. 4}}\right)$. Glomeruli quasi tutti integri; cellule epiteliali dei tuboli contorti un poco rigonfiate e torbide, protoplasma fortemente colorato con l'eosina. Qualche piccolo focolaio emorragico. Elemento dei tuboli della sostanza midollare integri. Nelle anse di Henle, nei capillari sanguigni ed in quelli linfatici numerose granulazioni di varia grandezza e colorate, come le precedenti, fortemente con l'eosina.

Quinto reperto.

Muscolo nel quale era stata praticata una iniezione di giallo d'uovo.

$\left(\text{Zeiss}\ \frac{\text{obb. DD}}{\text{oc. 4}}\right)$. Fra le fibre muscolari notansi alcuni globuli, di colorito tendente al giallo, che hanno tutto l'aspetto del grasso. In vicinanza di questi globuli si riscontrano numerosissimi leucociti polinucleati.

$\left(\text{Zeiss}\ \frac{\text{obb. F}}{\text{oc. 5}}\right)$. Nell'interno dei leucociti si notano delle piccole granulazioni colorate debolmente con l'eosina. In qualche punto riscontransi piccoli focolai emorragici.

Sesto reperto.

Sangue fissato ai vapori di formalina.

$\left(\text{Zeiss}\ \frac{\text{obb. DD}}{\text{oc. 4}}\right)$. Il fenomeno più importante che subito rilevasi è la leucocitosi.

$\left(\text{Zeiss}\ \frac{\text{Imm. 1}\ ^1/_{12}}{\text{oc. 6 c.}}\right)$. Notasi che l'aumento dei leucociti é dovuto alle alle forme polinucleari. Non riscontransi leucociti eosinofili.

Settimo reperto.

Sangue fissato ai vapori di acido osmico.

$\left(\text{Zeiss}\ \frac{\text{obb. DD}}{\text{oc. 6 c.}}\right)$. Lo stesso dell'esame precedente.

$\left(\text{Zeiss}\ \frac{\text{Imm. 1}\ ^1/_{12}}{\text{oc. 6 c.}}\right)$. Nell'interno dei leucociti polinucleati si rilevano numerose granulazioni di varia grandezza. colorate con l'eosina, ma che hanno all'orlo un riflesso giallo-nerastro. In alcuni punti dei preparati si notano dei leucociti rotti e circondati dalle stesse granulazioni. In altri vetrini trattati con soluzione più concentrata di acido osmico (2 $^0/_0$) si notano le stesse granulazioni nell'interno dei leucociti, ma colorate completamente in nero.

Ottavo reperto.

Sedimenti.

$\left(\text{Zeiss}\ \frac{\text{obb. DD}}{\text{oc. 4}}\right)$. Si osservano numerosi cilindri granulosi colorati con l'eosina, grandi cristalli di ossalato di calcio e tutti gli altri soliti elementi, che soglionsi trovare nei sedimenti. Nei preparati trattati coll'acido osmico si rileva che i suddetti cilindri si sono colorati in alcuni punti in giallo, in altri in nero perfetto.

Considerazioni generali

Finita questa prima serie di ricerche, ho rivolto a me stesso delle domande per darmi ragione dei risultati ottenuti.

A quale dei componenti del giallo d'uovo possono questi essere attribuiti?

In qual modo il giallo d' uovo è assorbito, amministrato per la via sottocutanea?

Come spiegare il prolungarsi dell'inanizione e l'aumento di peso degli animali sottoposti a questo trattamento?

Quale la causa delle alterazioni, abbastanza caratteristiche, del sangue e dei reni?

La composizione del rosso d' uovo è tale che non mi fa esitare a credere che la sostanza, la quale principalmente agisce, sia la lecitina. Ciò perchè i grassi e la lecitina sono i principali componenti del giallo d'uovo. I grassi sono stati amministrati per iniezioni sottocutanee, ed i risultati avuti sono del tutto differenti da quelli da me raccolti. La lecitina è stato argomento di numerosi lavori (bib. 18, 19, 20), e tutti gli autori sono stati concordi nei risultati, che hanno molti punti di contatto con quelli da me avuti mediante le iniezioni di giallo d' uovo.

Per quanto riguarda il modo per il quale il rosso d'uovo viene assorbito, credo che ciò si verifichi in massima parte in virtù dei fagociti, che accorrono numerosissimi nel punto delle iniezioni. Ciò ho potuto osservare minutamente mediante preparati microscopici, nei quali rilevansi leucociti polinucleati, che hanno inglobato dei granuli piccolissimi, che dalle reazioni micro-chimiche, dimostrano chiaramente di provenire dal giallo d' uovo. Questi stessi leucociti riscontransi nei preparati di sangue, nei quali si notano anche talora granulazioni libere, che con una soluzione concentrata di acido osmico si colorano intensamente in nero.

Come poi queste granulazioni si trovino libere nei capillari sanguigni, nonchè nei linfatici e nei tuboli renali, non è facile interpretare. È possibile che i fagociti incorporino particelle di rosso d'uovo, le modifichino mediante i fermenti proteolitici, di cui sono dotati, e poi le riversino nel torrente circolatorio, donde vengono, quali sostanze estranee, eliminate a traverso i reni.

Per ciò che riguarda il modo col quale queste iniezioni sono capaci di prolungare l' inanizione e di aumentare il peso degli animali, escludo che agiscano come una vera alimentazione, essendone la dose della sostanza iniettata troppo piccola, e credo che esse agiscono ritardando il consumo organico. In fatti, mentre ho trovato che un coniglio di circa kg. 2 in completa inanizione perde gr. 76 al giorno del proprio peso, un altro coniglio trattato con iniezioni di giallo d' uovo ne perde solamente 34. È naturale che così la vita di questo secondo potrà prolungarsi di molto. Nello stesso modo spiego l' aumento di peso degli animali messi in equilibrio e poi sottoposti alle iniezioni. Ritardato il ricambio organico, aumentano di peso. Ammessa questa ipotesi, mi pare potersi pure razionalmente spiegare (senza ammettere azioni presso che specifiche del giallo d' uovo) le considerevoli migliorie nei tubercolotici, sottoposti a questo trattamento. Ed io sono sicuro che da queste iniezioni potranno ricavare grandi giova-

menti non solo i tubercolotici ma tutti gli infermi affetti da malattie che inducono rapido e grave deperimento nutritivo. Io sono infine propenso a vedere una certa analogia fra l'azione biologica del rosso d'uovo, amministrato per via sottocutanea, e l'arsenico.

Quale fosse infine la causa delle alterazioni riscontrate negli organi, a ciò mi riserbo di rispondere; suppongo che i fatti nefritici, i quali certamente sono di origine tossica, più che al giallo d'uovo direttamente siano dovuti a conseguenza di fagolisi ed a presenza di plasmasi. Quale valore avessero i grandissimi cristalli di ossalato, riscontrati nell' urina degli animali sottoposti a questo trattamento, non saprei per ora decifrare.

Le poche ricerche fatte non possono spiegare tutti i risultati raccolti. Verranno altri studii, io stesso seguiterò i miei ed è da augurarsi che fra non molto l' importanza di questa specie d'alimentazione sia completamente delucidata.

Dai miei esperimenti posso conchiudere:

1.° Le iniezioni di dosi elevate di giallo d' uovo producono gravi alterazioni renali.

2.° Le iniezioni di piccole dosi sono perfettamente tollerate, producendo soltanto lievi e passeggiere alterazioni renali.

3.° Le iniezioni di piccole dosi prolungano il periodo di resistenza all' inanizione.

4.° Esse danno aumento di peso degli animali sottoposti a pasto di equilibrio.

5.° Negli animali sottoposti ad inanizione ed al trattamento di piccole dosi, le variazioni dell' azoto totale eliminato non sono notevoli.

6.° La resistenza all' inanizione, è da attribuirsi non ad una vera alimentazione, ma a ritardo del consumo organico.

Rivolgo all' Illustre Prof. Albini i più vivi ringraziamenti per il permesso concessomi di eseguire queste ricerche nel laboratorio da lui diretto.

Istituto fisiologico della R. Università di Napoli.

BIBLIOGRAFIA

1. *Wien. med. Woch.*, 1869, n. 3.
2. *Berl. Klin. Woch.*, 1875, n. 4.
3. *Wien. Med. Woch.*, 1875, n. 34.
4. *The Clinik*, 1876.
5. Pick. *Deut. med. Woch.*, 1879, n. 3.
6. *XIII Cong. für inner Med.*, 1895, p. 418.
7. *Berlin. Klin. Woch.*, 1896, n. 27.
8. *In Leyden's Hand. für Ernährüngstherapie*, 1898, p. 513.
9. *Deut. Woch. für Klin. Med.*, 1896, p. 521.
10. *Die subcutane Fetternährüng. Hab. Schrift Würzbürg*, 1897.
11. Mariani, *L'alimentation sous-cutanèe*, 1897.
12. Paladino, *Fisiologia.*
13. Ascoli e Moreschi, *Arte Medica*, 1901, p. 905.
14. Wiedersheim-*Gründriss der fergl. Anat. IV. Auf*, 1898, p. 393.
15. *Deutsches Archiv. für Klin. med.*, 1892.
16. *Manuale di terapia dietetica di Laiden*, 1898.
17. *Deut. Arch. für Klin. med.*, 1898, p. 474.
18. Stassano e Billon, *L' action de la lècithine (C. R. Soc. de Biol.*, LIV, 5, p. 156).
19. Stassano e Billon, *Sur l' absorption de la lecithine*, *Centralblat*, n. 3, 1902, p. 81.
20. Danilesky, Salensky e Seronio, *Ricerche sulla lecitina*, 1902.
21. Laborde, *Arte medica*, n. 40 e 46, anno II.

La ittiofauna delle argille pleistoceniche di Taranto e di Nardò; *Memoria del s. o.* F. Bassani.

(Adunanza del dì 4 Luglio 1903) — (Sunto dell'autore)

L' a. espone i risultati delle sue ricerche sui pesci delle argille di Taranto e di Nardò (Terra d'Otranto), che riferisce al Pleistocene. Parecchie specie sono figurate.

Relazione *sulla Memoria di* D. de Francesco.

(Adunanza del dì 11 Luglio 1903)

Questa memoria è divisa in due parti; nella prima prendendo le mosse da un teorema del Prof. Morera, l'autore considera una superficie generata da un filo in moto, e supponendola flessibile e inestendibile studia e determina le relazioni tra le forze che tengono in equilibrio la superficie, e quelle che producono il moto del filo. Nella seconda parte studia in particolare quei moti in cui il filo generatore della superficie è in ogni istante una geodetica della superficie stessa, o in cui il filo scorre su sè stesso, ed estende allo spazio un teorema già dimostrato dall'Appell pel piano.

Riteniamo che questa memoria possa essere pubblicata negli Atti dell' Accademia.

A. Capelli
P. del Pezzo
F. Siacci, *relatore.*

Sul moto di un filo e sull'equilibrio di una superficie flessibile ed inestensibile; *Memoria di* D. De Francesco.

(Adunanza del dì 4 Luglio) — (Sunto dell'Autore)

Il prof. Morera *) ha dimostrato che « *se un sistema di forze applicate ad una superficie flessibile ed inestensibile è in equilibrio, questo sistema si può sempre scomporre, in infiniti modi, in due altri, ciascuno dei quali mantiene in equilibrio la superficie stessa, in guisa che per le forze di uno stesso sistema la superficie si può dividere in striscie infinitamente strette, ciascuna delle quali è di per sè in equilibrio come una curva funicolare.*

Questo teorema induce a considerare una superficie flessibile ed inestensibile come generata dal moto di un filo ed a studiare le relazioni tra le forze che producono il moto del filo, e quelle che tengono in equilibrio la superficie.

La ricerca di tali relazioni forma la prima parte di questa Nota.

Nella seconda studio in particolare quei moti in cui le successive posizioni del filo costituiscono una famiglia di geodetiche della superficie, o in cui il filo, scorrendo su sè stesso, mantiene una figura costante, generalizzando in questo caso un teorema dimostrato da Appel pel piano.

---

*) Transunti della R. Acc. dei Lincei, Serie 3ª, vol. VII, 1883.

Rapporto *sulla Memoria del Dott.* Aurelio De Gasparis

(Adunanza del dì 11 Luglio 1903)

Per quanto l'approssimazione delle specie e dei generi delle piante fossili alle forme attualmente viventi, sia un compito irto di difficoltà e dubbiezze, sopra tutto qualora si tratti delle alghe, che per la poca consistenza dei loro tessuti, lasciano impronte men chiare, pure le identificazioni generiche e specifiche qui proposte dal Dott. de Gasparis sembrano plausibili.

Ciò premesso ed essendo indiscutibile l'importanza del giacimento e delle impronte vegetali incluse, la Commissione approva la memoria anzidetta per la inserzione, con l'annessa tavola, negli Atti dell'Accademia.

F. Bassani
G. de Lorenzo
F. Delpino, *relatore*

Le alghe delle argille pleistoceniche di Taranto; *Memoria del dottor* A. de Gasparis.

(Adunanza del dì 4 Luglio 1903) — (Sunto dell'autore)

In questo lavoro dopo di aver sommariamente citati i lavori intorno alle alghe quaternarie, s'illustrano varie specie rinvenute nelle argille marnose di Taranto, fra le quali una specie nuova, della quale si dà la figura.

Dall'esame di queste specie, tutt'ora viventi nei nostri mari, si conchiude che le argille in quistione debbono piuttosto ritenersi come pleistoceniche che plioceniche.

Luglio 1903

Osservazioni Meteoriche

FATTE NEL R. OSSERVATORIO DI CAPODIMONTE

Latitudine . . 40°52′ N.
Longitudine . 14 15 E. da Greenwich.
Altitudine . . 149m sul mare

Giorni del mese	Pressione a 0° millimetri: 700 +				Temperatura centigrada						Umidità assoluta in mm.				Umidità relativa in cent.				Quantità delle nubi			Vento						Pioggia nelle 24 ore in mill.	Evaporazione nelle 24 ore in mill.
																						Direzione			Velocità oraria in chilom.				
	9^h	15^h	21^h	Medio diurno	9^h	15^h	21^h	Min.	Mass.	Medio diurno	9^h	15^h	21^h	Medio diurno	9^h	15^h	21^h	Medio diurno	9^h	15^h	21^h	9^h	15^h	21^h	9^h	15^h	21^h		
1	50.3	50.0	50.3	50.20	23.7	23.8	21.4	19.3	26.1	22.62	14.3	14.2	11.3	13.27	66	65	60	63.7	0	8	4	S	SW	NE	0	7	2	2.9	3.2
2	51.0	50.6	51.4	51.00	24.2	28.2	21.6	18.4	28.2	23.10	11.1	13.3	13.0	12.47	50	47	63	55.0	3	8	0	NE	SE	NW	1	0	3	—	4.2
3	51.7	51.0	51.6	51.43	24.7	27.2	22.0	19.3	27.8	23.45	11.6	13.8	10.0	11.80	50	51	51	50.7	0	0	0	NE	SW	W	0	7	0	—	4.0
4	51.7	51.6	51.8	51.70	24.9	26.0	21.6	19.5	27.1	23.28	15.6	14.9	16.7	15.73	67	60	87	71.3	0	0	0	W	SW	WSW	0	6	0	—	4.0
5	51.9	51.4	50.9	51.40	24.2	25.8	22.2	20.4	26.4	23.30	16.5	17.8	16.4	16.90	71	73	83	75.7	10	0	0	S	SW	W	1	9	0	—	2.2
6	50.2	49.4	48.4	49.33	24.1	26.5	21.7	20.2	26.5	23.12	15.9	16.9	15.8	16.20	72	66	82	73.3	5	0	0	S	SW	SW	1	0	0	—	1.7
7	45.6	44.1	43.4	44.37	23.8	24.9	20.2	20.0	25.3	22.33	15.9	16.1	13.1	15.03	73	69	74	72.0	4	7	0	WSW	SW	W	4	8	6	—	2.1
8	43.0	43.4	45.3	43.90	21.4	23.3	17.5	17.3	23.7	19.97	12.8	9.8	8.3	10.30	68	46	56	56.7	5	0	0	SW	WSW	ENE	0	15	3	3.3	2.9
9	46.8	47.4	48.7	47.63	19.4	22.3	17.5	16.0	23.2	19.03	8.2	9.8	9.1	9.03	49	50	61	53.3	0	9	0	N	SW	N	1	7	0	—	4.7
10	50.2	51.0	50.2	50.47	20.8	22.6	18.9	15.3	23.5	19.62	8.9	9.8	11.9	10.20	49	45	74	57.0	3	7	0	N	SW	W	0	6	0	—	3.5
11	50.7	50.8	51.2	50.90	21.6	21.9	19.7	18.0	24.2	20.88	12.8	13.0	13.7	13.17	67	67	80	71.3	10	9	2	WSW	SW	W	0	2	0	—	2.7
12	50.6	49.8	49.3	49.90	22.9	26.4	20.8	17.3	26.5	21.87	14.3	14.0	13.6	13.97	69	55	75	66.3	0	0	1	NNW	WSW	NE	0	6	1	—	2.2
13	49.1	48.8	48.8	48.90	22.3	25.5	20.0	18.7	25.6	21.65	14.5	14.0	13.2	13.90	72	58	76	68.7	2	0	0	SW	SW	SW	0	3	0	—	2.5
14	49.4	50.1	50.2	49.90	23.7	23.5	21.2	19.0	25.8	22.43	14.8	16.3	15.0	15.37	68	76	80	74.7	4	10	0	SE	SW	S	0	2	0	—	2.5
15	50.9	50.6	50.4	50.63	25.1	27.3	22.1	18.6	27.6	23.35	13.1	14.6	9.5	12.40	56	55	48	53.0	0	0	0	N	SW	WSW	0	5	0	—	1.9
16	49.5	48.5	48.0	48.67	25.8	30.7	25.2	21.0	30.9	25.72	10.4	12.4	9.7	10.83	43	38	41	40.7	0	0	0	N	SW	W	1	5	0	—	4.6
17	47.4	47.3	47.7	47.47	27.8	30.6	23.2	22.3	30.7	26.00	13.3	12.9	12.6	12.93	48	40	60	49.3	0	0	0	W	S	W	0	0	0	—	4.5
18	48.3	48.1	48.8	48.40	27.2	29.0	22.7	22.0	29.7	25.40	11.2	12.4	17.8	13.80	41	42	88	57.0	0	0	0	S	SW	W	0	4	0	—	4.7
19	48.7	48.3	48.8	48.60	27.1	32.5	25.8	22.2	32.7	26.95	11.7	10.9	9.3	10.63	44	30	39	37.7	0	0	0	NE	S	SW	0	0	0	—	4.4
20	49.3	49.1	49.3	49.23	27.2	28.9	23.9	23.0	29.7	25.95	14.3	17.6	17.1	16.33	54	60	78	64.0	0	4	0	SW	SE	W	5	1	0	—	5.0
21	49.2	49.0	49.3	49.17	23.2	24.2	20.9	20.5	25.4	22.50	13.3	14.1	13.9	13.77	63	63	76	67.3	4	2	8	SW	WSW	W	0	14	0	—	3.3
22	48.7	47.8	49.3	48.60	23.2	27.0	21.4	19.0	27.2	22.70	14.1	14.0	14.4	14.17	67	53	76	65.3	3	2	0	E	WSW	N	0	6	0	—	3.0
23	49.2	48.6	48.1	48.63	25.2	26.9	22.5	20.1	27.5	23.90	10.4	14.0	13.1	12.50	41	54	65	54.3	0	0	0	NE	SW	W	0	7	0	—	4.1
24	47.2	46.9	47.3	47.13	23.9	25.8	21.4	20.0	26.3	22.90	15.2	15.2	13.9	14.77	69	62	74	68.3	0	4	0	S	SW	SW	0	5	0	—	3.7
25	47.4	47.3	48.7	47.80	22.8	25.5	20.5	18.2	26.9	22.10	12.4	14.0	14.6	13.67	60	58	82	66.7	2	0	0	SW	SW	W	0	5	0	—	3.1
26	49.4	48.9	49.0	49.10	24.2	26.9	21.2	18.7	27.0	22.77	10.7	11.7	15.2	12.53	48	45	81	58.0	0	0	0	E	SW	N	0	6	0	—	2.9
27	47.9	46.6	47.0	47.17	23.7	25.2	19.3	19.5	25.6	22.03	15.1	14.0	14.4	14.50	70	59	87	72.0	4	3	8	SW	SW	N	1	3	0	—	3.1
28	47.3	47.2	48.8	47.77	22.9	26.2	20.9	18.1	26.5	22.10	12.4	12.8	12.3	12.50	60	51	67	59.3	0	8	0	E	E	W	0	0	0	—	2.7
29	49.5	49.9	50.4	49.93	24.4	26.6	21.3	20.1	27.1	23.22	15.5	14.4	13.2	14.37	69	56	70	65.0	0	0	0	SE	WSW	W	0	4	0	—	2.9
30	50.5	50.0	49.4	49.97	23.7	26.3	21.7	19.8	26.7	22.98	15.6	15.6	15.2	15.47	72	61	79	70.7	3	0	0	E	SW	W	1	1	0	—	2.9
31	48.7	48.3	48.8	48.60	24.5	27.0	21.7	19.2	27.2	23.15	15.8	15.0	15.7	15.50	69	57	81	69.0	1	0	0	SE	SW	WSW	0	5	0	—	2.2
Medi mens	49.07	48.77	49.05	48.96	23.99	26.27	21.35	19.40	26.92	22.91	13.23	13.85	13.32	13.48	60.3	55.3	70.9	62.2	2.0	2.6	0.7							somma 6.2	somma 101.4

CATALOGO

DELLE PUBBLICAZIONI PERVENUTE ALL'ACCADEMIA

dal 21 Giugno all' 11 Luglio 1903

PUBBLICAZIONI ITALIANE

Firenze — *Rivista scientifico-industriale* — Anno XXXV, n. 9-12 — 1903.
Biblioteca nazionale centrale — Bollettino delle pubblicazioni italiane, n. 30 — 1903.

Genova — *Società ligustica di scienze naturali e geografiche*—Atti, vol. XIV, n. 2-3 — 1903.
Rivista ligure di scienze, lettere ed arti — Anno XXII, fasc. 2-3, 5-6; XXIII, fasc. 1, 3-6; XXIV, fasc. 1-6; XXV, fasc. 3 — 1903.

Jesi — *Giornale di agricoltura* — Anno LXIV, n. 6 — 1903.

Livorno — *Periodico di matematica* — Supplemento, anno VI, fasc. VIII-IX — 1903.

Milano — *Reale Osservatorio di Brera* — Anno 1904. Articoli generali del calendario ed effemeridi del sole e della luna per l'orizzonte di Milano. Con appendice — 1903.
R. Istituto lombardo di scienze e lettere—Rendiconti, serie II, vol. XXXVI, fasc. XII-XIII — 1903.

Modena — *Le stazioni sperimentali agrarie italiane* — Vol. XXXVI, fasc. IV-V — 1903.

Pavia — *Rivista di fisica, matematica e scienze naturali* — Anno 4, n. 42 — 1903.

Roma — *R. Accademia dei Lincei* — Rendiconti, vol. XII, fasc. 11 — 1903.
Rivista di artiglieria e genio — Annata XX, vol. II — 1903.
L'Elettricista — Anno XII, n. 7 — 1903.
Giornale medico del r. Esercito — Anno L, fasc. III-VI — 1903.
Società degli ingegneri e degli architetti italiani—Annali, anno XVII, fasc. VI — 1903.

PUBBLICAZIONI STRANIERE

Bern — *Naturforschend Gesellschaft* — Mitteilungen, n. 1519-1550 — 1903.

Charlottenburg — *Die Tätigkeit der physikalisch-technischen Reichsanstalt im Jahre 1902* — Mitteilung, Heft 4-6 — 1903.

Cracovie — *Académie des sciences* — Katalog literatury Naukowej Polskiej Tom. II, Rok. 1902, Zeszyt IV — 1903.

Edinburg — *Royal Society of Edinburg* — Proceedings, vol. XXIII; Transactions, vol. XL, part. I-II, vol. XLII — 1902.

Leipzig — *Archiv der Mathematik und Physik* — Reihe 3, Band 5, Heft 3-4 — 1903.

London — *Royal Society of London* — Philosophical transactions, series A, 337-339 — 1903.

Nature — Vol. 69, n. 1755-1757 — 1903.

Odessa — *Club alpin de Crimée* — Bulletin, n. 5-6 — 1903.

Paris — *Académie des sciences* — Comptes rendus hebdomadaires des séances, tome CXXXVI, n. 24 26 — 1903.

Société d'encouragement pour l' industrie nationale — Compte rendu, n. 10; Bulletin, tome 104, n. 6 — 1903.

Journal de mathématiques pures et appliquées — Tome IX, fasc. n. 2 — 1903.

Prag — K. K. Sternwart, *Magnetische und meteorologische Beobachtungen im Jahre 1902.*

Sydney — *New south Wales Department of mines* — Annual Report for the year 1902.

Tokio — *Earthquake Investigation Committee in foreign languages* N. 13 — 1903.

Wien — *K. K. geologisch. Reichsanstalt* — Verhandlungen, n. 5-8 — 1903.

Zaragoza — *Revista trimestral de mathemáticas* — Año III, n. 10 — 1903.

OPERE PRIVATE

Del Gaizo M., *Una lettera di G. A. Borelli ed alcune indagini di pneumatica da lui compiute* — Roma, 1903.

D'Ovidio Enrico, *Luigi Cremona. Cenno necrologico* — Torino, 1903.

RENDICONTO

DELL'ACCADEMIA

DELLE

SCIENZE FISICHE E MATEMATICHE

(SEZIONE DELLA SOCIETÀ REALE DI NAPOLI)

SERIE 3.ª — VOL. IX. — (Anno XLII)

Fascicolo 8° a 11° — Agosto a Novembre 1903

INDICE

NAPOLI
TIPOGRAFIA DELLA REALE ACCADEMIA DELLE SCIENZE FIS. E MAT.
diretta da E. de Rubertis fu Michele

1903

Fascicolo 8° a 11°   ANNO XLII.   Agosto a Novembre 1903

RENDICONTO

DELLA R. ACCADEMIA

DELLE SCIENZE FISICHE E MATEMATICHE

Processo verbale dell'adunanza del dì 11 Luglio 1903.
Presiede il presidente **E. Fergola.**

Intervengono i socii ordinarii Albini, Capelli, Cesàro, della Valle, del Pezzo, Delpino, de Martini, Fergola, Nicolucci, Oglialoro, Paladino, Pinto, Siacci, Villari, Bassani e il corrispondente Piutti.

Letto e approvato il verbale dell' ultima tornata, il segretario presenta i libri giunti in dono e in cambio e il *Rendiconto* di Giugno.

Poi comunica i ringraziamenti della Biblioteca Civica di Rovereto per le pubblicazioni accademiche ricevute.

Il socio Siacci, pure a nome dei colleghi Capelli e del Pezzo, legge il rapporto sulla Memoria del prof. Domenico de Francesco, proponendone l'inserzione negli *Atti*. L'Accademia, unanime, approva.

Il socio Delpino, anche da parte dei socii Bassani e De Lorenzo, legge la relazione sulla Memoria del prof. Aurelio de Gasparis, proponendo ch'essa venga pubblicata, con la tavola che l'accompagna, negli *Atti*. Le conclusioni del rapporto sono approvate all'unanimità.

Il socio *Albini* presenta, per il *Rendiconto*, una sua Nota, intitolata: « *Cremazione per via umida* » [1]).

Il socio Piutti fa la seguente comunicazione *sopra modificazioni diversamente colorate di alcuni composti chimici:*

In una Nota « *Sopra alcuni derivati ammidati di acidi ftalici* » presentata a questa Accademia il 13 dicembre dello scorso anno [2]) ho descritto, insieme al mio assistente Dott. Gino Abati, alcuni casi di

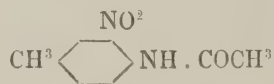
[1]) Questa Nota comparirà in un altro fascicolo.

[2]) *Rend. della R. Accad. delle Scienze Fisiche e Matem. di Napoli*, fasc. 12.

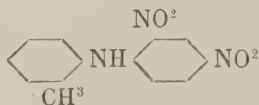
fine isomeria osservati nelle immidi ftaliche e idroftaliche sostituite, le quali si presentavano in due forme distinte: l'una bianca e l'altra gialla reciprocamente trasformabili mediante i solventi od il calore. Per tali composti, escludendo la *polimeria* e la *tautomeria*, abbiamo concluso trattarsi con probalità di casi di *dimorfismo* (monotropia) analoghi a quelli già osservati per il benzofenone, lo zolfo, ecc.

Lo studio successivo della p. *metossifenilftalimmide* mi ha confermato in tale opinione ed un attento riscontro nella letteratura mi ha fatto rinvenire sostanze che hanno proprietà analoghe, quantunque dotate di costituzione chimica affatto diversa.

Infatti posso presentare all'Accademia alcune preparazioni di m. nitro- p. acetotoluide, fusibile a 95°, già ottenuta e descritta da Gattermann [1]) e che ho fatto preparare ora dal D.r Angelucci:

$$CH^3 \langle \quad \rangle NH . COCH^3 \quad (NO^2)$$

la quale cristallizza in due modificazioni, l'una bianca e l'altra gialla, anche dallo stesso solvente, come si può vedere dal preparato ottenuto dalla ligroina, che per una metà si presenta in aghi bianchi e per l'altra in aghi gialli. Ed in modo simile, secondo E. Broemme [2]) si comporta la m.-nitro-p.-butiriltoluide.

Un'altra sostanza che pure si ottiene in due forme distinte, non più bianca e gialla, ma gialla e rossa è la *2-4 dinitrofeniltoluidina* di Leymann [3]):

$$\langle \quad \rangle NH \langle \quad \rangle NO^2 \quad (CH^3;\ NO^2)$$

che pure presento e che ho pure fatto preparare dal Dott. Angelucci col materiale gentilmente favoritomi dalla *Badische Anilin und Soda Fabrik*, facendo bollire a riflusso per qualche tempo soluzioni alcooliche di uguali molecole di o-toluidina e 2-4 dinitroclorobenzolo in presenza di acetato o carbonato di soda. Non ho osservato per questa sostanza il punto di fusione 101°-102° indicato da Leymann, ma ho notato invece che una preparazione, cristallizzata un pajo di volte dal benzolo in bei prismi gialli splendenti, comincia solamente verso 113° a mostrare qualche punto fuso di color rosso che si estende, col salire della temperatura, sino a 128°, temperatura alla quale, fonde in gran parte; a 129°,5 il saggio è fuso completamente in un liquido rosso.

---

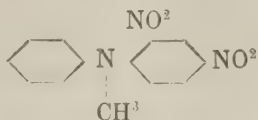
[1]) Ber. XVIII, 1482; Ber. XXIII, I, 1733.

[2]) *Dissertazione*, Gottinga 1884, cit. Ber. XXIII, 1733.

[3]) Ber. XV, 1233.

La specie *rossa*, non ancora completamente purificata, cominciava a fondere verso 110° ed era completamente fusa fra 121° e 122°.

Secondo lo stesso Autore (loc. cit.) anche la *2-4 fenilmetilanilina* fus. 167°

$$\begin{array}{c} NO^2 \\ C_6H_5 - N - C_6H_3 - NO^2 \\ | \\ CH^3 \end{array}$$

si può presentare tanto in aghi rosso bruni, quanto in scagliette lucenti come oro.

Nè qui si arrestano i casi simili a quelli osservati nei derivati ftalici. Oltre a quello delle *Azimmidi* di Rössneck [1]) e di Zinke e Lawson [2]) e del p-*azossianisolo*, già citati da Gattermann nel ricordato lavoro [3]), abbiamo gli esempi del p-*nitrofenolo* [4]), del *bibromofluorene* [5]) e dell' *isoindolo* [6]) riferiti ed in parte studiati dal Lehmann ed altri abbastanza numerosi nei derivati cogli amminofenoli degli acidi *maleico*, *fumarico*, *itaconico*, *mesaconico*, *pirocinconico* e *cincomeronico*, che in quest'ultimi due o tre anni si sono studiati nel mio laboratorio.

Le sostanze che presentano due o più modificazioni aventi colore diverso diventano perciò a poco a poco sempre più numerose senza che per spiegare questo singolare fenomeno e la intima natura di questa isomeria noi sappiamo dare per ora spiegazioni abbastanza sicure. Ma collo studio di maggior numero di casi e colla ricerca di altri fra i quali vi sia qualche rapporto strutturale (compito al quale ora attendo) vi è senza dubbio una maggiore probabilità di conclusioni definitive.

Processo verbale dell' adunanza del dì 7 Novembre 1903. *Presiede il presidente* E. Fergola.

Intervengono i socii ordinarii Capelli, Cesàro, della Valle, del Pezzo, Delpino, de Martini, Fergola, Oglialoro, Paladino, Pinto, Villari e Bassani.

Il segretario legge il verbale dell' ultima adunanza, che viene approvato, e presenta le pubblicazioni giunte in cambio e in dono, segnalando fra queste ultime quelle offerte dal socio Delpino, dal R. Mini-

---

1) Ber. XIX, 1757.

2) Ann. Chem. Pharm., *210*, 119.

3) Ber. XXIII, 1733.

4) *Molekularphysik*, Vol. I, p. 201.

5) Id., p. 206.

6) Id., p. 588.

stero dell' Istruzione, dalla R. Commissione per l'incremento industriale di Napoli e dall'Associazione elettrotecnica italiana, Sezione di Napoli.

Partecipa in seguito che la Presidenza, invitata ad assistere al convegno dell'Unione zoologica italiana, tenuto in Rimini dal 13 al 16 Settembre, inviò la propria adesione.

Poi dà lettura di una lettera del signor Giacinto Maiocchi, che accompagna due esemplari di un suo opuscolo, intitolato: « *Una linea retta punteggiata, costruzioni geometriche semplici delle equazioni di terzo grado colla linea retta e col circolo, moltiplicazione del cubo, trisezione dell'angolo.* II edizione, Milano 1903.

Si accetta il cambio del *Rendiconto* con le pubblicazioni della Naturwissenschaftliche Gesellschaft di Winterthur.

Il socio Cesàro presenta una sua Memoria: « *Sulla rappresentazione intrinseca delle superficie* », che è accolta all' unanimità per l' inserzione negli *Atti.*

Il presidente presenta un lavoro del dott. Francesco Contarino, intitolato: « *Osservazioni del pianeta Eros fatte al Circolo meridiano del R. Osservatorio di Capodimonte durante l'opposizione 1900-1901.* La Commissione incaricata di esaminarlo e di riferirne risulta composta dei socii del Pezzo, Fergola e Pinto.

Processo verbale dell' adunanza del dì 14 Novembre 1903.
Presiede il presidente E. Fergola.

Intervengono i socii ordinarii Capelli, Cesàro, della Valle, del Pezzo, Delpino, de Martini, Fergola, Oglialoro, Paladino, Pinto, Villari e Bassani.

Il segretario legge il verbale dell'ultima adunanza, che viene approvato, e presenta i libri giunti in dono e in cambio.

Il presidente, anche a nome dei socii del Pezzo e Pinto, legge la relazione sulla Nota del dott. Francesco Contarino, presentata nella tornata del 7 corrente, proponendone l' inserzione nel Rendiconto. Le conclusioni del rapporto sono approvate all'unanimità.

Sulla rappresentazione intrinseca delle superficie; *Memoria del socio ordinario* E. Cesàro.

(Adunanza del dì 7 Novembre 1903) — (Sunto dell' Autore)

Considerando una superficie come individuata dalla totalità delle sue linee, l'Autore, che in una precedente comunicazione *) era stato condotto a rappresentare talune particolari superficie rotonde mediante una *coppia* di equazioni intrinseche, dimostra che qualunque superficie si può

*) *Rendiconto*, 18 Aprile 1903.

rappresentare con *una* sola equazione, esprimente la legge che vincola la flessione di tutte le sue curve ad una funzione arbitraria dell'arco. Da siffatta equazione scaturisce la conoscenza della torsione e di ogni altra curvatura di qualunque linea della superficie rispetto alla superficie stessa; ed è perciò facile trarne profitto per discutere intrinsecamente la superficie e tutte le linee che la costituiscono, anche nei loro rapporti con altri enti dello spazio.

RELAZIONE *sulla Nota del dott.* Francesco Contarino.

(Adunanza del dì 14 Novembre 1903)

Il dott. Francesco Contarino ha presentato all'Accademia i risultati delle osservazioni da lui fatte del pianeta Eros al circolo meridiano di Repsold del R. Osservatorio di Capodimonte durante l' opposizione 1900-1901, in seguito ad invito circolare diramato dalla Conferenza astrofotografica tenuta a Parigi nel 1900.

Il lavoro, sia per la diligenza usata nelle osservazioni alle quali cooperò pure il compianto dott. Vittorio Alberti, sia per la parte che si riferisce alla loro riduzione, è condotto con la maggiore precisione; ed i sottoscritti ne propongono perciò all'Accademia la inserzione nel Rendiconto.

P. DEL PEZZO
L. PINTO
E. FERGOLA, *relatore.*

OSSERVAZIONI DEL PIANETA EROS FATTE AL CIRCOLO MERIDIANO DEL R. OSSERVATORIO DI CAPODIMONTE DURANTE L'OPPOSIZIONE 1900-1901; *Nota del dott.* Francesco Contarino.

(Adunanza del dì 7 Novembre 1903)

Origine e Scopo del Lavoro. — La Conferenza astrofotografica tenutasi a Parigi nell' anno 1900 elaborò per suggerimento di diversi astronomi un piano di osservazioni sistematiche del pianeta Eros, il quale verso la fine di quell'anno ed il principio del seguente doveva trovarsi in condizione favorevole per la determinazione della *parallasse solare*, e lo comunicò fra gli altri anche all' Osservatorio di Capodimonte, invitandolo ad una cooperazione per ottenere un nuovo valore di quella costante fondamentale dell'astronomia.

L'Osservatorio di Capodimonte non poteva parteciparvi mediante misure micrometriche, eliometriche o fotografiche particalarmente desiderate dalla Commissione, ed il direttore prof. E. Fergola decise di accettare lo invito impiegando il Circolo di Repsold, che è lo strumento mi-

gliore posseduto dall' Osservatorio per la determinazione di ascensioni rette e declinazioni con osservazioni meridiane; ed all' uopo affidò allo scrivente l' esecuzione delle osservazioni al telescopio ed allo astronomo aggiunto professore V. Alberti quella delle corrispondenti letture al circolo.

Le osservazioni furono cominciate il 28 Ottobre 1900, non appena fu possibile di distinguere nel campo del telescopio il debolissimo pianeta, e terminate il 14 febbraio 1901, quando l' osservazione ridivenne impossibile. Si ottennero in tutto le coordinate di 50 posizioni del pianeta, ma specialmente al principio ed alla fine, con grande difficoltà. Il dottor E. Guerrieri astronomo assistente volle gentilmente coadiuvare gli osservatori, del che gli si rendono ora sentite grazie.

Programma delle osservazioni e delle riduzioni. — Fu adottato il seguente programma delle osservazioni e delle riduzioni:

1.° determinazione tutte le sere degli errori strumentali del Circolo di Repsold: l'*azimut* con due stelle circumpolari una sopra ed una sotto il polo, l' *inclinazione* al principio ed alla fine di ogni serata con quattro sospensioni della livella ogni volta, e la *collimazione* ed il *nadir* mediante l'orizzonte a mercurio, anche al principio ed alla fine;

2.° osservazione in ascensione retta ed in declinazione del pianeta e di quattro stelle orarie, possibilmente a due a due di ascensione retta e declinazione poco maggiore e poco minore di quelle del pianeta, facendo le puntate in declinazione nel mezzo del campo ed osservando i passaggi a 13 fili;

3.° osservazioni della pressione e della temperatura atmosferica al principio ed alla fine delle osservazioni stellari;

4.° calcolo delle posizioni apparenti del pianeta nel nuovo sistema delle costanti e delle stelle fondamentali della Conferenza internazionale del 1896, secondo il desiderio della Conferenza astrofotografica del 1900 e secondo i dati forniti ed i mezzi suggeriti dalla medesima.

Tale programma, per quanto riguardava le stelle, fu eseguito sempre che lo stato del cielo lo permise; soltanto in poche sere esso è restato incompleto, come si vede dallo specchietto seguente, nel quale è riportato il numero delle stelle che non si sono potute osservare;

stelle circumpolari	1900	Nov.	19	1
		»	28	0
		Dec.	20	1
		»	21	1
	1901	Gen.	6	1
		»	18	1
		»	31	1

stelle orarie	1900	Ott.	28	1
		»	29	1
		»	31	1
		Dec.	21	1
	1901	Gen.	3	1
		»	31	2
		Feb.	11	2

ma quanto alle puntate in declinazione del pianeta, in un campo nel quale, così il pianeta come i fili del reticolo erano appena visibili, si rese ma-

nifesto fin dal principio del lavoro che i tentativi per perfezionare la puntata lungo il corso dell'astro dallo ingresso al mezzo del campo stancavano l'occhio e la puntata definitiva restava così incerta come una qualunque delle precedenti. Pertanto è sembrato necessario di fondare l'osservazione della declinazione del pianeta sopra le letture di più puntate che, dopo, col calcolo sono state ridotte al meridiano; ed a cominciare dal 16 novembre si è proceduto nel modo seguente:
il pianeta fu puntato il maggior numero di volte possibile, da 2 a 7 volte, nello spazio del campo che precede il primo filo di ascensione retta, nonchè negl' intervalli tra i fili successivi e nello spazio che segue l'ultimo filo. Ad ogni puntata il prof. Alberti faceva la lettura del solo microscopio I, la quale s' indica con A, che veniva registrata dal dott. Guerrieri e, finite le osservazioni del pianeta al telescopio, si rimetteva il microscopio I alla 1ª lettura registrata A e si conduceva, mediante il manubrio dei piccoli movimenti in declinazione, la divisione del circolo rispetto alla quale si erano fatte tutte le letture del microscopio I alla bisezione dell' intervallo tra i suoi due fili. Dopo di ciò si facevano le puntate e le letture di tutti i 4 microscopii indicando queste ultime con a, b, c, d. La lettura a del microscopio I naturalmente risultò sempre un poco diversa dalla lettura A fatta al momento dell'osservazione; perciò alle letture a, b, c, d dei 4 microscopii venne applicata la correzione A-a, e le 4 letture così corrette, delle quali la prima risultava sempre coincidente con A, furono trattate in seguito col procedimento ordinario per ottenere la direzione del telescopio puntato sul pianeta. Le stesse operazioni furono ripetute per la seconda puntata A del pianeta e per tutte le altre che si potettero fare.

Per ciascuna delle stelle orarie, essendo sempre possibile di dare al campo del telescopio la conveniente illuminazione, si è continuato a seguire il procedimento della puntata unica perfezionandola gradatamente negl' intervalli tra i fili di ascensione retta fino al passaggio al meridiano e facendo in corrispondenza una sola serie di letture dei 4 microscopii.

Non sono state adoperate reticelle avanti all'obbiettivo per ridurre le immagini delle stelle alla grandezza normale, nè sono state impiegate riduzioni per fare col calcolo l'analoga correzione.

Stelle osservate e loro coordinate. — In tutto furono osservate 37 stelle, delle quali 8 circumpolari, che s' indicano qui appresso con lettere alfabetiche secondo l'ordine dell'ascensione retta, e 29 orarie che parimenti s' indicano con numeri, fornite di effemeride dalla *Conferenza internazionale* le 10:

A	48H Cephei	4	υ Persei
1	θ Persei	7	μ Cassiop.
2	α Persei	9	τ Persei
3	δ Persei	10	μ Androm.
B	50 Cassiop.	G	γ^2 Urs. min. ,

dalla *Connaissance des Temps* le 10:

14	ε Arietis	D	1235 B.A.C.
15	β Persei	22	η Tauri
17	41 Arietis	25	γ Tauri
18	δ Arietis	26	ε Tauri
20	ζ Persei	29	α Tauri ,

dalle *American Ephemeris* le 11 :

8	ο Cassiop.	F	ζ Urs. min.
11	γ Androm.	16	ζ Arietis
12	β Triang.	23	A' Tauri
13	γ Triang.	27	τ Tauri
C	γ Camelop.	28	*i* Tauri ,
E	5 Urs.min.		

dalle *American Ephemeris* e dalla *Connaissance des Temps* 1,

H β Urs.min. ,

dal *Nautical Almanac* le 3:

19	11 Tauri
21	τ' Arietis
24	ω' Tauri ,

e fornite di effemeride dallo scrivente, coi dati del nuovo catalogo delle stelle fondamentali di Newcomb e le costanti della *Conferenza di Parigi del* 1896, pubblicate dalle *American Ephemeris* pel 1900, le 2:

5	2 Persei
6	η Persei .

Posizioni apparenti di Eros. — Le coordinate delle posizioni apparenti di *Eros* occorrenti pel paragone con quelle ottenute dalle osservazioni attuali furono dedotte dalla effemeride calcolata dal prof. E. Millosevich e pubblicata dalla *Conferenza astrofotografica*, tenendo conto dell'aberrazione planetaria, della parallasse, e dello effetto delle perturbazioni di Giove e Terra con gli elementi dati dallo stesso autore nei numeri 3660-61-62-87 delle *Astronomische Nachrichten*.

Qui appresso sono registrati giorno per giorno tutti i valori delle coordinate delle stelle e del pianeta impiegate nei calcoli. Nei giorni nei quali non si è potuto osservare *Eros* le osservazioni delle stelle sono state utilizzate per ottenere il valore strumentale della latitudine dell' Osservatorio. In corrispondenza di ogni data l'ascensione retta si trova al rigo superiore e la declinazione al rigo inferiore.

COORDINATE APPARENTI

DEL PIANETA EROS, DELLE STELLE D'AZIMUT E DELLE STELLE DI PARAGONE
TRATTE DALLE EFFEMERIDI PEI GIORNI DI OSSERVAZIONE.

DATA 1900	Eros	A 48 H Ceph.	H β Urs. min.	1 θ Persei	2 α Persei	3 δ Persei	6 η Persei	7 μ Cass.
		3^h7^m	14^h50^m	2^h37^m $+48^\circ48'$	3^h17^m $+49^\circ30'$	3^h35^m $+47^\circ28'$	2^h43^m $+55^\circ29'$	$1^h\ 1^m$ $+54^\circ26'$
Ott. 28	$2^h\ 22^m\ 29^s.67$ $+53^\circ13'36''.2$	$52^s.097$	$53^s.893$	$28^s.695$ $38''.71$	$17^s.680$ $32''.19$	$54^s.842$ $14''.78$		
» 29	2 20 44.03	52.144	53.874	28.710 38.93	17.701 32.39	54.865 14.97		
» 31	2 17 3.66 +53 43 0.0	52.233	53.839	28.737 39.38	17.740 32.79	54.908 15.35		
		B 50 Cass.	E 5 Urs min		4 υ Persei	5 2 Persei		
		1^h55^m	14^h27^m		1^h31^m $+48^\circ\ 7'$	1^h45^m $+50^\circ18'$		
Nov. 4	2 9 14.58 +54 9 45.6	3.645	37.391	28.788 40.25	57.278 46.25	54.033 21.38	$31^s.409$ $8''.95$	
» 5	2 7 13.19 +54 14 5.8	3.648	36.808	28.799 40.47	57.279 46.47	54.035 21.58	31.421 9.16	
» 6					46.69	21.80		
» 7					46.90	22.01		
» 8					47.11	22.26		
» 9						22.52		
» 12					47.93			
» 13					48.12			
» 14					48.31			$20''.68$
» 16	1 45 17.04 +53 55 15.2	3.602	37.485	28.900 42.79	57.260 48.69		31.553 11.93	43.380 21.09
» 19	1 40 6.55 +53 28 52.4	3.568		28.914 43.41	57.246 49.23		31.553 12.56	43.352 21.67
» 27	1 29 57.97 +51 39 11.05	3.440	37.783	28.931 44.97		54.013 26.12	31.604 14.40	43.256 23.06

DATA 1900	Eros	B 50 Cass.	E 5 Urs. min.	1 θ Persei	8 ο Cass.	5 2 Persei	6 η Persei	7 μ Cass.
		1^h55^m	14^h27^m	2^h37^m $+48^\circ48'$	0^h39^m $+47^\circ44'$	1^h45^m $+50^\circ18'$	2^h43^m $+55^\circ29'$	$1^h\ 1^m$ $+54^\circ26'$
Nov. 28	$1^h29^m8^s.90$ $+51^\circ21'59''.2$					$54^s.000$ $26'.30$		$43^s.241$ $23''.21$
Dic. 4	1 26 33 .76 +49 26 4 .3	$3^s.269$	$38^s.074$	$28^s.926$ $46''.17$	$14^s.300$ $51''.98$		$31^s.571$ $15'.76$	43 .145 24 .05
» 7	1 26 46 .46 +48 21 20 .2	3 .181	38 .224	28 .915 46 .65	14 .251 52 .23	53 .921 27 .61		43 .094 24 .42
» 8					52 .32			24 .53
» 9	1 27 27 .84 +47 36 11 .25	3 .119	38 .333	28 .904 46 .95	14 .216 52 .38	53 .906 27 .95		43 .058 24 .64
» 10	1 27 58 .23 +47 13 5 .4	3 .086	38 .389	28 .898 47 .09	14 .197 52 .44	53 .892 28 .11		43 .039 24 .75
» 11	1 28 35 .00 +46 49 40 .7	3 .053	38 .447	28 .891 47 .23	14 .180 52 .50	53 .874 28 .24		43 .020 24 .85
» 12	1 29 18 .08 +46 25 58 .2	3 .018	38 .506	28 .884 47 .37	14 .161 52 .55	53 .853 28 .35		43 .001 24 .95
» 13	1 30 7 .41 +46 1 59 .5	2 .983	38 .566	28 .876 47 .51	14 .143 52 .60	53 .832 28 .44		42 .982 25 .04
» 14	1 31 2 .93 +45 37 46 .0	2 .947	38 .628	28 .868 47 .64	14 .123 52 .65	53 .811 28 .53		42 .962 25 .13
» 15	1 32 4 .54 +45 13 18 .9	2 .909	38 .691	28 .859 47 .77	14 .104 52 .70	53 .790 28 .61		42 .942 25 .22
						9 τ Persei 2^h47^m $+52^\circ21'$		
» 16	1 33 12 .15 +44 48 39 .6	2 .872	38 .756	28 .850 47 .90	14 .086 52 .73	17 .111 38 .99		42 .921 25 .30
» 17	1 34 25 .66 +44 23 49 .2	2 .831	38 .820	28 .841 48 .03	14 .066 52 .76	17 .100 39 .14		42 .899 25 .38
» 18	1 35 44 .97 +43 58 49 .15	2 .789	38 .887	28 .831 48 .16	14 .047 52 .79	17 .089 39 .28		42 .877 25 .46
» 19	1 37 9 .99 +43 33 40 .5	2 .747	38 .954	28 .821 48 .29	14 .027 52 .82	17 .078 39 .42		42 .855 25 .53

DATA 1900	Eros	B 50 Cass.	E 5 Urs. min.	1 θ Persei	4 υ Persei	9 τ Persei	10 μ Andr.	7 μ Cass.
		1^h55^m	14^h27^m	2^h37^m $+48°48'$	1^h31^m $+48°\ 7'$	2^h47^m $+52°21'$	0^h51^m $+37°58'$	$1^h\ 1^m$ $+54°26'$
Dic 20	$1^h38^m40^s.61$ $+43°8'\ 24''\ 0$		$39^s.022$	$28^s.811$ $48''.42$	$56^s\ 897$ $53''.19$	$17^s.066$ $39''.56$		$42^s\ 832$ $25''.60$
» 21	1 40 16 73 +42 43 0.7		39 092	28.800 48.54	56.880 53 26	17 054 39.69		
» 22	1 41 58 25 +42 17 31.8	$2^s\ 617$	39.163	28 789 48 66	56 863 53.31	17.042 39 82		42.786 25.72
» 25	1 47 33.96 +41 0 39 9	2.479	39.383	28 753 48.99	56.809 53.46	17.004 40.18	$16^s.846$ $1''.22$	
		A 48 II Ceph. 3^h7^m						
» 26	1 49 35.81 +40 34 56.8	52.113	39.459	28.740 49.10	56.791 53.50	16.991 40.30	16.830 1.20	
» 29	1 56 9.37 +39 17 39.0	51.961	39.694	28.700 49.38	56 734 53.60	16.951 40.66	16.782 1.12	
» 30	1 58 29 42 +38 51 51.5	51.907	39.775	28 685 49.47	56.715 53 63	16.937 40 78	16.765 1.09	
							11 γ Andr. 1^h57^m $+41°51'$	
1901 Gen. 1	2 3 21.96 +38 0 16 7	51.795	39 940	28.655 49 63	56.675 53 67	16.907 41.00	51.179 31.92	
» 3	2 8 30.19 +37 8 43.7	51.678	40.108	28.624 49 77	56 633 53.69	16.874 41.20		
» 6	2 16 39.43 +35 51 29.3		40.370	28.573 49.96	56.569 53 70	16.822 41.49	51.102 32.00	
			F ζ Urs. min. 15^h47^m		12 ξ Triang. 2^h3^m $+34°31'$		13 γ Triang. 2^h11^m $+33°23'$	
» 7					21.06		33.54	
» 8	2 22 22.07 +35 0 4.6	51.360	29.256	28.535 50.05	40.837 21 04	16.783 41.66	27.422 33.53	

DATA 1901	Eros	A 48 H Ceph.	F ζ Urs. min.	1 θ Persei	12 β Triang.	9 τ Persei	13 γ Triang.	17 41 Arietis
		3^h7^m	15^h47^m	2^h37^m $+48^\circ48'$	$2^h\ 3^m$ $+34^\circ31'$	2^h47^m $+52^\circ21'$	2^h11^m $+33^\circ23'$	2^h44^m $+26^\circ51'$
Gen. 9	$2^h\ 25^m\ 18^s.02$ $+34^\circ34'24''.2$	$51^s.293$	$29^s.336$	$28^s.515$ $50''.10$	$40^s.814$ $21''.02$	$16^s.763$ $41''.73$	$27^s.408$ $33''.52$	
				14 ε Arietis 2^h53^m $+20^\circ56'$		15 β Persei 3^h1^m $+40^\circ34'$		
» 13	2 37 30.39 +32 51 59.6	51.012	29.672	34.787 45.52	40.748 20.95	45.761 38.79	27.348 33.41	
» 14	2 40 40.09 +32 26 28.65	50.939	29.759	34.775 45.49	40.734 20.93	45.747 38.82	27.332 33.38	
		C γ Camelop. 3^h39^m		18 δ Arietis 3^h5^m $+19^\circ21'$				
» 15	2 43 52.26 +32 1 0.15	59.057	29.847	59.853 12.96	40.718 20.90	45.733 38.84	27.316 33.34	
» 16	2 47 6.80 +31 35 34.3	59.014	29.937	59.841 12.93	40.700 20.87	45.719 38.86	27.300 33.30	
» 17	2 50 23.63 +31 10 11.3	58.970	30.028	59.829 12.90	40.681 20.83		27.284 33.26	$11^s.082$ $17''.12$
		D 1235 B.A.C. 4^h5^m	G γ^2 Urs. min. 15^h20^m	14 ε Arietis 2^h53^m $+20^\circ56'$	19 11 Tauri 3^h34^m $+25^\circ0'$	20 ζ Persei 3^h47^m $+31^\circ35'$		
» 18	2 53 42.63 +30 44 51.2	40.775			53.516 38.44	56.715 28.77	27.268 33.21	11.068 17.08
» 19	2 57 3.73 +30 19 34.2	40.605	50.542		53.504 38.43	56.703 28.79	27.251 33.16	11.054 17.04
» 20				45.30			33.11	17.00
» 22	3 7 18.68 +29 4 4.4	39.997	50.756	34.672 45.21	53.468 38.39	56.663 28.82		11.010 16.92

DATA 1901	Eros	D 1235 B A.C.	H β Urs. min.	18 δ Arietis	19 11 Tauri	20 ζ Persei	16 ζ Arietis	17 41 Arietis
		4^h5^m	14^h50^m	3^h5^m $+19°21'$	3^h34^m $+25°\ 0'$	3^h47^m $+31°35'$	— $+20°40'$	2^h44^m $+26°51'$
Gen. 23	$3^h10^m47^s.24$ $+28°39'\ 2''.2$	$39^s.767$	$57^s.432$	$59^s.750$ $12''.66$	$53^s.455$ $38''.37$	$56^s.649$ $28''.82$		$10^s.994$ $16''.88$
» 24	3 14 17.42 +28 14 4.2	39.527	57.519	59.736 12.61	53.442 38.36	56.634 28.82		10.978 16.83
» 27	3 24 56.75 +26 59 36.5	38.895	57.780	59.694 12.46	53.401 38.30	56.589 28.82		10.930 16.68
			G γ^2 Urs.min. 15^h20^m					
» 28	3 28 32.44 +26 34 56.6	38.705	51.199	59.680 12.41	53.386 38.28	56.573 28.82		10.914 16.62
» 29							$43''.46$	16.56
			H β Urs. min.	21 τ′ Arietis		22 η Tauri	23 A′ Tauri	24 ω′ Tauri
			14^h50^m	3^h15^m $+20°47'$		3^h41^m $+23°48'$	3^h58^m $+21°48'$	4^h3^m $+19°20'$
» 31	3 39 25.85 +25 21 26.2		58.131	32.321 28.60	53.341 38.20			
Febb. 3	3 50 26.87 +24 8 43.5	37.437	58.396		53.292 38.21	37.758 0.15	52.422 43.29	25.789 51.62
		C Camelop.	G γ^2 Urs.min.	25 Υ Tauri	26 ε Tauri	27 τ Tauri	28 *i* Tauri	
		3^h39^m	15^h20^m	4^h14^m $+15°23'$	4^h22^m $+18°57'$	4^h36^m $+22°46'$	4^h45^m $+18°40'$	
» 11	4 20 12.00 +20 59 19.8	57.668	52.274	11.329 17.82				25.665 51.36
» 14	4 31 25.54 +19 50 19.25	57.492	52.506		51.968 38.76	20.141 1.52	36.907 15.30	25.615 51.25
						29 α Tauri $+16°18'$		
» 17					38.66	$35''.18$		

Applicazione delle correzioni strumentali. — Posizione dello strumento: *Circolo ad Est.*

Inclinazione. L'inclinazione dell'asse del circolo meridiano si è ottenuta in 42 serate con quattro livellazioni, la 1ª e la 2ª a circa 5 minuti d'intervallo al principio di ogni serata e la 3ª e 4ª, con lo stesso intervallo, alla fine; tra le due coppie di livellazioni è trascorso in media l'intervallo di circa 80 minuti. Nelle altre 8 serate l'inclinazione si è determinata soltanto due o tre volte.

Per decidere se nelle riduzioni si potesse impiegare il valor medio delle quattro inclinazioni per ogni serata o se, invece, si dovesse calcolare con l'interpolazione il valore conveniente per ogni oggetto osservato, si è fatto un esame comparativo di tutti i valori delle inclinazioni, e da questo esame è risultato:

I. Errore probabile del valore di ciascuna inclinazione $\pm 0^s.005$
» » del valore medio di due inclinazioni ± 0.003
» » » » di quattro inclinazioni ± 0.002

II. Variazione media dell'inclinazione nell'intervallo di 5 minuti, cioè, tra la 2ª e la 1ª e tra la 4ª e la 3ª: $\frac{1}{42}\sum\frac{1}{2}\,(2^a-1^a+4^a-3^a)= \quad +0^s.002$
valori positivi 25, valori negativi 17.

III. Variazione media nell'intervallo di circa 80 minuti, cioè, tra la 3ª e la 1ª e tra la 4ª e la 2ª: $\frac{1}{42}\sum\frac{1}{2}\,(3^a-1^a+4^a-2^a)= \quad -0.003$
valori positivi 20, valori negativi 22.

IV. Variazioni medie calcolate come in II e III ma senza tenere conto del segno delle differenze 2^a-1^a ecc., rispettivamente: $0^s.012$
e 0.018

V. Segni delle variazioni II e III paragonati sera per sera: 16 volte simili
e 25 volte contrarii

VI. Segni della serie delle variazioni II e della serie delle variazioni III: alternanti quasi con uniformità nelle serate successive.

I risultati di questo esame hanno permesso di concludere che la variazione dell'inclinazione, se esiste, è insensibile, sia che si faccia l'ipotesi di una variazione sistematica per la quale l'inclinazione dovrebbe mostrare la tendenza a crescere o diminuire nel corso di ogni serata, sia che si faccia l'ipotesi di una variazione casualmente positiva o negativa, ma reale, ogni sera; e pertanto ho deciso d'impiegare nelle riduzioni di tutti gli oggetti osservati in ciascuna sera la media delle inclinazioni, corretta di $-0^s.0022$ per tenere conto della differenza tra i diametri dei perni.

Collimazione. La collimazione è stata determinata con osservazioni all'orizzonte a mercurio una volta ogni sera eccetto il 28 novembre
il 14 gennaio
e l' 11 febbraio,
serate nelle quali il programma delle osservazioni delle stelle non si potette completare. Nei calcoli delle riduzioni si è impiegato il valore della collimazione risultante dalle osservazioni della serata, e quando le osservazioni sono mancate si è impiegato il medio de' valori ottenuti alla data precedente ed alla seguente.

Per ragione di facilità nella stima la collimazione si è ottenuta fino al 27 novembre con 6 misure micrometriche del quadruplo del suo valore e dal 4 dicembre in poi, essendosi resa molto piccola la distanza tra il filo di mezzo del reticolo e la sua immagine riflessa, si è ottenuta con altrettante misure del doppio del suo valore. L'errore probabile del valor medio di ogni serata è risultato $\pm 0^s.011$.

Comparando tra loro i risultati medii ottenuti nelle sere successive si scorge una debole variazione della collimazione del che danno una idea i medii de' primi 10 valori (28 ottobre — 7 dicembre) e degli ultimi 10 (18 gennaio — 14 febbraio) i quali sono rispettivamente: $-0^s.069$ e $-0^s.032$.

Queste comparazioni dimostrano la realtà della variazione della collimazione da sera a sera e giustificano l' impiego fatto sera per sera della collimazione osservata. Quest'ultima si riferisce al filo di mezzo del reticolo e si riduce al filo medio coll'aggiunta di $-0^s.0071$, distanza del filo di mezzo al filo medio, già determinata dal prof. Fergola insieme alle distanze di tutti gli altri fili del reticolo. Per controllare se quella distanza fosse rimasta invariata fino ad oggi la ho ricalcolata impiegando i 225 passaggi di stelle di questo lavoro ne' quali potetti osservare a tutti i fili ed il nuovo valore ottenuto, $-0^s.0079 \pm 0^s.0007$, risulta d'accordo col precedente nei limiti degli errori accidentali di osservazione.

Azimut e correzione dell'orologio. L'azimut si è ricavato dall'osservazione delle due circumpolari tutte le sere, eccetto in quelle

		circumpolari	stelle di paragone
del 19	nelle quali si sono osservate	una	quattro
e 28 novembre		nessuna	due
del 20		una	quattro
e 21 dicembre		una	tre
e del 6		una	quattro
18		una	quattro
e 31 gennaio		una	due ;

il 28 novembre si è impiegato un valore interpolato tra quelli delle sere precedente e seguente; in tutte le altre sere si è impiegato il valor me-

dio risultante dallo accoppiamento della circumpolare con ciascuna delle stelle di paragone.

Gli azimut così ottenuti, insieme alle collimazioni ed alle inclinazioni dette di sopra sono stati usati per ridurre al meridiano i passaggi delle stelle di paragone, ed i passaggi così ridotti, sottratti dalle rispettive ascensioni rette delle stelle osservate, hanno dato ogni sera altrettanti valori della correzione ΔT dell'orologio, dei quali si è calcolato il medio ΔT_m per ogni sera.

Anche dalle due stelle circumpolari si è ottenuta la correzione ΔT_p dell'orologio e, paragonandola con la ΔT_m ottenuta dalle stelle di paragone si é notata una differenza con carattere sistematico tra i due valori ΔT_p e ΔT_m, la quale, nella media delle 45 serate, risulta:

$$\frac{\Sigma(\Delta T_p - \Delta T_m)}{45} = + 0^s.098$$

e presenta il valore massimo $+ 0^s.271$ ed il minimo $- 0^s.089$.

Siccome le circumpolari furono sempre osservate dopo di Eros, circa 35 minuti, vi era luogo a sospettare che la differenza fosse causata da variazione dell'azimut nell' intervallo; inoltre non era da escludersi come concausa della differenza sistematica suddetta una variazione della ΔT durante le osservazioni, diversa da quella che si otteneva dal paragone delle ΔT_m da una sera alla seguente, e possibile perchè il pendolo di Grimalde, impiegato nelle osservazioni, si trova nella stessa sala del cerchio meridiano ed era soggetto ai cambiamenti bruschi di temperatura che durante le osservazioni si verificavano nella sala medesima. Pertanto ho deciso di ottenere un novello valore della correzione ΔT_m impiegando il metodo dei minimi quadrati, facendovi concorrere tutte le stelle ed introducendovi 4 incognite due delle quali costanti e due variabili col tempo.

Sostituendo nella formola di Mayer,	$\alpha = T + \Delta T + Aa + Bb + Cc$,
a ΔT il valore:	$\Delta T_m + \Delta\Delta T + t\,.\,\Delta\Delta\Delta T$
e ad a il valore:	$a_0 + \Delta a + t\,.\,\Delta\Delta a$,

in cui ΔT_m ed a_0 sono i valori già calcolati come si è detto precedentemente, $\Delta\Delta T$ e Δa le correzioni incognite costanti da darsi ai valori calcolati, $\Delta\Delta\Delta T$ e $\Delta\Delta a$ le correzioni incognite variabili col tempo e t lo intervallo di tempo tra l'osservazione di *Eros* e quella della stella, si è avuto per ogni stella osservata un'equazione della forma:

$$\Delta\Delta T + A.\Delta a + t.\Delta\Delta\Delta T + t.A.\Delta\Delta a = n.$$

Così per ogni sera si sono avute d'ordinario 6 equazioni tra le 4 incognite; in 8 sere se ne sono avute 5 soltanto. Nelle rimanenti sere del

28 novembre, 21 dicembre, 31 gennaio e 11 febbraio le stelle sono state in numero minore di 5 e per queste si sono ritenuti i valori precedentemente calcolati senza alcuna correzione. Il peso attribuito ad ognuna delle equazioni è stato un numero proporzionale all'errore probabile del medio dei passaggi ai fili osservati con la stella corrispondente.

Dal paragone delle ascensioni rette (I) di *Eros*, dedotte impiegando le ΔT_m e le Δa_0, con le ascensioni rette (II) dedotte aumentando le ΔT_m delle $\Delta\Delta T$ e le a_0 delle Δa ricavate col metodo dei minimi quadrati, le differenze (I)-(II) risultano così distribuite:

positive del valore	$+0^s.01$	n.° 7	negative del valore	$-0^s.01$	n.° 10
	$+0.02$	» 5		-0.02	» 4
	$+0.03$	» 1		-0.03	» 2
	$+0.05$	» 1		-0.05	» 2
	$+0.12$	» 1	e nulle	$0\ 00$	» 13.

Siffatte differenze, piuttosto che presentare un carattere sistematico, si assomigliano molto ad errori accidentali e danno una conferma di fatto che, con l'adottata disposizione delle osservazioni i piccoli errori nelle correzioni strumentali non alterino sensibilmente i valori che si ottengono per le ascensioni rette di *Eros*.

Gli errori probabili di ciascuna ΔT_m ottenuta ogni sera come media delle correzioni dell'orologio ricavate dalle stelle di paragone osservate ed impiegata a formare la serie (I) delle ascensioni rette di *Eros*, che sarà riportata in seguito, sono:

$$\text{minimo} \pm 0^s.000, \quad \text{medio} \pm 0^s.013, \quad \text{massimo} \pm 0^s.029$$

e gli errori probabili della $\Delta\Delta T$ ottenuta col metodo de' minimi quadrati per ogni serata di osservazioni ed impiegata a farmare la serie (II) delle ascensioni rette di *Eros*, sono:

$$\text{minimo} \pm 0^s.001\ , \quad \text{medio} \pm 0^s.023\ , \quad \text{massimo} \pm 0^s.077\ .$$

Se ne conclude che l' introduzione delle stelle circumpolari nel calcolo dell' ascensione retta di *Eros* insieme con l' ipotesi della variabilità dell'*azimut* e della correzione dell' orologio non migliorano le ascensioni rette dal punto di vista degli errori accidentali; mentre, come è stato sopra notato, non esiste differenza sistematica tra la serie (I) e la serie (II) di ascensioni rette, e quindi che spetti la preferenza alla serie (I) delle ascensioni rette di *Eros*.

Nadir. La determinazione delle letture del circolo col telescopio diretto al nadir fu fatta due volte ogni sera, meno nelle sere del 28 ottobre, 28 novembre, 3 e 31 gennaio, ed 11 febbraio, nelle quali si è fatta una sola volta. Nelle sere del 6, 7, 8, 9, 12, 13 e 14 novembre, dell'8 dicembre, del 7, 20 e 29 gennaio e del 17 febbraio, nelle quali non si è po-

tuto osservare *Eros*, il *nadir* si è osservato pure una sola volta e le poche stelle osservate si sono impiegate per ricavare il valore strumentale della latitudine.

Ogni determinazione del *nadir* prima e dopo delle osservazioni risulta dalla media di 2 bisezioni fatte con ciascun filo della coppia (nel mezzo della quale si fecero le puntate in declinazione) dello spazio compreso tra le immagini de' medesimi fili riflesse dall'orizzonte a mercurio, ciascuna bisezione essendo individuata dalle letture de' 4 miscroscopii senza fare uso delle vite micrometrica del telescopio. La discussione dei quattro risultati, che s' indicano con I, II, III, IV, secondo l'ordine di tempo nel quale si sono ottenuti nelle 44 sere nelle quali si è completato il programma di queste osservazioni, così colle differenze II-I e IV-III, tra due determinazioni successive, come colle differenze III-I e IV-II, mostra sufficientemente chiara una variazione sistematica del *nadir* nel corso di ogni serata ; poichè i valori medii,

$$\frac{1}{44}\sum\frac{1}{2}(\mathrm{II}-\mathrm{I}+\mathrm{IV}-\mathrm{III})=-0''.021$$

$$\text{ed}\quad\frac{1}{44}\sum\frac{1}{2}(\mathrm{III}-\mathrm{I}+\mathrm{IV}-\mathrm{II})=-0''.149$$

sono di segni simili e pressochè proporzionali agl' intervalli di tempo di circa 12 minuti e 111 minuti, rispettivamente decorsi dall'una all' altra determinazione di ogni coppia ; mentre, l'errore probabile di ciascun *nadir* essendo $\pm$ 0.″17, l' error probabile di ciascuna di queste differenze medie risulta :

$$\sqrt{\frac{0''.17^2+0''.17^2}{44}}=\pm 0''.036\ .$$

E pertanto ho creduto necessario di ricavare le distanze nadirali delle stelle e del pianeta impiegando per ogni oggetto valori diversi della direzione del nadir, ottenuti con l'interpolazione tra i due valori medii osservati al principio ed alla fine di ogni serata.

Inclinazione della coppia dei fili di declinazione. Come ho accennato precedentemente le puntate in declinazione del pianeta *Eros* furono fatte più volte ogni sera e per conseguenza una volta sono capitate nel mezzo del campo e le altre volte lateralmente. Poichè però le puntate laterali non sono state sempre simmetriche rispetto al mezzo, e se la coppia dei fili di puntata non è perfettamente orientata, l'effetto della piccola inclinazione non si elimina di per sè nella calcolazione della media, ho ritenuto necessario di determinare se esistesse una tale inclinazione per potere ridurre tutte le puntate laterali al mezzo del campo. Perciò ho fatto due serie di osservazioni la 1ª puntando stelle scelte appositamente al

primo ed all'ultimo filo del reticolo e deducendo l'inclinazione della coppia dei fili di declinazione dalla differenza tra le due medie delle letture dei microscopii; la seconda puntando le stelle di paragone di *Eros*, già puntate al filo di mezzo, anche al passaggio per l'ultimo filo del reticolo e deducendo l'inclinazione dalla differenza tra le medie delle corrispondenti letture dei microscopii corretta dell' effetto della curvatura. Dalle osservazioni così fatte, 168 coppie di puntate, ho ottenuto la inclinazione media 0".17 con lo errore probabile ± 0".03, tra il mezzo del campo ed uno degli estremi. Alla correzione corrispondente, nella posizione dello strumento *circolo ad est*, applicata sia alle letture del circolo, sia alle declinazioni che se ne deducono, compete il segno + per le puntate fatte nella prima metà del campo ed il segno — per quelle fatte nella seconda metà. Tutte le puntate di *Eros* vennero ridotte al meridiano applicando le correzioni d' inclinazione, di curvatura e di moto proprio.

Flessione. L' effetto della flessione del telescopio sulle distanze zenitali, già determinato dal prof. Fergola, —0".05 all' orizzonte, si è ritenuto trascurabile essendo le distanze zenitali delle stelle estreme osservate +24°.5 per γ Tauri e —14°.6 per η Persei.

Refrazione. Ho calcolato le correzioni delle distanze zenitali osservate, dovute alla refrazione, mediante le tavole del Prof. Albrecht [1]) interpolando, tra i valori ottenuti dalle osservazioni di temperatura e pressione atmosferica al principio ed alla fine di ogni serata, i valori convenienti a ciascuno degli oggetti osservati.

Elementi delle riduzioni. — I valori delle correzioni strumentali, della direzione del *nadir* e del coefficiente correttore della refrazione media, come si sono impiegati nei calcoli, sono riportati nella seguente tavola I.

La colonna 2 contiene l'azimut a_0 ricavato dalle stelle e la correzione Δa ottenuta col metodo de' mimi quadrati per l' istante del passaggio di *Eros*.

La colonna 3 contiene l' inclinazione corretta della differenza di diametro de' perni, b.

La colonna 4 contiene la collimazione sommata con l' aberrazione diurna, c.

La colonna 5 contiene i valori della direzione del *nadir* ottenuti con l'interpolazione pel primo e per l'ultimo oggetto osservato in declinazione.

La colanna 6 contiene i logaritmi del coefficiente TBγ in unità della quinta decimale, ottenuti con l' interpolazione pel primo e l' ultimo oggetto osservato, per correggere il logaritmo $\alpha \tan g z$ [1]).

NOTA. I gradi e minuti che completano le direzioni del nadir sono 163°50' o 163°51'.

---

[1]) Th. Albrecht, *Formeln und Hülfstafeln für geographische Ortsbestimmungen.*

TAVOLA I.

Elementi delle Riduzioni. Azimut, Inclinazione, Collimazione, Nadir e Refrazione.

Data	a_0	Δa	b	c	Nadir		Log. TBγ	
	s	s	s	s	"	"		
1900 Ottob. 28	−0.638	+0.10	+0.006	−0.095	59.847	59.847	−1424	−1424
» 29	−0.537	+0.19	+0.057	−0.067	59.916	59.400	− 642	− 644
» 31	−0.539	+0.21	+0.059	−0.069	2.569	2.148	− 712	− 680
Nov. 4	−0.586	−0.04	+0.098	−0.081	1.616	1.404	− 794	− 822
» 5	−0.609	+0.04	+0.111	−0.061	1.437	1.339	− 874	− 894
» 6	—	—	—	—	1.813	1.813	−1098	−1098
» 7	—	—	—	—	1.323	1.323	−1156	−1156
» 8	—	—	—	—	1.457	1.457	−1119	−1119
» 9	—	—	—	—	1.292	1.292	−1104	−1104
» 12	—	—	—	—	1.043	1.043	−1332	−1332
» 13	—	—	—	—	1.609	1.609	−1361	−1361
» 14	—	—	—	—	1.140	1.140	−1085	−1085
» 16	−0.480	−0.06	+0.192	−0.057	0.972	0.629	−1128	−1030
» 19	−0.470	+0,09	+0.204	−0.061	1.410	1.333	− 651	− 964
» 27	−0.351	−0.16	+0.327	−0.088	1.679	1.648	− 524	− 445
» 28	−0.311	—	+0.368	−0.074	1.635	1.635	− 979	− 979
Dic. 4	−0.271	−0.02	+0.418	−0.061	1.228	1.255	− 217	− 142
» 7	−0.245	−0.08	+0.415	−0.046	1.844	1.982	− 947	− 826
» 8	—	—	—	—	2.086	2.086	− 421	− 421
» 9	−0.194	+0.09	+0.479	−0.053	2.109	2.228	+ 9	+ 16
» 10	−0.142	+0.14	+0.509	−0.037	1.828	1.773	+ 18	+ 104
» 11	−0.149	+0.04	+0.505	−0.041	2.257	1.808	− 224	− 109
» 12	−0.193	−0.07	+0.493	−0.047	1.537	2.038	− 94	+ 20
» 13	−0.256	+0.06	+0.492	−0.048	2.452	1.951	− 97	− 120

Data		a_0	Δa	b	c	Nadir		Log. TBγ	
		s	s	s	s	"	"		
1900 Dic.	14	−0.253	−0.11	+0.489	−0.051	1.953	1.664	+ 64	+ 232
»	15	−0.233	+0.02	+0.488	−0.050	1.746	1.623	+ 69	+ 130
»	16	−0.232	+0.05	+0.483	−0.054	1.689	1.851	+ 283	+ 448
»	17	−0.157	+0.06	+0.500	−0.046	1.881	1.890	+ 105	+ 91
»	18	−0.210	+0.01	+0.493	−0.050	1.313	0.930	+ 20	+ 50
»	19	−0.161	+0.02	+0.497	−0.047	1.626	1.213	+ 19	+ 56
»	20	−0.170	0.00	+0.503	−0.042	1.360	1.056	− 33	+ 35
»	21	−0.180	—	+0.500	−0.057	1.317	1.253	+ 116	+ 94
»	22	−0.184	−0.05	+0.487	−0.064	1.967	1.485	+ 1	+ 46
»	25	−0.210	−0.05	+0.518	−0.046	2.132	2.374	+ 27	+ 197
»	26	−0.102	+0.01	+0.532	−0.042	1.627	1.280	+ 19	+ 118
»	29	−0.155	−0.12	+0.538	−0.038	2.322	2.139	− 827	− 662
»	30	−0.110	+0.02	+0.542	−0.048	2.262	1.776	− 385	− 304
1901 Genn.	1	−0.140	+0.01	+0.551	−0.036	3.176	3.279	− 873	− 642
»	3	+0.101	+0.02	+0.642	−0.044	3.356	3.356	+1132	+1146
»	6	+0.180	+0.11	+0.809	−0.027	1.019	1.126	+ 637	+ 651
»	7	—	—	—	—	2.251	2.251	+ 826	+ 826
»	8	+0.237	−0.76	+0.814	−0.029	3.043	3.061	+ 706	+ 732
»	9	+0.256	−0.07	+0.821	−0.011	3.737	3.755	+ 660	+ 674
»	13	+0.073	−0.11	+0.781	−0.037	4.167	4.243	+ 601	+ 621
»	14	+0.182	−0.07	+0.816	−0.026	3.623	3.416	+ 952	+ 960
»	15	+0.227	−0.75	+0.822	−0.015	3.628	3.583	+ 732	+ 812
»	16	+0.254	−0.14	+0.826	−0.011	3.449	3.198	+ 726	+ 765
»	17	+0.203	−0.41	+0.813	−0.025	3.914	3.621	+ 322	+ 396
»	18	+0.160	+0.21	+0.799	−0.034	4.414	3.904	+ 278	+ 384
»	19	+0.119	+0.10	+0.793	−0.039	3.563	3.767	+ 466	+ 507
»	20	—	—	—	—	3.594	3.594	+ 578	+ 578

Data	a_0	Δa	b	c	Nadir		Log. TBγ	
	s	s	s	s	"	"		
1901 Genn. 22	+0.075	+0.13	+0.754	−0.025	4.270	4.097	+ 165	+ 143
» 23	+0.015	+0.03	+0.722	−0.039	4.063	3.933	+ 223	+ 387
» 24	−0.053	+0.03	+0.698	−0.048	4.326	4.132	+ 312	+ 322
» 27	−0.061	+0.03	+0.678	−0.031	4.082	3.923	− 134	− 104
» 28	−0.072	+0.01	+0.662	−0.011	3.795	3.708	− 709	− 647
» 29	—	—	—	—	3.913	3.913	− 933	− 933
» 31	−0.070	—	+0.643	−0.017	4.179	4.179	− 165	− 165
Febb. 3	−0.069	0.00	+0.630	−0.041	3.907	3.941	+ 148	+ 170
» 11	−0.005	—	+0.723	−0.037	3.613	3.613	+ 277	+ 277
» 14	+0.115	−0.30	+0.782	−0.032	5.178	5.478	+1353	+1331
» 17	—	—	—	—	4.580	4.580	+ 830	+ 830

Risultati delle Osservazioni. — Nella seguente Tavola II, colonna 2.ª rigo superiore, si riportano i tempi T all'orologio di Grimalde del medio dei passaggi del pianeta *Eros* ridotti al meridiano ed al rigo inferiore le medie delle distanze zenitali Z osservate dello stesso pianeta, parimenti ridotte al meridiano e corrette della refrazione. Nella colonna 3ª si riportano le correzioni ΔT dell'orologio ottenute dalle stelle d'azimut. Per mancanza di spazio in questa colonna le stelle impiegate per ottenere l'azimut col quale si è calcolata la riportata correzione dell'orologio sono indicate con lettere e numeri d'ordine (pp. 239-40). Nelle colonne successive, al rigo superiore, sono riportate le correzioni dell'orologio ottenute dalle stelle di paragone, la loro media ΔT_m alla penultima colonna ed il valore ricavato col metodo de' minimi quadrati ΔT_{mq} all'ultima; ed al rigo inferiore, in corrispondenza delle stelle di paragone, i secondi e decimali dei valori strumentali risultati per la latitudine φ ed in corrispondenza di ΔT_m quelli risultati per la latitudine media φ_m ciascuno dei quali si completa facendolo precedere da $40^0 51'$.

Tavola II.

Risultati delle osservazioni. — *Tempi dei passaggi e distanze zenitali di* Eros, *Correzioni dell' orologio e Latitudini strumentali.*

Data	EROS T e Z	ΔT ricavato dalle stelle di azimut	ΔT ricavato dalle stelle di paragone e φ					ΔT_m e φ_m	ΔT_{mq}
		A—H	1—θ Persei	2—α Persei	3—δ Persei	6—η Persei	7—μ Cass.		
1900	h m s								
Ott. 28	2 22 40 .221	$-10^{s}.423$	$-10^{s}.462$	$-10^{s}.512$	$-10^{s}.547$			$-10^{s}.507$	$-10^{s}.419$
	$-12^{0}21'52''.10$		$45''.80$	$46''.66$	$44''.83$			$45''.76$	
» 29	2 20 44 .225	—10 .334	—10 .485	—10 .354	—10 .486			—10 .442	—10 .429
			45 .30	46 .40	45 .82			45 .84	
» 31	2 17 14 .240	—10 .185	—10 .289	—10. 317	—10 .361			—10 .322	—10 .220
	—12 51 18 .79		44. 82	45 .44	45 .83			45 .36	
		B—E		4—υ Persei	5—2 Persei				
Nov. 4	2 9 25 .385	—10 .806	—11. 051	—10 .866	—11. 005	$-11^{s}.046$		—10 .992	—11 .017
	—13 18 8 .89		45. 59	46 .40	45 .35	$45''.30$		45 .66	
» 5	2 7 24 .597	—11 .333	—11 .216	—11 .183	—11 .259	—11 .317		—11 .244	—11 .220
	—13 22 21 .32		44 .98	46 .55	44 .58	45 .11		45 .30	
» 6				46 .64	45 .79			46. 22	
» 7				44 .74	45 .10			44 .92	
» 8				46 .00	45 .09			45 .55	
» 9					45 .72			45 .72	
» 12				45 .56				45 .56	
» 13				44 .57				44 .57	
» 14				45 .66			$46''.17$	45 .92	
» 16	1 45 29 .913	—12 .825	—12 .938	—12 .875		—12 .874	—12 .845	—12 .883	—12 .896
	—13 3 31 .20		45 .94	46 .04		46 .39	46 .31	46 .17	
		B—1.4.6.7							
» 19	1 40 20 .472	—13 .687	—14 .025	—13 .851		—13 .864	—13 .927	—13 .917	—13 .867
	—12 37 8 .65		44 .52	45 .06		46 .53	45 .69	45 .45	
		B—E							
» 27	1 30 13 .339	—15 .184	—15 .253		—15 .345	—15 .180	—15 .319	—15 .274	—15 .381
	—10 47 27 .67		46 .57		45 .68	46 .62	45 .58	46 .11	
» 28	1 29 23 .852				—15 .483		—15 .518	—15 .500	—
	—10 30 15 .31				46 .03		46 .70	46 .36	

DATA	EROS T e Z	ΔT ricavate dalle stelle di azimut	ΔT ricavate dalle stelle di paragone e φ					ΔT$_m$ e φ$_m$	ΔT$_{mq}$
		B—E	1—θ Persei	8—ο Cass.	5—2 Persei	6—η Persei	7—μ Cass.		
1900 Dic. 4	h m s 1 26 52 .135	—18s.345	—18s.416	—18s.425		—18s.392	—18s.465	—18s.424	—18s.426
	— 8°34′19″.76		45″.94	44″.35		45″.29	46″.45	45″.51	
» 7	1 27 6 .233	—19 .683	—19 .772	—19 .776	—19s.864		—19 .825	—19 .809	—19 .837
	— 7 29 36 .24		46 .02	45 .80	44″.99		45 .81	45 .53	
» 8				45 .70			46 .20	45 .95	
» 9	1 27 47 .718	— 20 .028	—19 .929	—20. 020	—20 .048		—20 .072	—20 .017	—19 .988
	— 6 44 26 .63		43 .68	46 .03	45 .53		45 .88	45 .28	
» 10	1 28 18 .119	—19 .934	—19 .927	—19 .950	—19 .893		—20 .027	—19 .949	—19 .914
	— 6 21 21 .15		45 .83	45 .11	44 .97		45 .68	45. 40	
» 11	1 28 54 .849	—19 .824	— 19 .880	—19 .895	—19 .844		—19 .969	—19 .987	—19 .889
	— 5 57 55 .89		45 .52	46 .00	44 .56		45 .90	45 .50	
» 12	1 29 37 .874	—19 .770	— 19 .839	—19 .906	—19 .820		—19 .895	—19 865	—19. 894
	— 5 34 13 .99		45 .48	45 .97	45 .63		46 .11	45 .80	
» 13	1 30 27 .175	—19 .779	—19 .785	—19 .796	—19 .806		—19 .930	—19 .829	—19 .790
	— 5 10 14 .24		45 .80	46 .14	45 .15		47 .03	46 .03	
» 14	1 31 22 .620	—19 .666	— 19 .721	—19 .763	—19. 785		—19 .742	—19 .753	—19 .786
	— 4 46 1. 07		45 .96	45 .49	45 .58		46 .63	45 .92	
» 15	1 32 24 .178	— 19 .662	—19 .702	—19 .726	—19 .715		—19 .810	—19 .738	—19 .722
	— 4 21 33 .90		44 .60	46 .98	44 .96		46 .34	45 .72	
					9—τ Persei				
» 16	1 33 31 .675	—19 .600	—19 .628	—19 .621	—19 .587		—19 .731	—19 .642	—19 .626
	— 3 56 55. 52		45 .76	45 .73	45 .25		46 .34	45 .76	
» 17	1 34 44 .978	— 19 .432	—19 .364	—19 .410	—19 .431		—19 .508	—19 .428	—19 .404
	— 3 32 4 .83		46 .07	47 .39	46 .07		46 .50	46 .51	
» 18	1 36 3 .849	18 .972	—18 .990	—19 .002	—19 .030		—19 .075	—19 .024	—19 .008
	— 3 7 4 .99		45 .90	45 .57	45 .64		45 .39	45 .62	
» 19	1 37 28 .588	— 18 .582	—18 .584	—18 .522	—18 .623		—18 .579	—18 .577	—18 .561
	— 2 41 55 .33		46 .17	46 .36	45 .79		46 .33	46 .16	
		E - 1.4.9.7		4—υ Persei					
» 20	1 38 58 .855	—18 .290	— 18 .316	—18 .312	—18 .285		—18 .294	—18 .302	—18 .308
	— 2 16 39 .28		46 .83	45 .53	46 .20		46 .44	46 .25	
» 21	1 40 34 .643	—17 .719	— 18 .080	—17 .993	—17 .993			—18 .022	—
	— 1 51 15 .98		44 .26	46 .27	45 .98			45 .50	

Data	EROS T e Z	ΔT ricavato dalle stelle di azimut	ΔT ricavato dalle stelle di paragone e φ					ΔT$_m$ e φ$_m$	ΔT$_{mq}$
		B—E	1—θ Persei	4—υ Persei	9—τ Persei	10-μ Andr.	7—μ Cass.		
Dic. 22	1h 42m 16s.195 — 1°25′45″.54	—17s.790	—17s.818 46″.24	—17s.827 46″.21	—17s.843 45″.63		—17s.903 47″.05	—17s.848 46″.28	—17s.868
» 25	1 47 52 .099 — 0 8 52 .36	—18 .236	—18 .292 45 .48	—18 .249 46 .54	—18 .315 45 .20	—18s.316 47″.77		—18 .293 46 .25	—18 .296
		A—E							
» 26	1 49 54 .094 + 0 16 48 .16	—18 .169	—18 .195 46 .12	—18 .200 46 .03	—18 .229 45 .14	—18 .282 45 .32		—18 .227 45 .65	—18 .228
» 29	1 56 28 .257 + 1 34 6 .52	—18 .896	—18 .852 46 .15	—18 .831 46 .54	—18 .840 45 .71	—18 .907 46 .40		—18 .857 46 .20	—18 .866
» 30	1 58 48 .371 + 1 59 54 .36	—18 .864	—18 .905 47 .73	—18 .933 45 .30	—18 .870 46 .43	—18 .935 46 .15		—18 .911 46 .40	—18 .909
1901							11-γ Andr.		
Genn. 1	2 3 41 .242 + 2 51 29 .72	—19 .242	—19 .229 46 .90	—19 .265 46 .18	—19 .262 46 .21		—19 .247 45 .37	—19 .251 46 .16	—19 .252
» 3	2 8 49 .521 + 3 43 4 .42	—19 .218	—19 .251 46 .88	—19 .256 46 .48	—19 .244			—19 .250 46 .68	—19 .248
		E-1.4.9.11							
» 6	2 16 58 .608 + 5 0 19 .20	—18 .420	—19 .033 45 .64	—19 .189 44 .94	—19 .156 45 .67		—19 .080 44 .05	—19 .115 45 .08	—19 .078
		A—F		12-β Trian.	9—τ Persei	13-γ Trian.			
» 7				44. 82		44 .12		44 .47	
» 8	2 22 41 .116 + 5 51 42 .55	—18 .908	—18 .982 45 .44	—18 .967 46 .47	—18 .956 45 .56	—19 .100 45 .42		—19 .001 45 .72	—19 .024
» 9	2 25 37 .160 + 6 17 24 .927	—19 .044	—19 .077 46 .96	—19 .136 45 .43	—19 .094 46 .61	—19 .176 45 .84		—19 .121 46 .21	—19 .125
			14-ε Ariet		15-β Persei				
» 13	2 37 50 .666 + 7 59 49 .46	—20 .222	—20 .306 45 .00	—20 .214 45 .04	—20 .232 44 .52	—20 .240 45 .40		—20 .248 44 .99	—20 .230
» 14	2 41 0 .654 + 8 25 21 .63	—20 .182	—20 .282 45 .40	—20 .260 44 .92	—20 .241 44 .07	—20 .277 45 .32		—20 .265 44 .93	—20 .252
		C—F	18-δ Ariet.				17-41 Ariet.		
» 15	2 44 12 .380 + 8 50 49 .60	—19 .962	—20 .251 46 .55	—20 .122 45 .69	—20 .190 45 .76	—20 .190 46 .09		—20 .180 46 .02	—20 .034
» 16	2 47 26 .862 + 9 16 16 .25	—19 .849	—20 .061 46 .06	—20 .085 45 .20	—20 .076 45 .11	—20 .131 45 .17		—20 .088 45 .39	—20 .043
» 17	2 50 43 .783 + 9 41 39 .34	—19 .855	—20 .019 47 .23	—20 .022 45 .12		—20 .036 45 .54	—20 .050 45 .96	—20 .032 45 .96	—19 .922

DATA	EROS T e Z	ΔT ricavate dalle stelle di azimut	di paragone e φ					ΔT_m e φ_m	ΔT_{mq}
		D. 13.17.19.20	14-ε Ariet.	19-11 Tauri	20—ζ Pers.	13-γ Trian.	17-41 Ariet.		
1901 Gen. 18	$2^h\ 54^m\ 2^s.608$ +10° 6′59″.05	−19ˢ.841		−19ˢ.990 45″.75	−20ˢ.007 46″.23	−19ˢ.985 46″.38	−19ˢ.961 46″.49	−19ˢ.986 46″.21	−20ˢ.025
		D−G							
» 19	2 57 23 .611 +10 32 17 .78	−19 .725		−19 .912 46 .71	−19 .878 46 .07	−19 .884 45 .09	−19 .920 46 .28	−19 .899 46 .04	−19 .913
» 20			45″.91			45 .02	46 .58	45 .84	
» 22	3 7 37 .939 +11 47 47 .08	−19 .305	−19ˢ.592 46″.73	−19 .602 45 .40	−19 .503 45 .56		−19 .605 47 .01	−19 .576 46 .17	−19 .620
		D—H	18—δ Arie.						
» 23	3 11 6 .410 +12 12 48 .34	−19 .068	−19 .202 46 .33	−19 .219 46 .12	−19 .200 47 .15		−19 .216 46 .06	−19 .209 46 .42	−19 .222
» 24	3 14 36 .226 +12 37 47 .34	−18 .710	−18 .817 48 .16	−18 .840 46 .62	−18 .879 45 .61		−18 .865 45 .98	−18 .850 46 .62	−18 .866
» 27	3 25 16 .384 +13 52 14 .64	−19 .331	−19 .495 47 .23	−19 .547 46 .94	−19 .537 46 .50		−19 .523 45 .96	−19 .525 46 .66	−19 .536
		D—G				16—' Ariet			
» 28	3 28 52 .348 +14 16 53 .73	−19 .796	−19 .955 47 .31	−19 .955 46 .07	−19 .968 45 .99		−19 .994 47 .15	−19 .968 46 .63	−19 .966
» 29						45 .49	45 .95	45 .72	
		H—21. 19.	21-τ′ Ariet.		23-A′ Tauri	24-ω′ Tauri	22—η Tauri		
» 31	3 39 47 .425 +15 30 32 .29	−22 .162	−22 .039 46 .64	−22 .040 47 .94				−22 .040 47 .29	—
		D—H							
Feb. 3	3 50 49 .681 +16 43 8 .97	−22 .914		−22 .883 47 .32	−22 .911 46 .18	−22 .903 46 .68	−22 .927 45 .25	−22 .906 46 .38	−22 .908
		C—G	25—γ Tauri	26—ε Tauri	27—τ Tauri		28—i Tauri		
» 11	4 20 38 .571 +19 52 36 .08	−26 .157	−26 .354 46 .31			−26 .335 45 .76		−26 .344 46 .04	—
» 14	4 31 52 .052 +21 1 34 .78	−26 .546		−26 ,748 46 .51	−26 .780 47 .66	−26 .773 45 .59	−26. 785 48 .21	−26 .771 46 .99	−26 .652
			29—α Tauri						
» 17			47 .21	47 .39				47 .30	

TAVOLA III.

Valori delle Coordinate apparenti di Eros.

TME = Tempo medio astronomico dell'Europa centrale.
E_1 ed E_2 = error medio del medio dei passaggi ai fili in α e delle puntate id δ.
O—E = differenze in α ed in δ tra il risultato delle osservazioni e l'effemeride di Eros del prof. E. Millosevich (A. N. 3660-61-62) tenuto conto dell'aberrazione, della parallasse e delle perturbazioni di Giove e Terra (A. N. 3687). Queste differenze calcolate con 3 e 2 decimali rispettivamente sono riportate con 1 decimale di meno.

DATA	TME	α	Num. dei fili	E_1	O—E	α minimi quadr.	δ	Num. delle puntate	E_2	O—E
				±			+		±	
1900	h m s	h m s		s	s	s	° ′ ″			″
Ott. 28	11 58 10	2 22 29.71	10	0.04	+0.04	29.76	53 13 37.9	1	—	+ 1.7
29	52 29	20 44.21	10	0.07	+0.18	44.16	—	—	—	—
31	40 57	17 3.92	7	0.11	+0.26	3.94	53 43 4.1	1	—	+ 4.1
Nov. 4	17 25	9 14.39	3	0.16	—0.18	14.39	54 9 54.5	1	—	+ 8.9
5	11 29	7 13.35	13	0.05	+0.16	13.36	54 14 6.6	1	—	+ 0.8
16	10 6 21	1 45 17.03	6	0.07	—0.01	17.04	53 55 17.4	2	0.7	+ 2.2
19	9 49 24	40 6.56	13	0.01	+0.01	6.57	53 28 54.1	4	0.0	+ 1.7
27	7 50	29 58.06	13	0.04	+0.09	58.01	51 39 13.8	5	0.2	+ 2.7
28	3 4	29 8.35	1	—	—0.55	—	51 22 1.7	1	—	+ 2.5
Dec. 4	8 36 54	26 33.71	13	0.02	—0.05	33.71	49 26 5.3	5	0.0	+ 1.0
7	25 19	26 46.42	13	0.03	—0.04	46.41	48 21 21.8	5	0.2	+ 1.6
9	18 9	27 27.70	12	0.03	—0.14	27.71	47 36 11.9	4	0.4	+ 0.6
10	14 43	27 58.17	11	0.07	—0.06	58.18	47 13 6.6	4	0.2	+ 1.2
11	11 24	28 34.95	11	0.02	—0.04	34.95	46 49 41.4	5	0.4	+ 0.7
12	8 11	29 18.01	11	0.02	—0.07	17.99	46 25 59.8	5	0.1	+ 1.6
13	5 4	30 7.35	13	0.03	—0.07	7.38	46 2 0.3	5	0.3	+ 0.8
14	2 4	31 2.87	13	0.03	—0.07	2.85	45 37 47.0	5	0.2	+ 1.0
15	7 59 9	32 4.44	13	0.04	—0.10	4.45	45 13 19.6	5	0.1	+ 0.7
16	56 21	33 12.03	13	0.09	—0.12	12.04	44 48 41.3	5	0.3	+ 1.7
17	53 38	34 25.55	13	0.04	—0.11	25.57	44 23 51.3	5	0.2	+ 2.1
18	51 1	35 44.83	12	0.01	—0.14	44.84	43 58 50.6	5	0.3	+ 1.4
19	48 30	37 10.01	13	0.03	+0.02	10.03	43 33 41.5	5	0.3	+ 1.0
20	46 5	38 40.55	13	0.01	—0.06	40.55	43 8 25.5	5	0.3	+ 1.5

DATA	TME	α	Num. dei fili	E_1	O—E	α minim. quadr.	δ	Num. delle puntate	E_2	O—E
				±			+		±	
1900 Dec. 21	h m s 7 43 45	h m s 1 40 16.62	13	0.05	s —0.11	—	° ′ ″ 42 43 1.5	5	0.2	″ + 0.8
22	41 30	41 58.35	5	0.04	+0.10	s 58.33	42 17 31.8	2	0.1	0.0
25	35 17	47 33.81	13	0.05	—0.16	33.80	41 0 38.6	1	—	— 1.3
26	33 23	49 35.87	13	0.04	+0.05	35.87	40 34 57.5	4	0.1	+ 0.7
29	28 7	56 9.40	12	0.06	+0.03	9.39	39 17 39.7	4	0.1	+ 0.7
30	26 31	58 29.46	13	0.04	+0.04	29.46	38 51 52.0	5	0.2	+ 0.4
1901 Gen. 1	7 23 31	2 3 21.99	13	0.02	+0.04	21.99	38 0 16.4	1	—	— 0.3
3	20 47	8 30.27	13	0.05	+0.08	30.27	37 8 42.3	1	—	— 1.4
6	17 7	16 39.49	5	0.07	+0.06	39.54	35 51 25.9	1	—	— 3.4
8	14 57	22 22.12	13	0.05	+0.05	22.00	35 0 3.2	5	0.5	— 1.4
9	13 56	25 18.04	13	0.04	+0.02	18.03	34 34 21.3	5	0.1	— 2.9
13	10 23	37 30.42	4	0.14	+0.03	30.42	32 51 55.5	1	—	— 4.1
14	9 37	40 40.39	5	0.07	+0.30	40.39	32 26 23.3	2	0.1	— 5.3
15	8 52	43 52.20	12	0.05	—0.06	52.21	32 0 56.4	7	0.2	— 3.7
16	8 10	47 6.77	7	0.16	—0.03	6.79	31 35 29.1	3	0.4	— 5.2
17	7 31	50 23.75	13	0.06	+0.12	23.78	31 10 6.6	6	0.3	— 4.7
18	6 53	53 42.62	8	0.06	—0.01	42.63	30 44 47.2	5	0.5	— 4.0
19	6 18	57 3.71	11	0.03	—0.02	3.72	30 19 28.3	5	0.3	— 5.9
22	4 43	3 7 18.36	5	0.12	—0.32	18.35	29 3 59.1	2	0.1	— 5.3
23	4 15	10 47.20	12	0.04	—0.04	47.20	28 38 58.1	6	0.7	— 4.1
24	3 49	14 17.38	13	0.03	—0.05	17.37	28 13 59.3	7	0.4	— 4.9
27	2 39	24 56.86	12	0.05	+0.11	56.86	26 59 32.0	6	0.3	— 4.5
28	2 18	28 32.38	9	0.06	—0.06	32.39	26 34 52.9	4	1.3	— 3.7
31	1 22	39 25.39	1	—	—0.46	—	25 21 15.0	1	—	—11.2
Feb. 3	0 33	50 26.78	7	0.22	—0.09	26.77	24 8 37.4	3	0.1	— 6.1
11	6 58 47	4 20 12.23	4	0.22	+0.22	—	20 59 10.0	2	0.1	— 9.8
14	58 10	31 25.28	11	0.09	—0.26	25.29	19 50 12.2	3	0.2	— 7.0

Capodimonte 31 Ottobre 1903.

Osservazioni Meteoriche

FATTE NEL R. OSSERVATORIO DI CAPODIMONTE

Agosto 1903

Latitudine. . 40°52′N.
Longitudine . 14 15 E. da Greenwich.
Altitudine. . 149^m sul mare.

Giorni del mese	Pressione a 0° millimetri: 700 +				Temperatura centigrada						Umidità assoluta in mm.				Umidità relativa in cent.				Quantità delle nubi			Vento – Direzione			Vento – Velocità oraria in chilom.			Pioggia nelle 24 ore in mill.	Evaporazione nelle 24 ore in mill.
	9h	15h	21h	Medio diurno	9h	15h	21h	Min.	Mass.	Medio diurno	9h	15h	21h	Medio diurno	9h	15h	21h	Medio diurno	9h	15h	21h	9h	15h	21h	9h	15h	21h		
1	49.9	49.8	51.4	50.37	21.8	25.9	21.2	18.5	26.3	21.95	12.4	13.6	13.1	13.03	64	55	70	63.0	2	0	0	W	WSW	W	0	6	0	—	3.2
2	52.5	51.0	50.9	51.47	24.9	28.0	21.5	20.1	28.2	23.67	8.6	10.8	13.4	10.93	36	39	71	48.7	0	0	0	NE	SW	W	0	3	0	—	4.0
3	49.2	48.1	47.9	48.40	24.4	26.2	20.8	19.8	27.8	23.20	14.0	12.6	14.6	13.73	62	50	80	64.0	0	0	0	SE	WSW	W	0	14	0	—	4.7
4	48.3	47.1	48.4	47.93	23.0	26.2	21.3	19.8	26.4	22.63	15.5	15.5	15.3	15.43	74	61	81	72.0	9	0	0	S	SW	W	0	5	0	—	3.1
5	51.2	51.4	51.8	51.47	25.6	30.8	25.7	21.0	30.8	25.77	12.3	10.6	11.4	11.43	50	32	47	43.0	0	0	0	E	SE	W	1	0	3	—	2.9
6	52.3	51.9	52.0	52.07	26.1	28.3	23.0	22.0	29.2	25.08	13.3	12.8	15.0	13.70	54	45	72	57.0	0	0	0	E	WSW	W	0	2	0	—	6.4
7	50.9	49.7	49.9	50.17	24.4	29.1	22.9	20.8	29.6	24.42	17.1	16.2	13.8	15.70	76	54	66	65.3	0	0	0	SW	W	W	0	3	0	—	3.2
8	49.5	48.6	49.4	49.17	25.0	29.1	23.7	20.1	29.8	24.65	17.5	13.3	13.8	14.87	74	45	63	60.7	3	0	0	W	WNW	W	0	2	0	—	3.0
9	49.7	48.7	48.7	49.03	26.0	31.4	24.2	21.1	31.4	25.68	17.8	16.3	13.8	15.97	72	48	62	60.7	0	0	0	SE	S	NE	0	0	0	—	3.1
10	48.6	48.0	48.2	48.27	25.4	29.5	22.4	20.7	29.7	24.55	16.5	17.8	14.9	16.40	69	58	74	67.0	0	0	0	NE	S	SW	0	1	0	—	2.4
11	49.1	48.9	49.7	49.23	25.8	30.7	24.6	21.0	30.7	25.52	18.6	14.3	14.6	15.83	76	44	63	61.0	0	0	0	SE	NW	W	0	0	0	—	2.7
12	50.5	49.9	50.0	50.13	26.2	30.9	24.3	21.8	31.1	25.85	18.0	17.0	14.9	16.63	72	51	66	63.0	0	0	0	N	S	NW	0	0	0	—	3.5
13	50.2	49.2	49.1	49.50	26.5	30.4	24.5	21.5	31.2	25.93	17.4	17.8	14.1	16.43	68	55	62	61.7	0	0	0	NE	S	W	0	0	0	—	3.0
14	48.3	47.2	47.1	47.53	26.2	30.4	24.5	21.1	30.6	25.60	17.4	17.7	14.8	16.63	69	54	65	62.7	0	0	0	NE	SW	W	0	2	0	—	3.0
15	47.2	46.6	46.8	46.87	25.9	28.8	23.8	21.1	29.7	25.12	17.3	19.6	17.8	18.23	70	66	81	72.3	0	0	0	W	SW	SW	0	0	0	—	2.5
16	47.7	48.1	48.8	48.20	26.0	28.0	22.4	22.2	28.6	24.80	17.4	16.5	15.9	16.60	70	59	79	69.3	3	2	0	SW	SW	W	0	1	0	—	2.3
17	47.5	46.5	46.9	46.97	23.7	26.7	21.3	21.0	27.1	23.28	15.1	13.1	13.2	13.80	70	50	70	63.3	7	0	0	W	SW	W	0	2	0	—	3.0
18	47.4	47.6	48.5	47.83	24.6	26.8	21.6	19.0	27.1	23.07	14.4	14.9	14.1	14.47	63	57	74	64.7	0	0	0	SE	SW	W	0	1	0	—	3.7
19	47.1	46.9	46.6	46.87	23.9	25.7	22.5	19.0	26.3	22.93	15.2	14.4	15.3	14.97	69	59	76	68.0	0	0	2	SE	S	S	0	1	0	—	2.7
20	46.0	46.8	49.8	47.53	23.2	26.7	21.1	21.0	27.7	23.25	13.9	12.3	6.5	10.90	66	47	35	49.3	0	2	0	W	W	NE	1	9	0	—	3.4
21	51.1	50.4	50.7	50.73	23.2	27.1	22.0	17.7	27.7	22.65	7.7	10.1	8.7	8.83	36	38	44	39.3	0	0	0	NE	SW	NW	0	4	0	—	6.0
22	50.8	49.8	50.5	50.37	23.5	29.0	22.2	19.3	29.4	23.60	13.4	11.7	8.6	11.23	62	39	43	48.0	0	0	0	N	SW	W	0	2	0	—	4.8
23	51.7	51.5	51.6	51.60	24.6	29.6	23.1	20.0	29.7	24.35	9.5	10.0	14.5	11.33	42	32	69	47.7	0	0	0	NW	SW	W	0	0	0	—	4.5
24	51.9	51.5	51.6	51.67	23.7	28.4	22.5	20.4	28.8	23.85	15.1	10.9	16.7	14.23	70	38	83	63.7	0	0	0	NE	SW	SW	0	0	0	—	4.7
25	51.0	50.3	50.4	50.57	24.3	28.6	23.0	18.9	28.7	23.72	17.0	13.4	17.3	15.90	76	46	83	68.3	0	0	0	N	S	SW	0	0	0	—	2.3
26	55.8	50.5	52.0	52.77	26.0	32.3	24.1	21.2	32.3	25.90	18.1	14.4	18.2	16.90	73	40	82	65.0	0	0	0	NNE	SW	SE	0	0	0	—	2.1
27	52.6	51.6	52.2	52.13	25.2	29.5	23.2	20.7	30.3	24.85	16.1	12.9	13.0	14.10	69	42	61	57.3	0	0	0	E	SW	NW	0	2	0	—	2.9
28	52.2	51.2	51.3	51.57	25.1	27.7	23.4	20.8	28.5	24.45	12.3	16.0	15.3	14.53	52	58	72	60.7	0	3	0	N	SW	WSW	0	2	1	—	3.2
29	50.9	49.7	49.5	50.03	25.2	28.4	23.2	21.2	28.6	24.55	17.7	17.2	14.9	16.60	74	60	71	63.3	0	0	0	S	SW	SW	0	0	0	—	3.0
30	48.7	48.0	48.7	48.47	25.0	27.3	22.2	20.6	27.3	23.78	10.9	13.6	14.4	12.97	47	50	72	56.3	0	3	0	S	SW	W	0	1	1	—	2.6
31	50.6	50.9	52.3	51.27	26.4	30.8	24.9	21.4	30.9	25.90	11.5	12.1	6.7	10.10	46	37	29	37.3	0	0	0	E	E	NE	0	0	0	—	5.1
Medi meus	50.01	49.27	49.76	49.68	24.86	28.01	22.94	20.48	29.08	24.34	14.82	14.17	13.83	14.27	63.6	48.7	66.6	59.6	0.8	0.3	0.1							somma 0.0	somma 107.0

Osservazioni Meteoriche

FATTE NEL R. OSSERVATORIO DI CAPODIMONTE

Latitudine. . 40°52' N.
Longitudine . 14 15 E. da Greenwich.
Altitudine. . 149^{m} sul mare

Settembre 1903

Giorni del mese	Pressione a 0° millimetri: 700 +				Temperatura centigrada						Umidità assoluta in mm.				Umidità relativa in cent.				Quantità delle nubi			Vento – Direzione			Vento – Velocità oraria in chilom.			Pioggia nelle 24 ore in mill	Evaporazione nelle 24 ore in mill.
	9^h	15^h	21^h	Medio diurno	9^h	15^h	21^h	Min.	Mass.	Medio diurno	9^h	15^h	21^h	Medio diurno	9^h	15^h	21^h	Medio diurno	9^h	15^h	21^h	9^h	15^h	21^h	9^h	15^h	21^h		
1	54.3	53.6	54.1	54.00	26.9	29.6	24.9	22.1	31.0	26.22	6.6	10.5	8.8	8.63	25	34	38	32.3	0	0	0	E	SW	W	0	3	1	—	9.4
2	53.8	52.0	52.2	52.67	27.3	31.1	25.4	22.8	31.3	26.70	6.9	9.4	7.1	7.80	26	28	29	27.7	0	0	0	NE	SW	W	0	0	1	—	7.2
3	51.0	50.7	50.6	50.77	28.3	32.7	26.7	22.6	32.8	27.60	7.2	9.1	8.2	8.17	25	25	32	27.3	0	0	0	E	SW	NE	0	0	0	—	6.4
4	51.2	50.3	51.6	51.03	26.9	28.2	23.8	23.4	29.7	25.95	11.0	14.2	17.8	14.33	42	51	81	58.0	0	0	0	NE	SW	S	0	5	0	—	7.9
5	52.2	51.2	51.9	51.77	24.6	27.4	23.2	20.7	27.7	24.05	13.4	14.2	17.3	14.97	58	53	82	64.3	0	0	0	SE	SW	SW	0	2	0	—	3.5
6	51.2	49.8	50.4	50.47	26.3	28.8	22.7	21.2	28.8	24.75	12.7	13.7	13.3	13.23	50	47	65	54.0	0	0	0	W	SW	WNW	0	2	0	—	3.0
7	50.1	48.7	50.1	49.63	24.0	28.7	23.2	20.7	30.0	24.48	15.4	11.2	15.4	14.00	70	38	73	60.3	0	0	0	N	WSW	WSW	0	9	0	—	3.8
8	50.5	49.6	50.2	50.10	25.6	29.8	23.4	20.8	30.4	25.05	9.5	11.5	12.4	11.13	40	37	58	45.0	0	0	0	NW	WSW	W	0	5	0	—	5.0
9	51.4	50.7	50.6	50.90	24.9	28.8	22.3	20.3	28.8	24.07	17.6	11.8	16.0	15.13	76	40	80	65.3	0	0	0	SE	SW	SW	0	1	0	—	4.1
10	48.3	46.8	46.5	47.20	23.7	24.8	20.9	21.0	24.8	22.60	17.0	15.1	14.7	15.60	79	65	80	74.7	10	2	0	SE	WSW	WSW	0	3	0	10.3	2.4
11	45.0	44.3	43.8	44.37	22.7	24.2	21.6	19.8	25.2	22.33	12.5	12.0	13.5	12.67	61	54	71	62.0	3	4	0	SW	WSW	SW	3	10	2	—	2.0
12	41.3	44.5	45.1	41.63	24.6	26.2	22.3	21.2	26.7	23.70	18.1	16.9	14.6	16.53	79	67	73	73.0	8	0	0	E	SSW	NE	0	3	0	—	3.4
13	15.4	44.1	44.2	44.57	28.3	29.1	27.7	22.4	30.2	27.15	14.7	14.7	15.6	15.00	52	50	57	53.0	9	9	10	SW	S	WSW	1	1	2	—	5.5
14	46.5	46.9	47.4	46.93	24.2	25.3	21.7	21.4	27.7	23.75	15.1	12.3	13.1	13.50	68	52	68	62.7	5	2	0	S	SW	SW	0	1	0	—	4.8
15	48.1	48.6	48.4	48.37	21.2	22.6	20.2	19.7	23.1	21.05	10.7	9.7	9.7	10.03	57	48	55	53.3	4	3	9	SW	SW	SW	1	3	1	1.1	3.9
16	50.7	50.7	52.4	51.27	18.7	19.9	13.9	13.8	21.2	16.90	11.2	8.3	9.8	9.77	70	48	84	67.3	10	9	0	ENE	SW	N	0	0	0	3.0	3.5
17	52.7	52.0	51.6	52.10	13.5	18.8	15.7	13.1	19.4	15.42	8.9	9.3	10.5	9.57	77	57	79	71.0	10	6	10	WNW	W	WSW	3	2	9	1.5	1.8
18	50.6	50.0	50.8	50.47	1[illegible].9	20.0	16.0	14.1	20.7	17.18	9.9	8.8	8.9	9.20	65	51	65	60.3	0	0	0	NE	WSW	W	0	4	0	0.2	1.5
19	51.5	51.3	51.7	51.50	19.4	21.4	17.3	14.7	21.5	18.22	10.0	10.8	9.6	10.13	60	57	66	61.0	5	3	0	NW	S	N	0	0	0	—	2.1
20	52.3	50.7	51.1	51.37	15.9	20.9	16.5	15.6	21.2	17.30	11.0	11.7	10.7	11.13	82	65	76	74.3	10	3	0	N	SW	W	0	0	1	2.6	2.2
21	50.8	49.5	52.8	51.03	18.6	22.5	18.7	14.5	23.0	18.70	9.2	8.6	8.6	8.80	58	43	54	51.7	0	9	10	NE	ENE	E	0	0	0	—	1.8
22	52.8	52.7	56.6	54.03	18.3	23.4	19.2	16.4	23.7	19.40	9.7	9.2	10.4	9.77	62	43	63	56.0	10	3	10	N	E	NW	0	0	0	—	3.5
23	55.2	54.9	58.2	56.10	20.9	23.9	21.5	19.6	24.2	21.55	9.4	12.2	11.7	11.10	51	56	62	56.3	5	6	10	NE	S	S	0	1	0	—	3.6
24	56.0	55.2	56.2	55.80	20.2	24.5	18.4	17.3	24.5	20.10	9.4	10.6	8.9	9.63	54	47	57	52.7	6	2	0	NE	S	N	0	0	0	—	3.2
25	57.7	57.0	57.9	57.53	19.5	23.4	18.7	16.1	23.7	19.50	8.6	9.8	11.9	10.10	51	45	74	56.7	0	0	0	N	SW	W	0	0	0	—	3.6
26	58.3	56.4	56.2	56.97	19.7	22.8	18.2	17.0	22.8	19.43	10.1	12.0	11.8	11.30	59	58	75	64.0	3	0	0	WNW	SW	NE	0	0	0	—	2.4
27	54.9	53.4	53.5	53.93	20.2	23.3	18.3	16.5	24.2	19.80	11.7	10.9	13.2	11.93	66	51	84	67.0	0	0	0	N	SW	W	0	0	0	—	2.2
28	52.9	51.7	52.2	52.27	19.7	24.2	18.9	16.9	24.7	20.05	12.8	12.0	11.9	12.23	75	54	74	67.7	0	0	0	NW	W	W	0	0	0	—	2.6
29	52.5	51.3	52.5	52.10	21.4	24.4	19.4	17.7	25.0	20.87	10.2	10.4	11.6	10.73	54	46	69	56.3	0	0	0	NW	SW	W	0	0	0	—	3.0
30	53.0	51.7	52.6	52.43	21.2	26.0	20.3	17.7	26.0	21.30	9.1	10.0	11.2	10.10	49	41	63	51.0	0	0	0	N	SE	W	0	0	0	—	3.0
Medi mens	51.51	50.68	51.45	51.21	22.15	25.56	20.70	18.70	25.80	21.84	11.32	11.36	11.94	11.54	58.0	48.4	66.2	57.5	3.3	2.6	2.0							somma 18.7	somma 112.3

Osservazioni Meteoriche

FATTE NEL R. OSSERVATORIO DI CAPODIMONTE

Ottobre 1903

Latitudine. . 40°52′N.
Longitudine . 14 15 E. da Greenwich.
Altitudine. . 149^m sul mare.

Giorni del mese	Pressione a 0° millimetri: 700 +				Temperatura centigrada						Umidità assoluta in mm.				Umidità relativa in cent.				Quantità delle nubi			Vento Direzione			Vento Velocità oraria in chilom.			Pioggia nelle 24 ore in mill.	Evaporazione nelle 24 ore in mill.
	9h	15h	21h	Medio diurno	9h	15h	21h	Min.	Mass.	Medio diurno	9h	15h	21h	Medio diurno	9h	15h	21h	Medio diurno	9h	15h	21h	9h	15h	21h	9h	15h	21h		
1	52.2	51.0	51.3	51.50	21.0	23.6	20.1	18.7	25.0	21.20	10.8	11.9	14.1	12.27	58	55	81	64.7	0	10	3	N	SW	N	0	2	0	—	2.2
2	51.5	50.2	50.9	50.87	21.5	23.9	19.2	18.3	24.3	20.82	13.7	10.1	13.8	12.53	72	46	84	67.3	2	0	0	NW	W	W	0	1	0	—	2.0
3	51.6	50.8	51.6	51.33	20.3	22.8	19.3	17.3	23.6	20.13	13.2	14.7	13.8	13.90	74	71	83	76.0	6	3	3	W	SW	SW	0	2	0	—	1.8
4	51.9	51.5	52.6	52.00	19.9	21.9	20.1	16.1	22.2	19.57	12.6	15.2	15.2	14.33	73	78	87	79.3	6	2	4	NW	S	SE	0	0	0	14.6	1.6
5	53.9	53.4	54.8	54.03	20.7	22.5	18.7	18.2	23.1	20.18	13.7	14.2	13.7	13.87	70	70	86	77.3	2	1	0	W	W	W	0	3	0	—	1.1
6	55.3	54.3	54.0	54.53	20.8	21.7	19.3	17.6	22.7	20.10	14.4	12.9	14.1	13.80	79	67	85	77.0	7	9	2	S	W	WSW	0	1	0	—	1.3
7	53.6	52.3	52.8	52.90	20.1	23.2	18.5	17.0	24.0	19.9[illegible]	14.4	13.9	13.5	13.93	83	66	85	78.0	6	0	0	S	W	W	0	1	0	—	1.2
8	51.7	50.2	50.0	50.63	18.8	22.9	18.0	16.9	23.2	19.22	13.5	14.8	13.5	13.93	84	71	88	81.0	2	0	0	N	SW	NW	0	1	0	—	1.2
9	48.6	46.8	46.4	47.27	18.7	21.7	19.4	17.0	21.8	19.23	13.4	13.1	12.9	13.13	84	68	77	76.3	10	3	9	N	SE	SW	0	0	0	—	1.2
10	43.2	42.4	42.3	42.63	19.5	18.3	15.0	13.8	20.4	17.17	11.8	9.0	9.3	10.03	70	58	73	67.0	10	4	5	W	WSW	WSW	6	30	8	53.1	1.4
11	45.9	46.4	49.1	47.13	15.4	19.1	16.4	11.9	19.2	15.73	6.5	6.9	8.8	7.40	50	43	64	52.3	0	0	0	NW	W	W	0	1	11	—	4.0
12	49.4	48.8	48.1	48.77	17.4	18.9	18.7	14.0	20.1	17.55	10.4	11.9	12.6	11.63	70	74	79	74.3	4	7	10	NW	NE	W	0	0	0	—	2.4
13	46.7	46.1	47.6	46.80	20.1	20.7	19.5	18.4	21.4	19.85	13.6	14.5	14.8	14.30	78	80	88	82.0	8	6	0	S	E	W	0	0	1	—	1.4
14	50.6	50.8	52.4	51.27	19.7	23.3	19.2	16.1	23.3	19.57	13.7	13.7	13.1	13.50	80	65	79	74.7	1	0	4	N	SW	W	0	1	0	—	1.5
15	53.4	52.8	54.0	53.40	19.0	21.8	18.0	16.4	21.8	18.80	13.5	12.6	13.1	13.07	83	65	85	77.7	1	0	0	W	S	SW	0	0	0	—	1.3
16	54.9	54.0	53.1	54.00	18.9	20.7	17.9	16.4	21.4	18.65	12.9	12.9	12.7	12.83	80	72	83	78.3	3	1	3	S	SW	SW	0	1	0	0.6	1.1
17	49.6	46.5	44.8	46.97	19.2	20.5	18.8	16.5	20.7	18.80	13.8	16.3	11.8	13.97	84	91	73	82.7	10	7	6	S	SW	W	0	11	7	0.4	1.2
18	41.8	40.9	43.8	42.17	15.4	18.1	12.8	12.0	19.2	14.85	7.6	6.3	4.0	5.97	59	41	36	45.3	10	7	0	W	WSW	N	0	15	0	0.4	2.6
19	44.7	45.2	47.6	45.83	14.5	12.3	10.2	10.2	17.3	13.05	5.6	7.4	5.3	6.10	46	70	58	58.0	0	10	0	NW	NNE	E	0	2	1	4.4	3.8
20	51.3	52.0	53.5	52.27	12.1	14.8	11.2	8.1	15.0	11.60	5.8	5.4	7.2	6.13	55	44	73	57.3	0	2	0	NE	E	NW	0	0	0	0.8	2.2
21	55.0	54.5	54.9	54.80	12.9	16.8	13.3	9.7	17.0	13.22	7.0	5.4	6.2	6.20	64	38	54	52.0	0	0	0	N	W	SW	0	3	0	—	2.1
22	54.5	53.1	51.0	52.87	15.4	16.5	17.2	12.0	17.2	15.45	7.0	9.0	10.1	8.70	54	65	69	62.7	0	9	10	W	SE	ESE	0	1	4	—	2.2
23	48.3	47.4	47.0	47.57	14.8	17.9	15.4	14.6	18.2	15.75	12.0	12.2	10.7	11.63	96	80	82	86.0	10	8	0	SW	WSW	SW	18	14	0	24.5	1.8
24	45.0	44.0	46.5	45.17	15.4	15.0	11.9	12.3	16.7	14.08	9.0	8.6	7.4	8.33	69	68	72	69.7	5	10	0	SW	WSW	W	8	13	5	10.1	1.0
25	50.7	50.5	51.1	50.77	13.7	16.8	12.5	10.8	16.8	13.45	6.7	7.1	6.7	6.83	57	50	62	56.3	0	0	0	E	N	E	0	1	0	—	2.6
26	51.5	50.8	51.1	51.13	12.8	16.6	12.6	10.3	16.8	13.12	6.9	7.5	7.8	7.40	62	54	72	62.7	0	0	0	N	S	NNE	0	1	2	—	2.6
27	50.7	49.8	49.7	50.07	14.9	17.4	15.2	11.0	17.8	14.73	8.7	7.8	7.1	7.87	69	53	55	59.0	0	2	4	E	W	SW	0	1	3	—	2.0
28	48.4	47.7	47.2	47.77	13.7	12.9	16.5	12.5	17.1	14.95	6.3	10.2	8.8	8.43	54	93	63	70.0	10	10	5	N	E	N	3	1	1	2.3	2.6
29	46.4	44.3	43.2	44.63	18.0	21.7	21.2	14.6	22.2	19.00	7.2	9.3	7.8	8.10	47	48	42	45.7	10	5	10	N	SW	ESE	5	3	7	—	2.4
30	41.8	40.3	40.3	40.80	20.0	15.1	14.8	13.5	21.7	17.50	11.4	11.9	10.9	11.40	66	93	87	82.0	8	10	6	E	WSW	E	4	12	0	18.6	4.1
31	41.9	42.2	43.8	42.63	16.6	19.2	15.3	14.6	19.2	16.42	9.7	10.6	10.4	10.23	69	63	81	71.0	9	9	8	ESE	W	NE	12	1	0	0.4	1.7
Medi mens	49.55	48.74	49.24	49.18	17.46	19.31	16.65	14.41	20.34	17.21	10.54	10.88	10.68	10.68	69.2	64.5	73.7	69.1	4.5	4.4	3.0							somma 120.5	somma 62.6

Osservazioni Meteoriche

FATTE NEL R. OSSERVATORIO DI CAPODIMONTE

Novembre 1903

Latitudine. . 40°52′ N.
Longitudine . 14 15 E. da Greenwich.
Altitudine. . 149m sul mare

Giorni del mese	Pressione a 0° millimetri: 700 +				Temperatura centigrada						Umidità assoluta in mm.				Umidità relativa in cent.				Quantità delle nubi			Vento Direzione			Vento Velocità oraria in chilom.			Pioggia nelle 24 ore in mill	Evaporazione nelle 24 ore in mill.
	9h	15h	21h	Medio diurno	9h	15h	21h	Min.	Mass.	Medio diurno	9h	15h	21h	Medio diurno	9h	15h	21h	Medio diurno	9h	15h	21h	9h	15h	21h	9h	15h	21h		
1	42.3	43.7	47.8	44.60	17.0	13.7	16.3	13.5	19.1	16.47	10.9	9.7	10.9	10.50	76	83	79	79.3	8	9	6	NNE	ESE	ESE	3	14	22	3.9	1.7
2	49.6	49.4	49.9	49.63	15.6	17.4	14.5	14.2	18.9	15.80	7.6	9.0	8.0	8.20	58	61	65	61.3	4	10	4	N	NE	N	2	0	6	7.9	2.5
3	50.4	49.7	50.5	50.20	15.3	18.8	15.3	13.0	19.2	15.70	9.1	8.7	9.1	8.97	70	54	70	64.7	8	1	4	NE	E	ENE	4	7	6	—	2.4
4	50.9	50.1	51.3	50.77	16.1	19.3	14.8	13.2	19.3	15.85	9.2	9.1	8.8	9.03	67	55	70	64.0	10	3	0	NE	E	NE	7	3	5	—	3.4
5	51.6	51.1	52.6	51.77	15.5	18.4	14.0	12.5	**19.7**	15.43	8.6	9.2	8.9	8.90	65	59	75	66.3	0	0	0	NE	NE	N	4	2	5	—	2.4
6	54.2	53.6	54.3	54.03	15.0	17.3	13.1	12.1	17.7	14.47	7.9	8.0	7.0	7.63	62	55	63	60.0	0	0	0	NE	NE	NE	4	6	5	—	2.3
7	54.3	53.3	54.5	54.03	13.1	15.1	12.2	10.7	15.7	12.93	6.9	6.6	6.0	6.50	62	51	56	56.3	0	0	0	NE	NE	NE	2	6	2	—	3.0
8	55.3	55.0	56.2	55.50	12.5	14.2	10.5	10.2	14.5	11.92	5.3	4.6	5.4	5.10	49	38	57	48.0	0	0	0	NNE	NNE	NE	3	10	1	—	3.4
9	55.0	53.1	53.3	53.80	11.2	14.7	10.7	8.9	14.9	11.43	5.7	6.4	6.2	6.10	58	52	64	58.0	0	0	0	NW	NNW	NW	2	4	5	—	3.1
10	52.4	51.0	51.4	51.60	10.4	14.3	10.9	8.6	14.7	11.15	5.9	7.4	6.6	6.63	63	61	69	64.3	0	0	0	NE	SSW	NE	1	0	0	—	2.2
11	50.6	49.1	49.5	49.73	10.8	14.1	11.8	8.8	14.2	11.40	6.6	8.3	7.8	7.57	69	69	76	71.3	10	3	0	NE	SW	N	1	0	1	—	1.4
12	50.7	50.8	53.1	51.53	10.5	12.6	9.0	8.6	13.0	10.27	5.6	3.4	3.6	4.20	59	**31**	44	44.7	1	0	0	NE	E	N	3	5	1	—	1.1
13	56.5	55.6	55.6	55.90	9.3	13.2	10.3	6.9	13.8	10.08	4.4	4.4	6.1	4.97	50	39	65	51.3	0	0	0	NE	W	N	5	7	0	—	3.2
14	55.5	54.1	54.1	54.57	11.5	14.7	11.9	9.2	15.0	11.90	6.7	7.1	7.8	7.20	66	56	75	65.7	0	0	1	N	WSW	N	0	5	0	—	1.7
15	52.3	50.6	49.9	50.93	12.7	14.7	12.5	11.1	16.1	13.10	9.3	8.1	9.6	9.00	86	64	90	80.0	5	8	10	SE	NE	SW	0	2	0	2.8	0.9
16	48.7	48.2	48.8	48.57	13.9	14.7	14.3	12.0	16.9	14.27	10.0	10.5	9.7	10.07	85	85	81	83.7	5	9	3	WSW	WSW	S	2	9	0	1.8	1.0
17	48.2	46.7	45.9	46.93	14.3	16.5	15.6	12.7	18.2	15.20	9.8	10.1	9.8	9.90	82	72	75	76.3	7	3	3	S	NE	SE	0	4	3	3.4	0.7
18	45.3	43.6	44.0	44.30	16.1	14.5	13.0	12.0	16.8	14.48	**12.0**	9.2	9.5	10.23	88	75	86	83.0	10	10	0	SW	SW	SW	3	10	1	1.4	1.1
19	46.4	46.5	48.3	47.07	11.7	14.0	13.2	11.8	15.5	13.05	9.6	11.1	8.5	9.73	95	94	75	88.0	10	9	8	E	WSW	SW	0	9	6	29.3	1.3
20	44.4	45.7	48.1	46.07	9.6	11.0	10.0	9.2	13.2	10.50	8.3	8.6	8.2	8.37	94	87	89	90.0	10	10	3	N	W	SW	11	1	0	10.5	0.8
21	48.6	47.5	47.7	47.93	8.0	11.8	8.9	6.8	12.7	9.10	6.1	7.6	7.7	7.13	76	74	91	80.3	3	1	0	N	ENE	SE	1	0	0	3.7	0.5
22	44.9	44.9	50.1	46.63	8.9	12.6	9.0	8.4	13.2	9.87	7.8	8.4	5.6	7.27	92	78	66	78.7	10	0	0	NW	E	NE	2	0	2	0.7	0.8
23	57.3	59.0	60.7	59.00	8.2	13.7	10.5	7.1	13.8	9.90	3.8	6.3	5.4	5.17	48	54	57	53.0	0	0	0	N	SSW	NE	1	0	0	—	1.4
24	**61.9**	60.4	59.7	60.67	11.7	14.5	12.1	9.0	14.7	11.88	7.2	8.2	8.8	8.07	70	66	84	73.3	0	0	8	SW	WSW	SW	0	4	0	—	1.4
25	56.3	52.8	50.5	53.20	12.0	13.9	12.0	10.7	14.8	12.37	8.2	8.8	6.7	8.57	79	75	84	79.3	0	10	0	S	WSW	SW	0	5	1	—	0.8
26	46.2	41.7	45.8	45.57	10.0	13.8	11.1	10.5	13.9	11.60	9.5	9.8	7.3	8.87	**98**	84	74	85.3	10	1	0	E	SE	N	0	1	0	13.2	1.0
27	46.8	47.3	49.7	47.93	9.5	12.9	8.4	8.2	13.0	9.78	6.8	4.4	4.7	5.30	76	39	57	57.3	0	0	0	NNW	N	ENE	3	0	5	—	0.9
28	47.2	42.9	39.4	43.17	9.9	12.7	11.8	**6.0**	13.6	10.32	5.4	7.5	8.3	7.07	59	69	81	69.7	2	9	10	E	SW	SW	0	10	22	1.4	2.2
29	34.8	29.4	29.0	31.07	10.6	13.3	14.0	9.9	14.0	12.13	9.0	10.2	8.2	9.13	95	90	69	84.7	10	10	10	SE	WNW	SW	1	14	35	45.2	1.5
30	30.3	**27.5**	28.0	28.60	11.7	13.0	12.5	9.8	15.1	12.27	7.9	9.5	9.6	9.00	78	86	90	84.7	10	10	10	SW	WSW	WSW	3	11	16	13.2	2.3
Medi mens	49.63	48.58	49.32	49.18	12.12	14.51	12.14	10.19	15.51	12.49	7.70	8.01	7.73	7.81	72.5	65.2	72.6	70.1	4.1	3.9	2.7							somma 138.4	somma 52.4

CATALOGO

DELLE PUBBLICAZIONI PERVENUTE ALL'ACCADEMIA

dal 12 Luglio al 21 Novembre 1903

PUBBLICAZIONI ITALIANE

Catania — *Accademia Gioenia di scienze naturali* — Bollettino delle sedute, fasc. 77-78 — 1903.

Società degli spettroscopisti italiani—Memorie, vol. XXXII, disp. 6ª-10ª— 1903.

Firenze — *Rivista scientifico-industriale* — Anno XXXV, n. 13-19 — 1903.

Bilioteca nazionale centrale — Bollettino delle pubblicazioni italiane, n. 31-34 — 1903.

R. Istituto di studi superiori pratici e di perfezionamento — Sezione di scienze fisiche e naturali; R. Osservatorio di Arcetri, fasc. n. 17 — 1903.

Le opere di Galileo Galilei — Volume XIII — 1903.

Genova — *Rivista ligure di scienze, lettere ed arti*—Anno XXV, fasc. IV-V— 1903.

Società ligustica di scienze naturali e geografiche—Atti, vol. XIV, n. 3— 1903.

Jesi — *Giornale di agricoltura* — Anno LXIV, n. 7-11 — 1903.

Livorno — *Periodico di matematica per l'insegnamento secondario* — Volume I, fasc. I-II; Supplemento, anno VII, fasc. I — 1903.

Messina — *R. Accademia Peloritana* — Atti, anno XVII (1902-1903).

Milano — *Società italiana di Scienze naturali e del Museo civico di storia naturale* — Atti, vol. XLII, fasc. 2° — 1903.

Reale Istituto lombardo di scienze e lettere — Rendiconti, serie II, vol. XXXVI, fasc. XIV-XVI — 1903; Memorie, volume XIX, fasc. IX; vol. XX, fasc. I-II — 1903.

Fondazione scientifica Cagnola — Atti, volume XVIII — 1903.

Modena — *Le stazioni sperimentali agrarie italiane* — Vol. XXXVI, fasc. VI-VII — 1903.

R. Accademia di scienze, lettere ed arti — Memorie, serie III, vol. IV — 1902.

Napoli — *Annali di nevrologia* — Anno XXI, fasc. II-IV — 1903.

Reale Commissione per l' incremento industriale di Napoli — Relazione; Cenni descrittivi e statistica delle industrie della Città e Provincia di Napoli (alligati alla Relazione). 1903.

Orto Botanico della r. Università — Bullettino, Tomo I, fasc. 4 — 1903.

Casa di salute Fleurent — Bollettino, Anno XX, fasc. III — 1903.

Palermo — *Circolo matematico* — Rendiconti, tomo XVII, fasc. IV e V—1903.

Società siciliana d' Igiene — Bollettino, nuova serie, anno VI, fasc. 1-2 — 1903.

Pavia — *Rivista di fisica, matematica e scienze naturali*—Anno 4, n. 43-46—1903.

Pisa — *Società toscana di scienze naturali* — Atti, vol. XIX — 1903; Processi verbali delle adunanze (3 Maggio 1903).

R. Scuola normale superiore — Annali, Filosofia e filologia, vol. XVII — 1903.

Portici — *La R. Scuola superiore d'agricoltura* — 1903,

Roma — *Reale Accademia dei Lincei* — Rendiconto dell'adunanza solenne del 7 Giugno 1903 — Rendiconti, vol. XII, fasc. 12 (1° semestre); vol. XII (secondo semestre), fasc. 1-8 — 1903; Elenco delle Accademie, Società, Istituti scientifici, Direzioni di periodici ecc. che ricevono le pubblicazioni della R. Accademia dei Lincei — 1903.

Rivista di Artiglieria e Genio — Annata XX, vol. II-IV — 1903.

Associazione elettrotecnica italiana—Atti, vol. VII, fasc. 2-4—1903; Cenni sugli impianti elettrici di Napoli e dintorni — Napoli 1903.

Accademia Pontificia Romana dei nuovi Lincei—Memorie, vol. 21; Atti, anno LVI, sessione I-VII — 1903.

L'Elettricista — Anno XII, n. 8-11 — 1903.

Giornale medico del r. Esercito — Anno LI, fasc. VII-X — 1903.

Specola Vaticana — Elenco delle stelle doppie rinvenute nelle lastre fotografiche pubblicate nel 1° volume del *Catalogo fotografico stellare*, corrispondente alla zona vaticana — 1903.

R. Comitato Geologico d' Italia — Bollettino, anno 1903, n. 1-2.

Siena — *R. Accademia dei Fisiocritici*—Atti, serie IV, vol. XV, n. 1-6—1903.

Torino — *La Rivista tecnica delle scienze, delle arti applicate all' industria e dell' insegnamento industriale* — Anno III, fasc. 6-10 — 1903.

Società degli ingegneri e degli architetti — Atti, fasc. 1-4 — 1903.

Associazione « Mathesis » fra gl' insegnanti di matematica delle scuole medie — Anno VIII, n. 1-2 — 1903.

R. Accademia delle scienze —Atti, vol. XXXVIII, disp. 8-15; Memorie, serie 2ª, tomo LIII — 1903.

Venezia — *Reale Istituto veneto di scienze, lettere ed arti* — Atti, tomo LXII, disp. 7-9 — 1903.

Osservatorio meteorologico del Seminario Patriarcale — Bollettino mensile, Novembre-Dicembre 1902; Gennaio-Ottobre 1903.

Verona — *Accademia d'agricoltura, scienze, lettere, arti e commercio* — Atti e Memorie, serie IV, vol. III — 1902-1903.

PUBBLICAZIONI STRANIERE

Amsterdam — *K. Natuurkundige Vereeiniging in Nederl.-Indië*—Tijdschrift-Deel LXII — 1903.

Revue semestrielle des publications mathématiques — Tome XI, part. II; Nieuw Archief voor wiskund — Tweede Reeks, Deel VI, Eerste Stuk; Verslag van de 124ᵉ Algemeene Vergadering etc. — April 1903.

Baltimore — *Johns Hopkins University circulars* — Vol. XXII, n. 163-164 — 1903.

American chemical Journal — Vol. 27, n. 4-6; vol. 28, n. 1-6; vol. 29, n. 1-2 — 1903.

American Journal of mathematics—Vol. XXIV, n. 2-4; vol. XXV, n. 1 — 1903.

Barcelona — *R. Academia de ciencias y artes* — Memorias, vol. IV, n. 33-36 — 1903.

Basel — *Naturforschend. Gesellschaft* — Verhandlungen, Band XV, Heft I; Band XVI — 1903.

Batavia — *R. magnetical and meteorological Observatory* —Observations, vol. XXIV — 1903.

Berkeley — *University of California* — Pubblications, vol. V, n. 3; Suppl.to vol. V; Officers and students, Sept. 1902; Annual report of the secretary to the Board of Regents; Bulletin of the Department of Geology, vol. 3, n. 1-5; Zoology, vol. 1. november I, 1902; Issued Quarterly, New Series, vol. III, n. 3, vol. IV, n. 1-3; College of Agriculture, Bulletin, n. 141, 145, 146; Presidents-Report 1900-1902.

Berlin — *K. Preuss. meteorolog. Institut* — Deutsches meteorologisches Jahrbuch für 1902, Heft I; Veröffentlichungen : Ergebnisse der Gewitter-Beobachtungen in den Jahren 1898, 1899 und 1900. Ergebn. d. Beobachtung. an d. Stationen II und III Ordnung im Jahre 1898; Ergeb. d. Niederschlags-Beobacht. in d. J. 1899 und 1900. Bericht ueber die Tätigkeit im Jahre 1902 — 1903.

Naturw. Verein des Regierungsb. Frankfurt a. d. O. — Helios, Band 20— 1903.

Regenkarte der Provinzen Hessen-Nassau und Rheinland, sowie von Hohenzollern und Oberhessen — 1903.

Jahrbuch über die Fortschritte der Mathematik — Band 32, Heft 1-2 — 1903.

K. Preussisch. Akademie der Wissenschaften—Sitzunggsberichte. XXV-XL.

K. Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen-Math.-phys. Kl. — Neue Folge, Band II, n. 4 — 1903.

Birmingham — *Birmingham natural history and philosophical Society*—Proceedings, vol. XI, part. II — 1902.

Boston — *Society of natural history* — Memoirs, vol. 5, n. 8-9; Proceedings, vol. 30, n. 3-7, vol. 31, n. 1 — 1903.

American Academy of arts and sciences —Proceedings, vol. XXXVIII, n. 10-25 — 1903.

Boulder — *University of Colorado* — Investigations of the Department of Psychology and Education, vol. I, n. 4 — 1903.

Bruxelles — *Société belge de géologie, de paléontologie et d'hydrologie* — Bulletin, tome XVI, fasc. 5; tome XVII, fasc. I-II — 1903.

Académie Royale des sciences, des lettres et des b.-a. de Belgique — Bulletin de la Classe des sciences (1903) n. 1-4 — 1903; Mémoires couronnés et autres mémoires etc. (Sciences), tome LXIII, fasc. 1-2; Mémoires couronnés et Mémoires des savants étrangers (Sciences), tome LXII, fasc.2 — 1903.

Bruxelles — *Société entomologique de Belgique*—Annales, tome 46 (1902); Mémoires, IX — 1902.

Budapest — *K. Ungar. Akademie der Wissenschaften* — Mathematikai és Természettudományi Értesito, Kötet XX, Füzet 3-5; Kötet XXI, Füzet 1-2; Czimlap a Math. etc. Kötet XXVII; Mathematische und naturwissenschaftliche Berichte, Band XVIII; Rapport de 1902; Almanach, 1903; eke-Értzések, Kötet XII, Szám 8-9. Die Mineralkohlen der Länder der ungarisch. Krone — 1903; Földtani Közlony, Kötet XXXIII, Füzet 5-9; 1903.

Buenos Aires — *Museo nacional* — Anales, Tercera serie, tom. I, entrega 2ª — 1902.

Chicago — *Field Columbian Museum* — Publications, n. 69-72 — 1903.

Cherbourg — *Société nationale des sciences naturelles et mathématiques* - Mémoires, tome XXXIII, fasc. I — 1903.

Cincinnati — *Allegheny Observatory* — Miscellaneous scientific papers, n. 11-14 — 1903.

Cracovie — *Académie des sciences* — Rozprawy, ser. III, tom. 2 A, tom. 2 B— 1902; Bulletin international, n. 5-7 — 1903.

Dijon — *Académie des sciences, arts et belles-lettres*—Mémoires, 4me série, tome VIII — 1903.

Dublin — *Royal Irish Academy* — Proceedings, vol. XXIV, sect. A, part. 2; sect. B, part. 3; Transactions, vol. XXXII, sect. A, part. VI — 1903.

Edinburgh — *Geological Society* — Transactions, vol. VIII, part. II — 1903.

Ekathérinebourg — *Societé ouralienne d'amateurs des sciences naturelles* — Supplément au tome XXII; tome XXIII — 1902.

Erlangen — *Physikalisch.-medicinisch. Societät* — Sitzungsberichte, Heft 34— 1902.

K. B. Friedrich-Alexanders-Universität.

Uebersicht des Personal-Standes: Winter-Semester 1902-03; Sommer-Semester 1903.

Verzeichnis der Vorlesungen: Winter-Semester 1902-03; Sommer Semester 1903.

Habilitationsschriften zur Erlangung der Venia docendi:

1. Aichel Otto, *Ueber die Blasenmole* — 1901.
2. Merkel Hermann, *Die Betheiligung der Gefässwand an der Organisation des Thrombus mit besonderer Berücksichtigung des Endothels* — 1903.
3. Stoeckel Walter, *Die Cystoskopie in ihrer Bedeutung für den Gynäkologen* — 1903.

Inaugural-Dissertationen zur Erlangung der Doctorwürde:

1. Ammon Friedrich, *Beiträge zur Kenntnis der Speckstein und Pseudophitbildung* — 1902.
2. Becher Ernst, *Zur Kenntnis des m-Tolimidazols* — 1902.
3. Bentler Bernhard, *Eine Dermoidcyste in der Gegend der kleinen Fontanelle* — 1902.
4. Bickelmann Albert, *Ueber die angeborene Verschliessung des Mastdarms und Afters etc.* — 1902.
5. Blume Ernst, *Ueber Phenyltolylisodithiobiazolon* — 1902.

6. Braun Otto, *Ueber condensierte Milch und über Dauerpräparate von Milch im Allgemeinen* — 1902.
7. Braun Robert, *Beiträge zur Entwicklungsgeschichte der Cornea der Wirbeltiere* — 1902.
8. Buchner Friedrich, *Neue Methode zur quantitativen Bestimmung der Abklingungsintensitäten phosphorescirender Körper* — 1902.
9. Buck Christian, *Beiträge zur Kenntniss der Alkaloïde der Steppenraute* — 1903.
10. Düll Ernst, *Ueber die Eklogite des Münchberger Gneissgebietes* — 1902
11. Dünner Lasar, *Die aelteste astronomische schrift des Maimonides.*
12. Emrich Richard, *U ber die Einwirkung von Dichloressigsäure auf Anilin* — 1903.
13. Fäuth Adolf, *Beiträge zur Anatomie und Biologie der Früchte und Samen einiger einheimischer Wasser- und Sumpfpflanzen* — 1903.
14. Fild Heinrich, *Die tektonischen Verhältnisse der Ehrenbürg bei Forchheim* — 1903.
15. Fischer Georg, *Beiträge zur vergleichenden Anatomie des Blattes bei den Trifolieen* — 1902.
16. Flury Ferdinand, *Beiträge zur Kenntniss des Tellurs* — 1903.
17. Frey Robert, *Ueber eine intramolekulare Umlagerung bei semicarbaziden* — 1903.
18. Frien Wilhelm, *Ein Fall von einseitiger kongenitaler Cystenniere bei einem 2 $^1/_2$ jährigen Mädchen* — 1903.
19. Fritzweiler Edmund, *Synthese von Indazolderivaten* — 1902
20. Fuchs Willy, *Beitrag zur Kenntnis der Glutinpeptone* — 1902.
21. Gareis Wilhelm, *Ueber einige Derivate des Acetals* — 1902.
22. Giere Erich, *Ueber Verbindungen von Phenolen mit kohlensauren Alkalien* — 1903.
23. Graf Paul, *Ein Fall von Leberabszess nach fötider Bronchitis* — 1902.
24. Haffner Gotthilf, *Ueber die innere Reibung von Alkoholischen Lösungen* — 1903.
25. Hartmann Matthäus, *Ueber die Beziehungen von Erkrankungen des Centralnervensystems zum Decubitus pharyngis* — 1902.
26. Hellmuth Karl, *Kloake und Phallus der Schildkröten* — 1902.
27. Helmreich Carl, *Ueber die spezifische Wärme von Flüssigkeitsgemischen und Lösungen* — 1903.
28. Hess August, *Ueber die Beweglichkeit des abgeschnürten rechten Leberlappens bei Schnürleber* — 1903
29. Hess Walter, *Zur Kenntnis der Benzimidazole* — 1903.
30. Hofbauer Georg, *Ein Fall von Tumorbildung im 4. Ventrikel mit dem Symptomenkomplex eines Tumors in der Vierhügelgegend* — 1902.
31. Hoffmeyer H., *Ein Fall von beweglichem parostalen Osteom des rechten Oberschenkels* — 1903.

32. Kanter Erhard Hans, *Ueber Erdalkalisilikate, Kieselsäure und Alkalisilikate* — 1902.
33. Kless Friedrich, *Ueber einige Anhydroverbindungen aus Aldehyden und primären Aminen* — 1903.
34. Koch Carl, *Zur Kenntniss von colloïdalem Selen und Tellur* — 1903.
35. Kopp Wilhelm, *Ueber Imidazole und Oxydations produkte von Ortho-Diaminen* — 1903.
36. Krapf Hermann, *Ueber stereoisomere Hydrazone der Dithiokohlensaeureester* — 1903.
37. Leich Otto, *Ein Fall von recidivirender Schwangerschaftsniere* — 1903.
38. Lessing Walter, *Ueber Wechselstrom-Entladungen* — 1902.
39. Lindinger Leonhard, *Anatomische und biologische Untersuchungen der Podalyrieensamen* — 1903.
40. Lindner Gerhard, *Die Abhängigkeit der specifischen Wärme fester Körper von der Temperatur* — 1903.
41. Martin Arnold, *Ueber physikalisch-chemische und physiologische Wirkungen einiger Alkaloide auf Zellen* — 1903.
42. Meyer Wilhelm, *Ueber die Constitution der beiden isomeren Mononitroorcine* — 1903.
43. Müller Friedrich A., *Quantitative Untersuchungen über Absorption im Ultraviolett* — 1903.
44. Müller Johannes, *Ueber abgeheilte Lungentuberkulose* — 1903.
45. Nachtigall Godhart, I. *Ueber einige Reaktionen des Glutakonsäureester*. II. *Ueber die Konstitution des Mononitrosoorcins* — 1903.
46. Nickles Heinrich, *Ein Fall von Dicephalus* — 1903.
47. Otto Victor, *Ueber die Resorption von Jodalkalien, Natriumsalicylat, Chloralhydrat und Strychnin im Magen* — 1902.
48. Ostermayer August, *Beiträge zur Kenntnis der Basalte des Hassgaus* — 1903.
49. Pestalazzi Ludwig, *Beiträge zur chemischen Kenntnis des Wismut* 1902.
50. Pleufs Richard, *Verteilung eines gelösten Körpers zwischen den Komponenten eines Gemisches zweier Lösungsmittel* — 1902.
51. Pomayer Carl, *Kloake und Phallus der Vögel* — 1903.
52. Popp Joseph, *Jod, sein Vorkommen und seine Bestimmung in geringen Quantitäten* — 1903.
53. Recknagel Georg W., *Ueber die Ausscheidung des Methylenblau durch den Harn* — 1902.
54. Reichenburg W., *Ueber die Einwirkung von Diazobenzol auf Glutakonsäureester* — 1902.
55. Reinhart Albert, *Beitrag zur Ossifikation der Trachealschleimhaut* — 1903.
56. Reinhard Fritz, *Zwei Fälle von sehr auffallender Difformität nach Osteomyelitis tibiae,*
57. Ries Christoph, *Das elektrische Verhalten des Kristallinischen Selens gegen Wärme und Licht* — 1902.

58. Roth Gottfried, *Ueber acutes Hautoedem* — 1903.
59. Rubenbauer Jakob, *Ueber Metallverbindungen von β-Diketonen und β-Diketonsäureestern* — 1902.
60. Sassmann Arthur, *Ein Fall von Stieldrehung einer Parovarialcyste* — 1902.
61. Schierenberg Fritz, *Ueber den α-Nitrosoresorcinmonoäthyläther und seine Derivate etc.* — 1902.
62. Schlick G. Rudolf, *Ueber die Behandlung des veralteten Dammrisses* — 1903.
63. Schmidt Georg, *Beiträge zur Kenntnis des Pararosanilins*— 1903.
64. Schidt Philipp, *Beiträge zur Kenntniss der basaltischen Gesteine der Gegend von Roth am Ostabhang der Rhön.*
65. Schneider Friedrich, *Ueber das Verhalten der Kathodenstrahlen in elektrischen Feldern* — 1903.
66. Schneider Konrad, *Ueber das Schicksal von Gewebe in der Peritonealhöhle lebender Tiere* — 1903.
67. Schridde Herm, *Ueber Metastasen in inneren Organen bei Plattenepithelkrebs der Haut.*
68. Schulze Heinrich, *Ueber die Stereoisomeren symm. Dibenzoylaethylendicarbosäureester etc.* — 1902.
69. Schütt Eduard, *Allgemeine pharmakodynamische Wirkungen von Toxinen und Fermenten* — 1902.
70. Sommer Willy, *Ueber Osteomalacie* — 1903.
71. Sprengel Curt, *Zur Kasuistik und operativen Behandlung der Aneurysmen der Extremitäten* — 1902.
72. Streicher Otto, *Beiträg zur vergleichenden Anatomie der Vicieen*— 1902.
73. Stubbe Paul, *Ein Fall einer eigenartigen Herzverletzung* —1902.
74. Unterhössel Paul, *Kloake und Phallus der Saurier und Ophidier* — 1902.
75. Wagner Benno, *Ueber einige Derivate des Amido-Resorcins* — 1902.
76. Walleser Max, *Das Problem des Ich* — 1902.
77. Walther Hans, *Ueber die isomeren Thiosemicarbazide* — 1902.
78. Walter Hugo, *Soll man im Stadium der Panophthalmie enukleieren?* — 1902.
79. Weidert Ferdinand, *Ueber den Einfluss der Kohlensäure auf die Magenverdauung* — 1903.
80. Weissflog Eugen W., *Faserverlauf der Muskulatur des Magens von Pferd, Schwein, Hund und Katze* — 1902.
81. Wirth Alfred, *Ueber zwei stereosimere Oximedes Dypnon's*—1903
82. Wolfrum Moriz, *Beiträge zur Entwickelungsgeschichte der Cornea der Säuger* — 1902.
83. Zitelmann Georg, *Ueber die Einwirkung von Phenyl-i-cyanat auf organische Aminosäuren* — 1903.

Frankfurt a. M. — *Senckenbergisch. naturforsch. Gesellschaft*—Abhandlungen, Band XXV, Heft IV; Die periodischen Schriften der Senckenbergischen Bibliothek, 1903.

Glasgow — *The Glasgow University Calendar for the year 1903-4* — 1903.

Göttingen — *K. Gesellschaft der Wissenschaften* — Nachrichten, Math.-phys. Klasse, Heft 3, 4 — 1903; Geschäftliche Mitteilungen, 1903, Heft 1 — 1903.

Haarlem — *Musée Teyler* — Archives, série II, vol. VIII, p. 2ª-3ª — 1902.

Hollandsche Maatschappij der Wetenschappen — Natuurkundige Verhandelingen, Deel V — 1903.

Halifax — *Nova Scotian Institute of science* — Proceedings and Transactions, vol. X, part. 4 — 1903.

Jena — *Medizinisch.-naturwissenschaftlich. Gesellschaft* — Jen. Zeitschrift, Band XXXVIII, Heft I-II — 1903.

Juriew (Dorpat) — *Naturforsch.-Gesellschaft* — Archiv für die Naturkunde Liv-, Ehst- und Kurlands, Zweite Serie, Biologische Naturkunde, Band XII, Lieferung I — 1902.

Kasan — *Société physico-mathématique* — Bulletin, II série, tome XI; tome XII, n. 1-3 — 1903.

Kiel — *K. Christian Albrechts-Universität:*

1. *Chronik der Universität für das Jahr 1901-1902.*
2. *Verzeichnis der Vorlesungen, III-1901; I-1902.*
3. Th. Niemeyer, *Oratio* — 1902.
4. Id., *Recht und Sitte* — 1902.
5. Gering Hugo, *Ueber Weissagung und Zauber im nordischen Alterthum* — 1902.
6. Nordhausen M., *Untersuchungen über Asymmetrie von Laubblättern höherer Pflanzen nebst Bemerkungen zur Anisophyllie* — 1902.
7. Weinnoldt Ernst, *Ueber die Konstruktion von Isoph ngen auf Flächen 2. Ordnung* — 1901.

Inaugural-Dissertationen zur Erlangung der Doctorwürde:

8. Ahl Fritz, *Untersuchungen ueber geodätische Linien* — 1901.
9. Alfers Anton, *Ueber Zwangsvorstellungen* — 1902.
10. Amme Otto, *Oxydation von Substitutionsproducten des p-Oxybenzaldehydphenylhydrazons zu Osazonen* — 1902.
11. Ammer Wilhelm, *Zur Casuistik der Darmausschaltungen* — 1902.
12. Backhaus Fritz, *Ueber Entstehung und Behandlung der kompleten Dammrisse* — 1902.
13. Bahrdt Wilhelm, *Ueber die Bewegung eines Punktes auf einer rauhen Fläche etc.* — 1902.
14. Behncke Franz, *Ueber Insufficienz der Aortenklappen auf luetischer Basis* — 1902.
15. Behre Alfred, *Beiträge zur Kenntnis der O-Acylverbindungen einiger Ketonsäureester etc.* — 1902.
16. Bergemann Walter, *Ueber die in der Kieler chirurgischen Klinik in den Etatsjahren 1899-1900 vorgekommenen Fälle von Osteomyelitis acuta* — 1902.
17. Beutter Emil, *Beiträge zur Pneumotomie* — 1901.
18. Blomberg Hugo, *Ueber die diagnostische Bedeutung der Menstruationscurve bei Tubenschwangerschaft* — 1901.

19. Blumensath Fritz, *Statistisch-klinische Mittheilungen über das runde Magengeschwür* — 1902.
20. Bonnet Hans, *Ein Fall von primären Leberkrebs mit Schleim producirenden Metastasen* — 1902.
21. Brinckmann Justus, *Zur Kenntniss der Thomsen'schen Krankeit*— 1902.
22. Brölemann Emil, *Beiträge zur Würdigung der Nervendehnung* — 1902.
23. Buchholz Otto, *Bruchoperationen bei Kindern in den ersten zwei Lebensjahren* — 1902.
24. Buhtz Walter, *Ueber zwei Fälle von Lähmungen der Augenmuskelnerven infolge Trauma* — 1901.
25. Callsen Friedrich, *Ueber einen Fall von Hydrops des Processus vermiformis* — 1902.
26. Christensen Hans, *Ein Beitrag zur Würdigung der conservativen Behandlungsmethode der offenen Hydronephrose* — 1902.
27. Cölle Hans, *Ein Fall von Aneurysmabildung bei einem jugendlichen Individuum auf tuberkulöser Basis* — 1902.
28. Deitmer Franz, *Ueber einen Fall von fötaler Peritonitis* — 1902.
29. Edens Ernst, *Tabes dorsalis und chronische Spinalmeningitis* — 1902.
30. Fleischmann Fritz, *Ein Beitrag zur Therapie bei placenta praevia* — 1901.
31. Floren Joseph, *Geistesstörungen bei Aphasie* — 1902.
32. Fortmann Hugo, *Ueber retropharyngeale Lymphosarkome etc.* — 1902.
33. Freist Gustav, *Ueber β-Isobutylisochinolin* — 1902.
34. Geese Carl, *Zur Lehre vom Speiseröhrenkrebse* — 1902.
35. Gerstein Kurt, *Ein Fall primären Krebs der rechten Ureterenmündung* — 1902.
36. Giese Arthur, *Ein Fall von Osteom der linken Stirnbeinhöhle und Orbita* — 1902.
37. Glaubitt Otto, *Ueber Magentuberkulose* — 1902.
38. Gloy Hermann, *Beitrag zum multiplen Auftreten primärer Carcinome* — 1902.
39. Göbel Alfred, *Ueber Hernia duodenojejunalis Treitzii* — 1902.
40. Gravemann Bernhard, *Ein Beitrag zur Lehre den Pankreaschysten* — 1902.
41. Gressmann Hugo, *Studien zu Eusebs Theophanie* — 1902.
42. Grevsen Lauritz, *Ueber die in der Kieler chirurgischen Klinik in Etatsjahre 1899-1900 vorgekommenen Fälle von Herniotomie* — 1902.
43. Gross Ernst Georg, *Die Verletzungen des Penis nebst einen Fall von traumatischem sequester der Corpora cavernosa penis* — 1902.
44. Haas Wilhelm, *Zur Casuistik der Pylorusresectionen* — 1901.
45. Hagen Karl, *Zur Kasuistik und Therapie der primären Carcinome des Ductus choledochus* — 1902.

46. Hagmeister Eduard, *Ueber angeborenen Mangel der Fibula* — 1902.
47. Hajen Gerh., *Ueber die Zulässigkeit der Taxis bei Brucheinklemmung* — 1902.
48. Halbey Kurt Albrecht, *Das Vorkommen von Stauungsneuritis bei Hirnblutungen* — 1902.
49. Hannemüller Karl, *Gefässarrosionen im Verlaufe von Scharlach* — 1902.
50. Hartenstein Otto, *Studien zur Hornsage* I. Tejl — 1902.
51. Heinrichs Hugo, *Ein Fall von primärem Gallenblasenkrebs.*
52. Heinrichsdorff Paul, *Ueber traumatische Epiphysenlösungen* — 1901.
53. Henneberg Albert, *Ueber das Vorkommen und die Behandlung von nkGelefracturen* — 1902.
54. Hensel Karl, *40 Fälle von Eklampsie* — 1902.
55. Hiltermann Paul, *Drei Fälle von volkommen glattwandig ausgeheilten grossen Lungenkavernen* — 1902.
56. Hoffmann Ludwig, *Statistik der nicht diagnosticirten Krebse* — 1902.
57. Hoffmann Wilhelm, *Zur Casuistik der Duodenalstenose etc.* — 1902.
58. Höft Richard, *Ein Fall von Magenkrebs und krebsigem Duodenalgeschwüre* — 1902.
59. Holzhausen Th., *Beitrag zur Exstirpation des Thränensackes* — 1902.
60. Honneth Arthur, *Ueber Nierenzerreissungen etc.* — 1902.
61. Hoppe Adolf, *Statistischer Beitrag zur Kenntniss der progressiven Paralyse* — 1902.
62. Hosemann Gerhard, *Ueber einen Fall von fulminanter Embolie nach Perityflitis* — 1902.
63. Hövelmann Richard, *Klinische und pathologisch-anatomische Untersuchung eines Falles von Wirbelfraktur und Compressionsmyelitis* — 1902.
64. Hüttner Max, *Zur Psychologie des Zeitbewusstseins bei kontinuierlichen Lichtreizen* — 1902.
65. Illmann August, *Zur Casuistik der Myositis ossificans* — 1901.
66. Isermeyer Robert, *Ueber die Häufigkeit einseitiger Nierentuberkulose* — 1902.
67. Janssen Adolf, *Unsere Plattfussbehandlung* — 1901.
68. Kaeuffer Fritz, *Ueber Laparatomie etc.* — 1901.
69. Kammann Otto, *Ueber Einwirkung des Chlors auf dem m-Oxybenzaldehyd* — 1902.
70. Kampsmeyer Alb., *Zur Lehre der Chorea chronica progressiva* — 1902.
71. Kaufmann Walter, *Günstige Beeinflussung einer bestehenden Infektionskrankheit durch eine hinzutretende zweite* — 1901.
72. Kessler Bernhard, *Die Voroperation zur Freilegung und Extirpation der Samenblasen und des Endstückes der Samenleister* — 1901.

73. Kleinmanns Johannes, *Beitrag zur Lehre von den nach Kopftrauma auftretenden Geistesstörungen* — 1902.
74. Klotzsch Ernst, *Ein Fall von Oesophagusdivertikel, operiert und geheilt* — 1902.
75. Köhler Wilhelm, *Ueber einen Fall von Schulterverrenkung mit gleichzeitigem Torsionsbruche des Oberarmes* — 1901.
76. Koepp Ernst, *Ein Fall von Magencarcinom um ein altes Mageulcus mit Pleura-u. Peritoneumcarcinose* — 1901.
77. Kohbrok Hugo, *Der Lautstand des zym- Gebiets in Dithmarschen* — 1901.
78. Korn Heinrich, *Ein Fall von Schussverletzung des schädels und der Lunge* — 1902.
79. Krause Paul, *Zur Casuistik der Extirpation des Ganglion Gasseri* — 1902.
80. Krücke Ludwig, *Ein Fall von eitrig entzündeter Pachymeningitis haemorrhagica bei Difterie* — 1902.
81. Krüger Erich, *Fälle von Gangrän des Unterschenkels* — 1901.
82. Küchenhoff Norbert, *Ueber den otitischen Gehirnabscess und seine Folgeerscheinungen, insbesondere die sensorische Aphasie* —1902.
83. Kuntzsch Karl, *Beitrag zur diagnostischen Bedeutung der elektrischen Untersuchung des Gehörorgans* — 1901.
84. Laplanche Heinrich, *Ein Fall von Pankreas- Blutung und Fettgewebs-Nekrose* — 1901.
85. Laval Paul Otto, *Ueber einen seltenen Fall von Missbildung der Arteria pulmonalis* — 1901.
86. Leefhelm Friedrich, *Ein Fall von Epitheliom des Unterkiefers etc.* — 1902.
87. Lehmann Willy, *Beiträge zur Kenntnis der Acetalisierung bei den Aldehyden und Diacylmethanen* — 1902.
88. Lindig Franz, *Ueber den Einfluss der Phasen auf die Klangfarbe* — 1902.
89. Lippe Alfred, *Drei Fälle von Tetanus* — 1901.
90. Ludewig August, *Ueber die in den letzten drei Jahren in der hiesigen chirurgischen klinik, zur Behandlung gekommenen Fälle von Struma* — 1902.
91. Lühmann Otto, *Ein Fall von Spindelzellensarkom des Uterus mit multipler Metastasenbildung* — 1902.
92. Lulfing Heinrich, *Aetiologie und Therapie der akuten Osteomyelitis.*
93. Masch Carl, *Intensität und atmosphärische Absorption aktinischer sonnenstrahlen* — 1901.
94. Mau August, *Ueber primären Leberkrebs* — 1901.
95. Mehnert Gottreich, *Ein seltener Fall von Splitterfractur der oberen Tibiaepiphyse etc.* — 1902.
96. Meller Alfred, *Zur Behandlung der Ruptur der männlichen Harnröhre* — 1901.
97. Methling Curt, *Zur Kenntnis des Vorkommens accidenteller Herzgeräusche in den ersten Lebensjahren* — 1901.

98. Meyer Fritz, *Ueber die Endresultate der operativen Behandlung tuberkulöser Lymphome* — 1902.

98.bis Michels Wolfgang, *Zur Entstehung des fadenziehenden Brotes* — 1902.

99. Minssen Otto, *Angina und Polyarthritis rheumatica* — 1901.

100. Müller Adolf, *Zur Casuistik der Schädelverletzungen mit besonderer Berücksichtigung ausgedehnter praeduraler Haematome* — 1902.

101. Müller Albert, *Zur Lehre der Dystrophia muscularis progressiva etc.* — 1902.

102. Müller Heinrich, *Ueber die in der Kieler chirurg. Klinik in den Jahren 1899, 1900 und 1901 beobachteten Fälle von Kryptorchismus* — 1902.

103. Müller Karl, *Ueber vordere traumatische Hüftgelenksluxationen, insbesondere ueber solche des höheren Alters* — 1902.

104. Müller Reinhold, *Die Gallensteinoperationen etc.* — 1902.

105. Müller Rudolf, *Ein Beitrag zur Casuistik der interparietalen Hernien* — 1901.

106. Mahmmacher H. C., *Zwei Fälle von primären Carcinom der Vulva* — 1901.

107. Nicks Wilhelm, *Zwei Beiträge zur Kasuistik der Tuberculosis herniosa* — 1902.

108. Oppenheimer Max, *Beitrag zur Kasuistik der Nervenchirurgie* — 1902.

109. Otten Max, *Ein Fall von Stichverletzung der Arteria brachialis* — 1901.

110. Otto Alfred, *Lupusbehandlung in der Kieler chirurgischen Klinik* — 1902.

111. Pentz Alwin, *Zur Behandlung der Varicen und der varicösen Ulcera* — 1902.

112. Perlewitz Paul, *Versuch einer Darstellung der Isothermen des Deutschen Reichs für Jahr. Januar und Juli etc.* — 1902.

113. Pernhorst Gustav, *Ueber die Entstehung von peritonealen Verwachsungen nach Laparatomie* — 1901.

114. Peters Anton, *Zur Kasuistik der schwersten Formen von Perityphlitis* — 1902.

115. Pfannkuche Adolf, *Zur Kenntniss der serösen Peritonitis und der Perihepatitis im Zusammenhang mit Pericarditis und Pleuritis* — 1901.

116. Pinczakowski Franz, *Die Verbreitung des Trachoms in Schleswig-Holstein* — 1901.

117. Prahl Ernst, *Zur Frage des durch ein Trauma bedingten Locus minoris resistentiae in Knochen und Gelenken* — 1902.

118. Raben Emil, *Beiträge zur Kenntnis der Acetalisirung bei den Aldehyden und Ketonen* — 1902.

119. Reek Theodor, *Beitrag zur Symptomatologie der Paralysis agitans* — 1902.

120. Reibisch Johannes, *Ueber den Einfluss der Temperatur auf die Entwickelung von Fisch-Eiern.*

121. Reinecke Rudolf, *Ein Fall von Aorten-Aneurysma mit Lungen-gangrän* — 1902.
122. Revenstorf Hermann, *Ueber die Implantantion der Ureteren in den Darm zur Heilung der Ektopia vesicae* — 1901.
123. Richter Alexander, *Zwei Fälle von Aktinomykose* — 1901.
124. Roosen-Runge C., *Ueber die Bedeutung des Trauma in der Aetiologie der disseminirten Fettgewebsnekrose* — 1902.
125. Rost Georg, *Ein Beitrag zu den Vaginalcysten* — 1902.
126. Rothmann Joachim, *Ueber das Vorkommen von Hydrocele bei Kryptorchismus* — 1901.
127. Saathoff Lübhard, *Ein Fall von fast völliger fibröser Entartung der rechten Herzkammer* — 1902.
128. Salomon Oskar, *Zur Kenntnis des Scrophuloderma* — 1901.
129. Sauer Fritz, *Ueber einen eigentümlichen Fall von Luxatio patellae lateralis* — 1902.
130. Schaumann Ludwig, *Ueber β-Benzyltetrahydroisochinolin etc.* — 1902.
131. Schierning Fritz, *Ueber Stenose und ulceröse Zerstörung des Duodenums etc.* — 1902.
132. Schlüter Bernhard, *Ein Fall von Carcinom des Pharynx und Larynx und Extirpation des Pharynx und Larynx* — 1902.
133. Schneider Cornad, *Zur Pathologie und Therapie eines durch Steinbildung in einem Ureter und Pyonephrose complicirten Falles von Inversio vesicae* — 1901.
134. Schmitz Franz, *Ueber Psychosen bei Herzfehlern* — 1902.
135. Schuster Oscar, *Ueber die Tuberkulose bei Handwerksburschen, Gelegenheitsarbeitern und Landstreichern* — 1901.
136. Schwarz Wilhelm, *Zur Würdigung der subkutanen Gelatine-Injectionen* — 1902.
137. Spethmann Hans, *Ueber Mammacarcinome* — 1902.
138. Spiller Karl, *Ueber Amaurose nach Blutungen* — 1901.
139. Steffen Wilhelm, *Histologische Untersuchung eines Falles von Dystrofia musculorum progressiva* — 1901.
140. Stelling Hermann, *Ein Fall von Stichverletzung der Arteria glutea* — 1902.
141. Strassburg Hans, *Ueber Peritonitis tuberculosa* — 1902.
142. Titschack Fritz, *Zur Casuistik des Mal perforant du pied etc.* — 1902.
143. Travis Jenkins Iames, *Altersbestimmung durch Otolithen bei den Clupeiden* — 1902.
144. Vogel v. Ialckenstein K., *Einwirkung von Aldehyden auf Acetonoxalester* — 1901.
145. Vollmer Theodor, *Ein Fall von Aneurysma des Arcus mit Durchbruch in den Herzbeutel* — 1902.
146. Voretzsch Oscar, *Beitrag zur Statistik der Oesophagus Divertikel* — 1901.
147. Wagener Oskar, *Ueber die Methoden der Freilegung des Herzens zur Vornahme der Naht nach Verletzungen* — 1902.

148. Walbaum Hermann, *Zur Methodik der bakteriologischen Wasseruntersuchung etc.* — 1901.
149. Waldschtmidt Max, *Ueber die Erfahrungen bei der operativen Behandlung von Retrodeviationen des Uterus durch Verkürzung und Fixation der Ligamenta rotunda* — 1902.
150. Waltermann Anton, *Die Laparatomie bei Darminvagination im Kindesalter* — 1902.
151. Weidanz Oskar, *Ueber spastische Oesophagusstenosen* — 1902.
152. Weigand Friedrich, *Beiträge zur Kenntnis des Phenylpropargylaldehyds und des Monobromzimmtaldehyds* — 1902.
153. Weiss Rudolf, *Ueber Cinnamylessigester und die beiden* (*α-und* β) *Naphtoylessigester etc.* — 1902.
154. Weispfenning Friedrich, *Zur operativen Behandlung des durch Lebercirrhose bedingten Ascites* — 1902.
155. Wiens Paul, *Ueber den Zusammenhang Zwischen plötzlichen Todesfällen im Wasser und Veränderungen der Thymusdrüse*—1902.
156. Wilde Paul, *Casuistischer Beitrag zur Embolie der Pulmonalarterie bei Fracturen.*
157. Wilke Fritz, *Ein Beitrag zur Würdigung der extracraniellen Resection des III. Trigeminusastes nach Kocher* — 1902.
158. Wilp Johannes, *Zur Kasuistik der Cucullarislähmungen* — 1902.
159. Windrath Fritz, *Ueber Gastroenterostomie etc* — 1902.
160. Wortmann Julius, *Ein Fall von Enchondrom der Tibia* — 1902.
161. Wübbena Wilhelm, *Zur Statistik der Keratitiden* — 1902.

Kiew — *Universitetschia Isvestia* (Notizie universitarie), vol. XLIII, n. 5-9 — 1903.

Kobenhavn — *Académie royale des sciences et des lettres de Danemark* —Bulletin, n. 2-3; Mémoires, t. XI, n. 5; t. XII; n. 3 — 1903.

Nyt Tidsskrift for Matematik—A. 14, Aarg. N. 3; B. 14, Aarg. N. 3—1903.

Königsberg i. Pr. — *Physikalisc.-oekonomischen Gesellschaft* — Jahrgang XLIII — 1902.

La Haye — *Société hollandaise des sciences à Harlem* — Archives néerlandaises des sciences exactes et naturelles, série II, tome VIII, livr. 3 et 4 — 1903.

Lancaster — *American Mathematical Society* — Transactions, vol. 4, n. 3-4 — 1903.

Leipzig — *Archiv der Mathematik und Physik* — Band 6, Heft 1-4 — 1903.

Liège — *Université de Liège* — Les installations et les programmes de l'Institut électrotechnique Montefiore — 1903.

Société géologique — Bulletin, tome XXIX — 1903.

Llinas (Barcelona) — *Observatorio Belloch*, Hojas meteorológicas, Julio-Dicembre 1902.

London — *Royal Society* — Philosophical transactions, series A, vols. 197-200, 201 (n. 340-345), 202 (n. 346-352); Series B, vols. 194, 195, 196 (n. 216-221); Proceedings, vol. LXXII, n. 477-483; Report to the malaria Committee, VIII series; Rep. of the sleeping sickness Commission, n. 1—1903.

Linnean Society — Botany, vol. XXXVI, n. 246; 251; Zoology, vol. XXIX, n. 187 — 1903.

London — *British Museum*—A monograph of the Tsetse—Flies; A Hand-list of the genera and species of Birds, vol. IV; Southern Cross; Catalogue o the Madreporian Corals — 1903.

Mathematical Society — Proceedings, vol. XXXV, n. 809-813; series 2ª, vol. I, part. I-2 — 1903.

Royal astronomical Society — Monthly notices, vol. LXIII, n. 8, 9 — 1903.

Nature — Vol. 68, n. 1758-1774; vol. 69, n. 1775-76 — 1903.

Lyon — *Museum d'histoire naturelle* — Archives, tome 8ᵐᵉ — 1903.

Université — Annales, I. Sciences, médecine fasc. 11 — 1903.

Madrid — *Real Academia de ciencias* — Memorias, tomo XVIII, part. I; tomo XX; tomo XXI; Anuario 1901 y 1903.

Mancaster — *American mathematical Society* — Transactions, vol. 4, n. 3 — 1903.

Manchester — *The Museum Owens College* — Publications, n. 47-48 — 1903.

Marseille — *Faculté des sciences* — Annales, tome XIII — 1903.

Mexico — *Sociedad cientifica «Antonio Alzate»* — Memorias y revista, tomo XIII, n. 5 y 6; tomo XVIII, n. 1-2 — 1903.

Direccion general de estadistica — Censo de la Republica mexicana practicado en 1900, Extranjero residentes; Censo y Division territorial del Estado de Puebla; Boletin demogràfico de la Repùblica mexicana, 1901.

Observatorio meteorológico magnético central — Boletin mensual, mes de Febrero, 1903.

Minneapolis, Minn. — *Geological and natural History Survey of Minnesota* — Minnesota Botanical studies, Third series, part. II; Zoological, series IV, The Collembola of Minnesota — 1903.

Montevideo — *Museo Nacional* — Anales, tomo IV, Iª y IIª parte — 1903.

Moscou — *Société imp. des naturalistes* — Bulletin, année 1902, n. 3; année 1903, n. 1.

Musée Roumiantzoff — Compt.-rend. 1902.

Observatoire météorologique de l'Université impériale — Observations, Mars-Décembre 1901.

München — *K. B Akademie der Wissenschaften* — Sitzungsberichte der math.-physik. Kl., 1903, Heft II.

Oberlin, Ohio — *Oberlin College* — The Wilson Bulletin, n. 43-44 — 1903.

Paris — *Académie des sciences* — Comptes rendus hebdomadaires des séances, tom. CXXXVII, n. 1-19; Tables, premiers semestre 1903.

Archives de neurologie — Vol. XVI, n. 91-94 — 1903.

Journal de l'anatomie et de la physiologie normales et pathologiques de l'homme et des animaux — Année XXXIX, n. 3-5 — 1903.

Muséum d'histoire naturelle — Bulletin, année 1902, n. 7-8 — 1903.

Bureau des longitudes — Èphémérides des étoiles de culmination lunaire et de longitude pour 1904. — 1902.

École normale supérieure — Annales scientifiques, t. 20, n. 7-10 — 1903.

Société mathématique de France — Bulletin, tome XXXI, fasc. II-III — 1903.

Journal de mathématiques pures et appliquées — Tome IX, fasc. 3—1903.

Société d'encouragement pour l'industrie nationale — Bulletin, tome 105, n. 1-4; Compte Rendu, n. 11-12 — 1903.

Paris—*Bibliothéque de l'École des hautes études*—Bulletin des sciences mathé matiques, tome XXVII, Juillet-Septembre 1903.

Société zoologique — Bulletin, tome XXVIII, n. 5 — 1903.

Philadelphia — *Academy of natural Sciences*—Proceedings, vol. LIV, part. III—1902.

Prag — *K. Gesellschaft der Wissenschaften* — Jahresbericht für das Jahr 1902.

Rennes — *Société scientifique et médicale de l'Ouest*—Bulletin, tome XI, n. 4 — 1903.

Rovereto — *I. r. Accademia di scienze, lettere ed arti degl Agiati* — Atti, vol. IX, fasc. II — 1903.

Sacramento — *University of California* — College of agriculture, Bulletin, n. 140-146; Report of Work of the agricultural Experiment Station, part. I, II; Annual Report of the Secretary — 1902.

St.-Petersbourg — *Observatoire Central Nicolas* — Publications, serie II, vol. IX (I et II); vol. XII; vol. XVII (I); vol. XVIII (I) — 1903.

Horae Societatis entomologicae rossicae — T. XXXVI, n. 1-2 — 1903.

Académie impériale des sciences — Comptes rendus des séances de la Commission sismique permanente, tome I, livraison II; Procès-verbaux. tome I (1725-1743), II (1744-1770), III (1771-1785); Mémoires, vol. X, n. 3-9; XI, n. 1-11; XII, n. 1-11; XIII, n. 1-7; Bulletin, tome XIII, n. 4-5; XIV, n. 1-5; XV, n. 1, 2, 3, 5; XVI, n. 1-5; XVII, n. 1-4 — 1903.

Stockholm — *K. Vetensk. Akademien* — Handlingar, Bd. 36 u. 37, n. 1-2; Bihang, Afdelning 28, I-IV; Lefnadsteckningar, Bd. 4, Häfte 3; Meteorologiska Jakttagelser I Sverige, 2.a serien, Bd. 28 (1900)-1903. Arsbok (1903); Arkiv för Kemi, mineralogi och geologi, Band 1, Häfte 1; Matematik astronomi och fysik, Band I, H. 1-2; Botanik, B. I, H. 1-3; Zoologi, B. I, H. 1-2.

Institut royal géologique—Ser. Aa, n. 116, 118, 122, Cartes 116, 118, 122; Ser. Ac, n. 7, Cart. n. 7; Ser. C, n. 193-194; Ser. Ca, n. 3 — 1903.

Stuttgart — *Verein für vaterländisch. Naturkunde* — Jahreshefte, Jahrg. 1903; Beilage Jahrg. 1903.

Sydney — *Australian Museum* — Records, vol. V, n. 1 — 1903.

Royal Society of New South Wales — Journal and proceedings, vol. XXXVI. Abstract of proceedings, September-December 1902, May-June 1903.

Geological Survey of New South Wales—Records, vol. VII, part. III—1903.

Tokio — *I. University* — Journal of the College of science —Vol. XVII, art. 11; vol. XVIII. art. 2-3; vol. XIX, art. 1, 5, 6, 7 — 1903.

The Earthquake Investigation Committee in Foreign Languages — Publications, n. 14.

Toulouse — *Faculté des sciences de l'Université* — Annales, tome IV, fasc. 3-4 (1902); tome V, fasc. I — 1903.

Toronto — *University* — Studies physical science series, n. 1 — 1903.

Upsala — *K. Universitet.* — Sveriges Karta tiden Till omkring 1850; Bulletin mensuel de l'Observatoire météorologique, vol. XXXIV — 1902-1903; Arsskrift, 1902.

Föeeläsningar och Oefningar — 1902, 1903.

Akademisk Afhandling:

1. Friberger Ragnar, *Om Mätning af pupillens vidd* — 1903.

2. Holm Otto, *Beiträge zur Kenntniss der Alcyonidengattung Spongodes Lesson* — 1903.
3. Lagergren Sten, *Ueber elektrische Energieaustrahlung* — 1902.
4. Lisell Erik, *Om Tryckets Inflytande pa det Elektriska Ledningsmotstandet Hos Metalles samt en ny Metod att Mäta Höga Tryck*— 1903.
5. Petrén K. Anders, *Bidrag Till Kännedomen om Gallans Kemiska Beständsdelar* — 1902.
6. Rosen Karl D. P., *Studien und Messungen an einen Dreipendelapparate* — 1903.
7. Rubin Tryggve, *Le réseau de la Base Suédoise au Spitzbergen* — 1903.
8. Swenander Gust., *Studien über den Bau des Schlundes und des Magens der Vögel* — 1902.
9. Wahlgren Agne, *Om de singulära punkterna Till Differentialekvationer af Första Ordningen och Andra Graden* — 1903.

Utrecht — *Sterrewacht Zonnenburg* — Total eclipse of the Sun, May 18, 1901, Dutch observations, I — 1903.

Washington — *U. S. Geological Survey* — Annual report 1900-1901, part. III-IV (1902); Monographs XLII-XLIII; Professional Papers, n. 1-8 (1902); Bulletin, n. 191, 195-200; Geologic atlas, fol. n. 72-90; Mineral resources of the United States, 1901; Department of the interior, Bulletin, n. 201-207.

Coast and geodetic Survey — Annual Report 1902.

United States naval Observatory — Publications, vol. III — 1903.

U. S. Department of agriculture — Weather Bureau, Bulletin, 1 — 1902.

National Academy of sciences — Memoirs, vol. VIII — 1902.

Smithsonian contributions to Knowledge — N. 1373.

Smitsonian Miscellaneous Collections — N. 1372, 1376 — 1903.

Wien — *K. k. Central-Anstalt für Meteorologie und Erdmagnetismus*—Jahrbücher, Band XXXVIII (1902-1903).

Bosnisch-Hercegovinisch. Landesregierung — Ergebnisse der meteorologischen Beobachtungen an den Landesstationen in Bosnien-Hercegovina im Jahre 1899.

K. k. geologisch. Reichsanstalt — Verhandlungen, n. 9-11—1903; Abhandlungen, Band XX, Heft I; Jahrbuch, Band LII, Heft 3-4; Band LIII, Heft I — 1903.

K. Akademie der Wissenschaften. Math.-naturwiss. Cl. — Abtheilung I, Band CXI, Heft IV-IX; Abth. II *a*, B. CXI, Heft V-X; Abth. II *b*, B. CXI, Heft IV-X; Abth. III, B. CXI, Heft I-X; Denkscriften, Band LXXII; Mittheilungen der Erdbeben-Commission, n. X-XIII; Register zu den Bänden 106 bis 110 (1897-1901) der Sitzungsb.; Almanach, 1902.

Zaragoza — *Revista trimestral de matemáticas* — Año III, n. 11 — 1903.

Zürich — *Naturforschend. Gesellschaft*—Vierteljahrsschrift, Jahrgang 47, Heft 3-4 — 1903.

OPERE PRIVATE

Borredon G., *La luna è la calamita del mondo* — Napoli (Ischia), 1903.
Ceresole Giulio, *Una nuova malattia delle carpe* — Venezia, 1902.
Delpino F., *Notizie fitobiologiche* — Napoli, 1903.
Aggiunte alla teoria della Classificazione delle Monocotiledoni — Bologna, 1903.
Flores Eduardo, *L'Elephas primigenius Blum.* — Roma, 1903.
Luigi Bombicci — Bologna, 1903.
Majocchi Giacinto, *Una linea retta punteggiata* — Costruzioni geometriche semplici delle equazioni di terzo grado colla linea retta e col circolo. Moltiplicazione del cubo. Trisezione dell'angolo — II edizione, Milano, 1903.
Righi A., *Ueber die Ionisierung der Luft durch eine elektrisierte Spitze* — Leipzig, 1903.
Sulle cariche elettriche generate dai raggi X sui metalli nel vuoto — Bologna, 1903.
Valentini Carlo, *La previsione delle piene del Po* — Roma, 1903.

RENDICONTO

DELL'ACCADEMIA

DELLE

SCIENZE FISICHE E MATEMATICHE

(SEZIONE DELLA SOCIETÀ REALE DI NAPOLI)

SERIE 3.ª — VOL. IX. — (Anno XLII)

Fascicolo 12° — Dicembre 1903

INDICE

NAPOLI
TIPOGRAFIA DELL'ACCADEMIA REALE DELLE SCIENZE FIS. E MAT.
diretta da E. De Rubertis fu Michele

1903

Fascicolo 12° ANNO XLII. Dicembre 1903.

RENDICONTO

DELLA R. ACCADEMIA

DELLE SCIENZE FISICHE E MATEMATICHE

Processo verbale dell' adunanza del dì 21 Novembre 1903.
Presiede il presidente E. Fergola.

Assistono i socii ordinarii Capelli, Cesàro, della Valle, del Pezzo, de Martini, Fergola, Oglialoro, Paladino, Pinto, Siacci, Villari e Bassani.

Il segretario legge il verbale dell' ultima adunanza, che viene approvato, e presenta i libri giunti in dono e in cambio.

Comunica in seguito l' invito all' inaugurazione del monumento al professore senatore Giovanni Cantoni, che avrà luogo domani nel Teatro fisico della R. Università di Pavia. L' Accademia delibera di pregare il socio Taramelli di rappresentarla alla solenne cerimonia.

Si accetta il cambio del *Rendiconto* con gli *Atti* della R. Accademia Peloritana di Messina.

Il socio Bassani presenta un lavoro della dott. Maria Pasquale: *Su di un Palaeorhynchus dell' arenaria cocenica di Ponte Nuovo presso Barberino di Mugello (prov. di Firenze)*. Il presidente incarica i socii della Valle, de Lorenzo e Bassani di esaminarlo e di riferirne.

Processo verbale dell' adunanza del dì 5 Dicembre 1903.
Presiede il presidente E. Fergola.

Assistono i socii ordinarii Albini, Cesàro, della Valle, del Pezzo, de Martini, Fergola, Oglialoro, Paladino, Pinto, Villari, Bassani e il corrispondente Scacchi.

Il segretario legge il verbale dell' ultima adunanza, che viene approvato, e presenta i libri giunti in dono e in cambio.

Partecipa in seguito l' invito all' inaugurazione del monumento ad Alfonso Cossa, ch' ebbe luogo il 29 Novembre nella R. Scuola di applicazione per gl'Ingegneri di Torino. La Presidenza pregò i socii Grassi, d' Ovidio e Mosso di rappresentarvi l' Accademia.

*

Poi comunica una lettera del socio Taramelli, che ringrazia per l'incarico avuto di rappresentare l'Accademia all'inaugurazione del monumento a Giovanni Cantoni.

Il presidente annunzia che il 17 corrente, 70° genetliaco del socio Federico Delpino, gli verrà offerto dai botanici italiani e stranieri un album con i loro ritratti. Alla festa solenne, che avrà luogo nella grande sala della Società Reale, saranno invitati tutti i sodalizii scientifici di Napoli e le autorità cittadine. L'Università e la Società Reale, delle quali il Delpino è sommo decoro, gli presenteranno un indirizzo, dettato dal socio Kerbaker.

L'Accademia si compiace vivamente di questo attestato di stima e di affetto verso l'illustre Collega e interverrà in forma ufficiale alla cerimonia.

Il socio Paladino presenta, per l'inserzione nel Rendiconto, una sua Nota, corredata d'una tavola, *sulla rigenerazione del parenchima ovarico e sul tipo di struttura dell'ovaja di Delfina.*

Si procede alla votazione per la nomina del vice-presidente per il 1904 e del segretario per il triennio 1904-1906 (da scegliere entrambi nella Sezione delle Scienze matematiche). A vice-presidente risulta eletto il socio Pinto; a segretario, il socio del Pezzo.

Processo verbale dell'adunanza del dì 12 Dicembre 1903.
Presiede il presidente E. Fergola.

Assistono i socii ordinarii Albini, Capelli, Cesàro, della Valle, del Pezzo, de Martini, Fergola, Oglialoro, Paladino, Pinto, Siacci, Villari e Bassani (segretario).

Questi legge il verbale dell'ultima adunanza, che viene approvato, e presenta le pubblicazioni giunte in dono e in cambio.

Poi comunica le circolari relative al Congresso internazionale di Botanica che avrà luogo nel 1905 a Vienna.

Il socio Capelli presenta, da parte dell'autore prof. Federico Amodeo, un volume intitolato: *Elementi di Algebra* (Parte 1 del volume II degli *Elementi di Matematica*) e ne parla.

Il socio Bassani, anche a nome dei colleghi della Valle e de Lorenzo, legge la relazione sul lavoro della dott. M. Pasquale, presentato nell'adunanza del 21 Novembre, proponendone l'inserzione, con la tavola che l'accompagna, negli *Atti*. Le conclusioni del rapporto sono approvate all'unanimità.

Il socio del Pezzo legge il rapporto della Sezione di Scienze matematiche, che propone il corrispondente prof. Gabriele Torelli a socio ordinario non residente. Messa la proposta a votazione (dalla quale il presidente si astiene per ragioni di delicatezza), il prof. Torelli risulta eletto all'unanimità.

TENTATIVI DI CREMAZIONE PER VIA UMIDA; *Nota del socio ordinario* G. Albini.

(Adunanza del dì 11 Luglio 1903)

Da un lato il divieto fatto dall'Autorità municipale di Napoli, divieto voluto da ragioni d'igiene e di decenza urbana, di non più affidare, come pur troppo si è praticato fin quì, agli spazzatori delle vie od ai raccoglitori liberi delle immondezze le carogne degli animali morti per malattie o per esperienze scientifiche non che i rifiuti delle medicazioni (filacce, bambagia fasce) delle cliniche e degli ospedali,

e dall'altro le difficoltà di diversa natura incontrate finora ed ostacolanti un regolare funzionamento del Crematorio, che a mia iniziativa ed insistenza venne costruito in Sant'Andrea delle Dame, per uso comune delle Cliniche e degli Istituti scientifici ivi installati;

mi obbligarono, per così dire, ad escogitare altro e non troppo costoso metodo di rendere rapidamente innocui e possibilmente distruggere la costituzione chimica e le forme tanto delle carogne che dei rifiuti delle medicazioni.

Pensai allora di scegliere liquidi che ne impedissero la putrefazione o la sospendessero se iniziata, e neutralizzandole le trasformassero rapidamente. Ciò che sopratutto importava era la rapida ossidazione dei principii immediati organici (specialmente delle albumine, degli albuminati e degli albuminoidi); con altre parole sostituire ai cambiamenti che subiscono per la combustione o cremazione nel forno una rapida ossidazione o cremazione per via umida.

I miei primi tentativi furono pertanto fatti coll'acido nitrico del commercio ed in seguito, per ragioni d'economia, con una miscela di acido nitrico ed acido cloroidrico, cioè colla così detta acqua regia, il cui costo rispetto a quello dell'acido nitrico, sta approssimativamente come 3:7.

Sì nell'uno che nell'altro liquido immersi animali previamente pesati per studiare le proporzioni dei liquidi occorrenti al loro totale disfacimento e, come era a prevedersi, la rapidità d'azione distruggente la forma e la sostanza si trovò in ragione diretta della quantità d'acido nitrico o d'acqua regia adoperate rispetto al peso dell'animale.

Ma considerando che appena immerso nell'uno o nell'altra il corpo dell'animale se ne imbeve e diventa innocuo e che, lasciandovelo pochi giorni (3-4) la distruzione della massa del corpo, il suo completo disfacimento può benissimo ottenersi adoperando un peso di liquido doppio di quello del corpo organico a distruggere, la questione economica sarebbe risolta, tanto più che mediante questo trattamento si ottengono prodotti utilizzabili per l'industria e per l'agricoltura assai più che per la cremazione o calcinazione a mezzo del fuoco.

Ma trascuriamo per ora tale lato economico della questione e vediamo dapprima comparativamente gli effetti di quantità uguali d'acido nitrico e di acqua regia sulla metà del loro peso di animale, organo o tessuto immerso.

In genere l'acido nitrico agisce più rapidamente e completamente con effervescenza e sviluppo, diversamente copioso, di vapori rutilanti; inoltre l'acido nitrico scioglie tutto, eccetto i grassi, i quali si raccolgono alla superficie come una schiuma di color giallo citrino, colorata quà e là in verde pistacchio (lipocromi).

L'analisi di questo grasso, previamente e ripetutamente ben lavato, ha dimostrato che consta di acidi grassi misti a piccola quantità di grassi neutri con tracce di glicerina e di colestearina. Esposto su lamina di platino alla fiamma si fuse, si carbonizzò e finalmente si distrusse senza lasciare traccia di cenere; durante questo trattamento si svolsero vapori irritanti. Il grasso si trovò solubile interamente nell'etere ed il residuo della soluzione eterea evaporata diede risultato positivo alla prova dell'acroleina.

Il liquido limpido su cui galleggia il grasso è di colore più bruno dell'acido nitrico adoperato; il suo peso specifico è diminuito, ma il volume ed il peso assoluto sono aumentati per l'acqua ed i solidi costituenti il corpo dell'animale ceduti all'acido nitrico nel quale si sono sciolti.

Questo liquido acidissimo s'intorbida all'aggiunta anche di poca acqua distillata; col riposo ritorna limpido ma sul fondo del recipiente si osserva allora un precipitato o deposito polveroso bianco sporco.

Posto ad evaporare in capsula di vetro o porcellana a bagno-maria od in stufa d'aria con termoregolatore, si fa man mano più bruno, sviluppa vapori rutilanti e finalmente si riduce in una massa sciropposa o gelatinosa, dalla quale di tanto in tanto erompono grosse bolle di gas che si fanno strada con violenza attraverso alla superficie liscia della densa massa. Per quanto si prolunghi l'evaporazione non si riesce mai a portare il residuo nella capsula a perfetta secchezza; questo residuo poltaceo è inoltre assai igroscopico e lo prova la rapidità colla quale aumenta in peso restando anche per poco tempo esposto all'aria.

Aggiungendo al residuo dell'acqua distillata anche in grande quantità questa ne scioglie appena due terzi; il terzo insolubile nell'acqua si scioglie però in grandissima parte nell'acqua acidulata con acido cloroidrico.

L'acqua regia invece agisce più lentamente, con poco sviluppo di vapori; a disfacimento completo dell'animale, dell'organo o del tessuto immersovi, nel recipiente si osserva:

1.° un sedimento costante, ora più ora meno copioso, il quale è polveroso o granuloso e di un colore bianco giallastro sporco;

2.° uno strato intermedio d'un liquido limpido citrino carico, cioè più colorato dell'acqua regia adoperata, di minor peso specifico ma di volume e peso assoluto aumentati;

3.° uno strato galleggiante di grasso giallognolo chiazzato verde pistacchio (lipocromi).

Questo grasso è, come quello che si ottiene coll'acido nitrico, costituito di acidi grassi, piccole quantità di grassi neutri e tracce di glicerina e colestearina.

Il liquido limpido sottoposto all'evaporazione in bagno-maria, dà un residuo che si dissecca più completamente ed è quasi del tutto solubile nell' acqua distillata.

Mentre faceva le esperienze per ottenere gli anzidetti risultati, che dirò grossolani perchè istituiti su animali interi, pensai di studiare l'azione di questi liquidi sui singoli tessuti animali ed incominciai con quantità uguali, in volume, di acido nitrico del commercio ed uguali quantità in peso di tessuto.

Espongo nel seguente quadro le determinazioni fatte colla collaborazione del mio bravo Assistente Dott. Gennaro d'Errico.

Quantità di HNO^3 in cc.	Tessuto in grammi	Colore dell'acido a disfacimento completo del tessuto	Sostanza galleggiante (Grasso)	Residuo solido del liquido ed acqua di lavamento	Acqua massima possibile contenuta nel tessuto
1. 100 cc.	Gr. 20 Cervello	2 (Scala Vogel)	Gr. 2,65	Gr. 3,00	Gr. 14,35
2. »	» » Intestino	3 »	» 0,65	» 4,00	» 15,35
3. »	» » Ossa fresche	2-3 »	» 3,50	» 23,00	
4. »	» » Cute	2 »	» 1,75	» 3,50	» 14,75
5. »	» » Reni	5 »	» 1,45	» 4,00	» 14,55
6. »	» » Muscoli	4 5 »	» 0,65	» 4,00	» 15,35
7. »	» » Milza	4-5 »	» 0,70	» 2,00	» 17,30
8. »	» » Fegato	5 »	» 0,80	» 3,00	» 16,20
9. »	» » Polmoni	5 »	» 1,90	» 3,50	» 14,60
10. »	» » Peli	6 »	» 0,75	» 16,00 (?)	» 3,25
11. »	» » Sangue defibrinato	4-5 »	» 0,20	» 2,00	» 17,80
12. »	» » Ossa calcin.	7 »	» 0,00	» 35,00 (?)	
13. »	» » Ossa decalc.	3 »	» 0,90	» 8,50	
14. »	» » Ossa fresche	2 »	» 3,65	» 20,00	

Risulta da questo quadro che tutti i tessuti, sebbene si abbia avuta cura di togliere dagli stessi per quanto possibile e meccanicamente il grasso aderente, ne contengono una certa quantità insolubile nell' acido

nitrico e che si può raccogliere su filtro e pesare. Naturalmente le ossa calcinate ne erano assolutamente prive, mentre le ossa fresche ne contengono da 17-18 % e perciò una percentuale di grasso poco diversa da quella dell' acqua. Certamente la scarsezza di grasso nel sangue adoperato non può considerarsi come costante, variando, come ben si conosce, a seconda del tempo (prima o dopo del pasto dell' animale) in cui venne raccolto.

Interessante è il fatto che 20 grammi di ossa fresche sciogliendosi in 100 cc. di acido nitrico danno all' evaporazione (ed all' opposto degli altri tessuti) un residuo che difficilmente si dissecca e segna una fissazione d' azoto o d' acido nitrico alla sostanza organica e più probabilmente all' inorganica dell' osso, dando così origine al fenomeno inatteso e quasi paradossale d' un residuo solido superiore al peso della sostanza adoperata. Dissi probabilmente fissato anche alle sostanze inorganiche dell'osso perchè lo stesso fatto cioè maggiore peso del residuo solido (gram. 35) si ottenne anche trattando 20 grammi di ossa calcinate con 100 cc. di acido nitrico.

Non voglio tacere, in fine, alcune osservazioni da noi fatte sui residui dell' acido nitrico evaporato e sono:

1.° i residui dei filtrati dei differenti tessuti hanno proprietà speciali comportandosi assai diversamente gli uni dagli altri, ma però costantemente nello stesso modo quelli d' un dato tessuto;

2.° tutti più o meno si fondono al calore ma alcuni gonfiandosi e facendosi bruni sviluppano gas infiammabili (filtrato del rene); altri formano un carbone molto voluminoso (peli); altri in fine si fondono, si anneriscono si gonfiano e poi, come i così detti serpenti di Faraone che si vendono spesso sulle piazze, emettono delle propaggini che si allungano, piegandosi ed accavallandosi in modo da risultarne delle volute o masse candidissime molto friabili, insolubili nell'acqua distillata e solubili nell'acqua acidulata con acido cloroidrico (ossa fresche).

Rapporto *sulla Memoria della dott.* M. Pasquale.

(Adunanza del dì 12 Dicembre 1903)

L' autore illustra accuratamente un *Palaeorynchus* scoperto nell'arenaria eocenica della Toscana e ne trae argomento per esporre interessanti osservazioni sulla famiglia *Palaeorynchidae* e sul valore generico e specifico dei suoi rappresentanti.

La sottoscritta Commissione propone che il lavoro della dott. Pasquale venga inserito, con la tavola che l'accompagna, negli *Atti* dell'Accademia.

A. della Valle
G. de Lorenzo
F. Bassani, *relatore*.

Su di un *Palaeorhynchus* dell' arenaria eocenica di Ponte Nuovo presso Barberino di Mugello (*prov. di Firenze*); *Memoria della dott.* **Maria Pasquale.**

(Adunanza del dì 21 Novembre 1903) — (Sunto dell' Autore)

Questa Memoria si riferisce allo studio di un esemplare della famiglia *Palaeorhynchidae,* pel quale sono stata indotta a riunire i due generi *Palaeorhynchus* e *Hemirhynchus* e a ridurre a due, *Deshayesi* e *glarisianus*, le specie fin qui descritte per tale famiglia.

Vi è unita una tavola con la riproduzione fotografica del fossile.

Sulla rigenerazione del parenchima ovarico e sul tipo di struttura dell' ovaja di Delfina; *Nota del socio ordinario* **Giovanni Paladino.**

(Adunanza del dì 5 Dicembre 1903)

Con questa Nota richiamo l' attenzione degli osservatori sull' importanza dell' ovaja di Delfina (*Delphinus delphis*) per sempre meglio dilucidare alcune questioni che tuttavia si agitano sulla costituzione istologica del detto organo e sul processo intimo dell' ovogenesi e rigenerazione del parenchima ovarico nello stato adulto.

Meglio anche delle favorevoli condizioni presentate dall' ovaja dell' orsa per un simile studio, siccome io di già rilevai con un mio lavoro presentato a questa Accademia [1]), l' ovaja di *Delphinus delphis* offre anche più chiari i dati per risolvere addirittura le questioni che si agitano: *a*) sul tipo di struttura dell' ovaja, *b*) sulla genesi unica e comune delle uova e degli elementi della granulosa, *c*) sul movimento mitotico degli ovogonii o delle uova primordiali, e loro neoformazione postembrionale per tutto il periodo adulto sino alla sterilità.

I.

In ordine al tipo di struttura dell' ovaja va innanzi tutto ricordato che per quella in generale dei mammiferi la rete dei tubi o cordoni ovarici è solo possibile rappresentarsela mercè immagini di ricostruzione, cioè mercè disegni fatti coll' aiuto di osservazioni su molti preparati o di molte osservazioni su tagli in serie.

Di poi non va dimenticata la dottrina della rigenerazione continua del parenchima ovarico insieme all' altra della caducità del parenchima ovarico.

Questa dottrina da me fondata ha fatto lento ma lungo cammino.

Combattuta dapprima, oggi alcuni di coloro che l' ammettono si limitano a dire che dove negli animali inferiori dura per tutta la vita, nei superiori si limita al periodo embrionale e non oltre i primi tempi della vita estrauterina, e secondo Waldeyer non oltre i primi due anni nella donna.

In cambio la rigenerazione del parenchima ovarico avviene per tutto il periodo della fecondità con differenza di proporzione in senso inverso dell' età ed in diretto rapporto col grado di prolificità degli animali.

D'accordo con quanto io ho sostenuto Buhler [2]), Regnier [3]) ed Holl [4]) ammettono per osservazione in diversi mammiferi (coniglia, gatta, ratto ecc.) la nuova formazione di uova e di follicoli nel periodo adulto.

Molto importante e di molto valore per la questione è lo studio di von Ebner sull' ovaja di una giovane donna (di anni 22) riferito nel 3° volume del Kölliker' Handbuch così magistralmente da lui redatto [5]). Egli conclude che neoformazione di nuove uova e di nuovi follicoli in dipendenza dell' epitelio germinativo in donna adulta non è da escludersi, sia che avvenga senza l'intermedio dei tubi o dei cordoni ovarici, e sia che avvenga in modo tipico cioè colla neoformazione dei cordoni o tubi ovarici ed ulteriore svolgimento dei follicoli primordiali. Duval ammette senza riserve e senza limitazione la neoformazione di uova ecc. [6]). Van Beneden consente la neoformazione nella pipistrella [7]). Positivi e pregevoli risultati sono quelli raggiunti ultimamente da Clivio con un suo accurato studio sull' ovaja di donna e concorrenti a dimostrare la neoformazione di uova anche nel periodo adulto [8]).

Cosicchè l' ovogenesi ininterrotta nella vita estrafetale sino alla sterilità nella donna ed in generale nei mammiferi va sempre più confermandosi, e le diverse contraddizioni e riserve che ancora vi sono sull' argomento finiranno per sparire come saranno più fermamente e senza idee preconcette meditate le diverse condizioni che influiscono sul processo intimo fisiologico dell' ovaja pure da me in gran parte illustrate.

Intanto l' ovaja della delfina, anche meglio di quantò si presti quella dell' orsa, fa vedere in modo inarrivabile la rete dei cordoni o dei tubi ghiandolari, i quali si ramificano e si approfondano senz' ordine ed in differente direzione per tutta la zona corticale dell'ovaja, nella quale zona quasi « si ha a fare con quanto si vede in un terreno ove vi fosse un « rizoma od una radice irregolarmente reticolata e tuberosa. I tubi ghian- « dolari non hanno parete e sono di diverse dimensioni nei differenti punti « della stessa ovaja e nelle diverse ovaje dei differenti animali » [9]).

Tale disposizione che io descrissi per i mammiferi in generale corrisponde mirabilmente a quanto si vede nella fig. III della tavola qui annessa. In detta figura è fedelmente riprodotta la rete dei cordoni o tubi ghiandolari ovarici da un solo taglio di ovaja di delfina, e dove si osservano in *a* l' epitelio superficiale, in *bbb* tratti di rami della rete, in *c* un tratto di cordone ovarico immediatamente sotto i piani superficiali del connettivo

dello stroma, in *dd* due approfondamenti dell'epitelio superficiale ed in *eee* i follicoli primordiali.

La continuazione o la distesa della rete tra l' epitelio ed i follicoli primordiali risulta della massima evidenza, e mentre può avvenire da per ogni dove l' approfondamento dell' epitelio soprastante, sempre più marcatamente si avvera lungo le facce laterali, e lungo le incisure profonde o crateriformi che nell' ovaja della delfina si trovano tra lobo e lobo come se ne ha l'idea dando uno sguardo alla fig. II, nella quale le due principali o profonde incisure *ii* tripartiscono o dividono quasi in tre lobi la massa dell' ovaja.

Da molti o dalla generalità degli osservatori si sostiene che la disposizione a rete del parenchima ovarico si possa soltanto vedere nel periodo fetale, ma l' ovaja della delfina dà la più solenne smentita ad un tal modo di vedere.

Come si rileva dalle fig. III, IV e V questa rete anche in un sol taglio si vede in evidente connessione in sopra coll' epitelio superficiale o germinativo ed in sotto cioè nei diversi piani dello strato corticale si trova in continuazione con follicoli primordiali. La connessione coll' epitelio superficiale può osservarsi in questo o quel punto della superficie, ma è sempre più spiccata lungo le facce laterali e molto di più lungo i bordi delle profonde incisure, analogamente a quanto avviene nell' ovaja degli altri mammiferi a cominciare dalla donna, e che nella delfina si trovano tra lobo e lobo in cui é divisa la massa ovarica.

Anzi queste incisure sono in massima un buono indizio apparente per andare a rintracciare ove l' ovaja presenta più vivace il movimento di rigenerazione del suo parenchima. Ed anche per questo l' ovaja della delfina si presta bene come se ne ha l' esempio nella fig. I, la quale rappresenta una delle due ovaje raffigurata per le due facce, destra e sinistra. Sull' una come sull' altra si notano in *iiii* le incisure che solcano in varia direzione l' organo e si approfondano in vario grado nello strato corticale. Le maggiori sono quelle che si trovano tra lobo e lobo, come è chiaramente dimostrato dalla fig. II, che riproduce una sezione trasversa dell' ovaja coll' indicazione in *ii* delle maggiori incisure che solcano l'organo.

Non vi è traccia di tubi o cordoni *parenchimali ovarici* nel così detto bulbo o parte midollare dell' ovaja, e tale mancanza come nella delfina si riscontra in massima nell' ovaja delle femine adulte, ad eccezione di quelle di alcune specie, quali la gatta, la cagna ecc., e sopratutto in quei casi nei quali per castrazione unilaterale o per altro momento è cresciuto il movimento rigenerativo del parenchima ovarico.

Viceversa detti tubi o cordoni non mancano generalmente nel periodo fetale e nel principio della vita estrauterina. Per quanto riguarda la loro genesi è da rifiutarsi l' affermazione di coloro che li ritengono dipendenti dalla rete parenchimale dello strato corticale.

Come io dimostrai di già nella mia Monografia su citata il lavorìo di approfondamento dell' epitelio superficiale si avvera nell' embrione ed al principio della vita estrauterina tanto a così dire in modo concentrico quanto in senso eccentrico, cioè i cordoni o tubi parenchimali ovarici provvengono oltrecchè dall' epitelio germinativo che covre il margine convesso e le facce laterali dell' ovaja addentrandosi irregolarmente verso il centro, altresì dall' epitelio germinativo che covre il margine incurvato o l' ilo dell' ovaja. Gli approfondamenti epiteliali che si svolgono in questo punto si addentrano quasi irraggiandosi nella parte midollare o nel così detto bulbo dell' ovaja.

Questo stato di fatto riguardante la presenza di cordoni parenchimali ovarici nel bulbo o nella parte midollare rende sempre più erronea e quindi da rigettarsi la denominazione di strato parenchimale a tutta la zona corticale, e tuttavia da non pochi oggigiorno ripetuta.

Intanto se nel bulbo dell' ovaja di delfina adulta mancano i cordoni o tubi parenchimali, non fanno difetto i *canali midollari*, residui dell' organo segmentale o del corpo di Wolff.

Come si nota nella fig. II che riproduce una sezione intera e trasversa dell' ovaja in esame, il bulbo *sm* porta in *cn* frammenti dei canali midollari irregolarmente divisi, variamente larghi ed in comunicazione tra loro. Sono rivestiti da un epitelio a tratti cilindrico ed a tratti cubico e poliedrico.

Rappresentano quindi la parte intraovarica dell' epoforo senza molto prolungarsi nel bulbo come pure è il caso di loro distribuzione nella cagna e nella gatta, e molto meno distendersi sin nello stroma della zona corticale come si deve osservare nei roditori quali la cavia, la coniglia, la lepre ecc. [10]).

Ricordano piuttosto le analoghe formazioni dell' ovaja della donna, della vacca ecc. Come in queste i canali midollari residuali del corpo di Wolff hanno uno sviluppo limitato, e restano perciò indipendenti nonchè distanti dal parenchima ghiandolare ovarico, che nell'adulto non oltrepassa la zona o strato corticale dell' organo.

II.

La genesi oramai dalla stessa sorgente dell' uova primordiali e dell' epitelio follicolare o granulosa dovrebbe essere indiscussa; però non mancano di quelli che continuano a dare ai due elementi un origine diversa.

Egli è così che Semon [11]), Rabl [12]) e Tourneux [13]) hanno affermato che gli elementi della granulosa provvengano dai canali midollari o tubi residuali dell' organo segmentale, avvalorando un dubbio che già avevano emesso il Kölliker ed il Rouget a proposito dello sviluppo dei follicoli nella cagna, nella gatta, nella volpe, e non tenendo presente

che i canali midollari sono distanti dal parenchima ovarico e dagli approfondamenti dell' epitelio germinativo come pure hanno messo in rilievo Korschelt ed Heiler [14]), Clivio [15]) ed altri.

D' altra parte Gastell [16]) e sopratutto Wendeler [17]) sono favorevoli alla derivazione degli elementi della granulosa dal connettivo interstiziale ripetendo un'opinione già difesa da Schrön [18]), Foulis [19]), Bertè e Cuzzi [20]) ed altri.

Harz [21]), Roule [22]) e Fol [23]) l' hanno fatto provvenire nei mammiferi come negli invertebrati dallo stesso uovo. Ed infine His [24]) e Cunningham li fanno provvenire dalle cellule migratrici.

L' ovaja della delfina dimostra colla maggiore evidenza la derivazione comune delle uova primordiali od ovogonii e degli elementi della granulosa dall' epitelio germinativo, e quindi per lo meno non è necessaria come ben dice von Ebner ricorrere ad altra sorgente per gli elementi della granulosa.

E difatti tanto dai varii punti della parte sporgente della superficie ovarica, quanto e molto di più da punti delle facce laterali e dai bordi delle incisure l' approfondamento dell' epitelio superficiale o germinativo è dei più manifesti. Si dia uno sguardo alla fig. III ritratta a piccolo ingrandimento e si vedrà manifesta l' invaginazione dell' epitelio superficiale in *dd*. Anche più chiara risulta l' invaginazione dell' epitelio superficiale nella fig. IV, che riproduce un tratto di una grande incisura *i*. In *mm* sono riprodotti i due margini della stessa e lungo quello di destra guardando la figura sono notevoli in *dd* due approfondamenti dell' epitelio superficiale ed il loro corso irregolare.

Lo stroma dell' ovaja termina in superficie e sotto l' epitelio superficiale senza addensarsi e senza ispessirsi da costituire un' albuginea, cosicchè non si può ricorrere in nessuna guisa a questo preteso ostacolo per combattere l' invaginazione dell' epitelio superficiale o germinativo. Le opposizioni fatte dal Nagel alla giusta interpretazione da me data ai detti approfondamenti restano inani, dappoichè non si può per essi pensare ad un processo patologico e nè che si tratti di approfondamenti residuali dei processi primitivi.

Sin' ora mi è mancata l' opportunità di esaminare un' ovaja embrionale di delfina, ma da quello che si vede nello stato adulto è legittimo sospettare che il detto lavorìo dell' epitelio superficiale debba essere dei più cospicui. Un tale esame verrebbe molto a proposito dopo quanto ultimamente ha sostenuto il Skrobansky, e per cui nelle ovaje di embrioni suini lo *strato corticale* rappresenta bensì una parte del parenchima primario, ma non nasce per *proliferazione dell' epitelio germinativo*.

Inoltre secondo lo stesso le cellule superficiali *perdono* il potere di generare prodotti sessuali, e se si moltiplicano l' è per coprire la superficie e non per produrre nuove cellule sessuali! Cosicchè per il detto autore l' epitelio germinativo già nell' embrione ha perduto il potere di

generare parenchima ovarico e di produrre nuove uova, il che contrasta con tutte le osservazioni fatte sin'ora nell'embrione e nella vita estrauterina, e quindi sino a pruova in contrario non ha che il valore di una opinione puramente personale [25]).

L'epitelio superficiale ovarico in cambio nel feto e nella vita estrauterina sino al periodo della menopausa o della sterilità ha il potere di di rigenerare il parenchima ovarico. Come dall'inizio allorquando la glandola è in uno stato indifferente, e poscia comincia a differenziarsi in elementi sessuali ed in elementi epiteliali dei cordoni ovarici e dei follicoli, così continua in seguito nella vita estrauterina. Le fig. III, IV e V ne danno una dimostrazione lampante.

III.

Dall'epitelio superficiale nello stato iniziale si svolgono qua e là uova primordiali od ovogonii. Si distinguono subito perchè mentre l'epitelio superficiale è cilindrico con elementi a forte nucleo allungato e con protoplasma chiaro molto spiccato verso la base, si svolgono elementi rotondi in massima con nucleo del pari rotondo e con protoplasma che si colora in rosa col miscuglio di scarlatto e di ematossilina o di emalaum Mayer nella proporzione di una parte di scarlatto e di due parti di una delle altre due soluzioni, cioè di ematossilina o di emalaum.

Dallo stesso epitelio cilindrico nasce l'epitelio poliedrico e talora come cubico dei tubi o cordoni ghiandolari e dei follicoli primordiali.

Le uova primordiali si possono individualizzare o nell'epitelio germinativo superficiale o lungo i tubi ghiandolari al principio dell'approfondamento.

Danno spiccato esempio di uova primordiali o di ovogonii le fig. IV e V, le quali colle lettere *og* indicano perciò i detti elementi rotondi con zona di protoplasma roseo alla colorazione dello scarlatto e con un nucleo relativamente grosso e ricco di cromatina.

Tali elementi sono in evidente periodo evolutivo, indicato e dalla dimensione che gradatamente acquistano come si avanzano nei tubi ghiandolari da raggiungere la dimensione di 70 ad 80 e più μ partendo da 6 a 9μ e subendo caratteristica differenziazione nel nucleo. Ed in vero cresce in dimensione, si fornisce come di una parete, e di una spiccata rete di cromatina a rami ineguali per lunghezza e con sostanza acromatica interposta. In un punto eccentrico della rete si distingue il nucleolo e qua e là granuli corrispondenti alle sezioni reali o virtuali dei rami della rete o lungo il loro corso o dove si dividono. Lungo i rami si trovano, dopo trattamento opportuno, accumulati granulazioni finissime, che a quanto pare si debbano paragonare a quelle granulazioni acidofile costituite secondo Heidenhain di *lantanina*.

Ho detto che gli ovogonii crescono a norma di come si avanzano, e non a norma del loro approfondamento, dappoichè il corso dei tubi o cordoni parenchimali è irregolare, quindi il loro svolgersi è nei più diversi sensi e perciò può benissimo avvenire che una sezione di un tubo

che corre parallelamente alla superficie può presentare un ovogonio sotto i primi strati dello stroma più grande di quelli che si trovano più sotto in altri punti della rete parenchimale. Fatta però questa avvertenza, e rilevata qualche eccezione a norma di essa, pel resto le uova primordiali crescono a norma come si allontanano dalla superficie.

È notevole il lavorìo nucleare come gli ovogonii si sviluppano. Oltrecchè crescere e differenziarsi nel modo caratteristico, a norma di come si è detto più indietro, gli ovogonii presentano qua e là cangiamenti nel nucleo da ricordare gli stadii mitotici dello spirema e del dispirema.

Si guardino le fig. VI, VII ed VIII e si vedranno chiaramente rappresentati nell' una il nucleo a riposo, nell' altra lo spirema e nella terza il dispirema. Nella prima è nitida la immagine del nucleo a riposo *nr*, col nucleolo *nl* e la rete cromatica *rc*. Nella seconda si è perduta la parete, è scomparso il nucleolo, non vi sono altre granulazioni, e la cromatina si è trasformata in una rete più fitta, in rami più regolari e visibilmente anche più grossi. Nella terza un cospicuo dispirema, cioè due apparenti gomitoli o due reti egualmente fitti e con rami regolari ed eguali.

Questi stadii mitotici che fanno supporre gli altri della serie sono indizii che negli ovogonii vi è movimento cariocinetico a norma di quanto io pel primo ho dimostrato negli ovogonii degli altri mammiferi e sopratutto nelle ovaje di cagna e di gatta.

Un tale movimento nucleare ribadisce sempre di più la nuova genesi di uova negli adulti, e serve a rispondere vittoriosamente fra gli altri a Winiwarter, che ha negato la nuova formazione di uova negli adulti anche perchè non era arrivato a trovare le metamorfosi caratteristiche del nucleo nelle uova evolventisi [26]).

Tutto ciò che precede illustrato dalle figure riportate nella tavola annessa mi autorizza a concludere che:

1) L' ovaja della delfina (Delphinus delphis) dà materiale opportuno per risolvere alcune delle controversie che ancora si agitano sul tipo della sua struttura e sulla funzione dell' ovogenesi.

2) Anche nell' adulto presenta chiara la disposizione a rete del parenchima glandolare che corre tra l' epitelio superficiale e lo iniziarsi dei follicoli primordiali.

3) La genesi delle uova e degli elementi della granulosa è unica, cioè dall' epitelio germinativo, dai cui elementi si differenziano gli ovogonii e le cellule dei cordoni e dei follicoli ovarici.

4) La nuova formazione delle uova ed in generale del parenchima ovarico non si arresta dopo la nascita ma si continua nell'adulto per tutto il periodo della fecondità. Non manca la pruova degli stadii mitotici presentati dagli ovogonii.

5) I canali midollari, residui dell' organo segmentale o del corpo di Wolff, hanno limitato sviluppo, analogamente a quanto si osserva nelle ovaje della donna e di altre femmine unipare di mammiferi.

LAVORI CITATI NELLE PAGINE PRECEDENTI

[1]) *Pel tipo di struttura dell'ovaja* — Rendiconto della R. Accademia delle Scienze fisiche e matematiche — Napoli, fasc. nov. 1897.

[2]) Buhler, *Beiträge zur Kenntniss der Eibildung beim Kaninchen und der Markstränge des Eierstockes beim Fuchs und Menschen,* in Zeitschr. f. wissensch. Zool. Vol. 58.

[3]) Vedi Kölliker, *Handbuch der Gewebelehre* redatto dal Prof. von Ebner. Vol. III, p. 529 e seg. Leipzig, 1902.

[4]) Holl, *Ueber die Reifung der Eizelle bei den Säugetieren. Sitzb. d. Kais. Akad. d. Wiss. mat. natur.* Wien 1893.

[5]) *Köllikers Handbuch.* Vol. 3°, redatto dal Prof. Victor von Ebner, pag. 522 e seg. Leipzig 1902.

[6]) Duval, *Précis d'Histologie,* deuxième édition. Paris 1900, pag. 118.

[7]) Van Beneden, *Archiv. de Biologie,* tom. I.

[8]) Clivio, *Di alcune particolarità anatomiche osservate in ovaje infantili* — Annali di Ostetricia e Ginecologia. Vol. XIV, num. 5, Milano 1903.

[9]) Paladino G., *Ulteriori ricerche sulla distruzione e rinnovamento continuo del parenchima ovarico,* con IX grandi tavole litografate. Napoli 1887. Inoltre nell'*Anat. Anzeiger,* Jena 1887.

— *La rinnovazione del parenchima ovarico nella donna* — Monitore zoologico italiano, Anno 5°.

[10]) Paladino G., Vedi la Monografia citata: *Ulteriori ricerche* ecc.

[11]) Semon, v. memoria cit. da Clivio.

[12]) *Beiträg zur Histologie des Eierstockes des Menschen und der Säugetiere* — Anatom. Heft von Merkel und Bonnet, Vol. XI, 1899.

[13]) Tourneux, *L' organe de Rosenmüller et le parovarium chez les mammifères.* Journal de l' anat. et de la physiologie, 1888.

[14]) Korschelt und Heider, *Lehrbuch der vergleichenden Entwinkelungssgeschichte der wirbellosen Tiere.* Jena, 1903.

[15]) Winiwarter, *Recherches sur l'ovogenèse et l'organogenèse de l'ovaire des mammifères.* Archives de Biologie. Vol. XVII, 1901.

[16]) Gastell, *Contribution à l'étude des follicules de Graaf et des Corps jaunes.* Paris, 1891.

[17]) Vedi Clivio, mem. cit.

[18]) O. von Schrön, *Beiträge zur Kenntniss der Anatomie und Physiologie des Eierstockes der Säugetiere,* 1863. Zeitschrift f. w. Zool., vol. XII.

[19]) Foulis, *The developpement of the ova and the other structure of the ovary in man and the mammalia* ecc.

— *The ovar and ovary in man and other mammalia*, 1876.

[20]) Bertè e Cuzzi, *Contributo all' anatomia dell' ovario della donna gravida*. Rivista clinica di Bologna, 1884.

[21]) Harz, *Beiträge zur Histologie des Ovariums der Säugethiere*. Archiv. f. mik. Anat. Vol. XXII, 1883

[22]) Roule, *La structure de l' ovaire et la formation des oeufs chez les Phallusiades*. Paris, 1883.

[23]) Fol, *Sur l' origine des cellules du follicule et de l'ovule chez les ascidies et chez d' autres animaux*. Comptes rendus de l' Acad. des sciences de Paris, 1883.

[24]) His, *Beobacht. über d. Bau d. Säugethiereierstockes*, 1865.

[25]) Skrobansky, *Beiträge zur Kenntnis der Oogenese bei Säugetieren*. Arch f. m. Anat., vol. LXII, 1903.

SPIEGAZIONE DELLE TAVOLE

Fig. I. — Ovaja della Delfina raffigurata ad occhio inerme nelle due facce, destra e sinistra. *iiiii* Incisure che solcano in varia direzione l' organo e si approfondano in vario grado nello strato corticale.

Fig. II. — Sezione trasversa dell' ovaja di Delfina. *ii* Le due incisure maggiori dell' organo, per cui resta quasi diviso in tre lobi. *sm* Bulbo o sostanze midollari, *cn* Canali midollari (residui dell'organo segmentale), *sc* sostanza corticale, *at* sezione di arteria.

Fig. III. É rappresentato un sol taglio dell' ovaja, e dove si vede in *aa* l' epitelio germinativo, in *bbb* tratti di rami della rete dei cordoni parenchimali ovarici, in *c* un tratto di cordone ovarico superficiale, in *dd* due approfondamenti dell' epitelio superficiale, ed in *eee* follicoli primordiali.

Fig. IV. — Tratto di una grande incisura *i*; *mm* margini della detta incisura; *dd* approfondamenti dell' epitelio superficiale e loro corso irregolare; *og* ovogonii od uova primordiali.

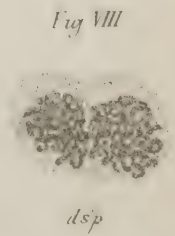
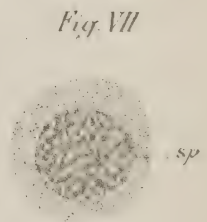
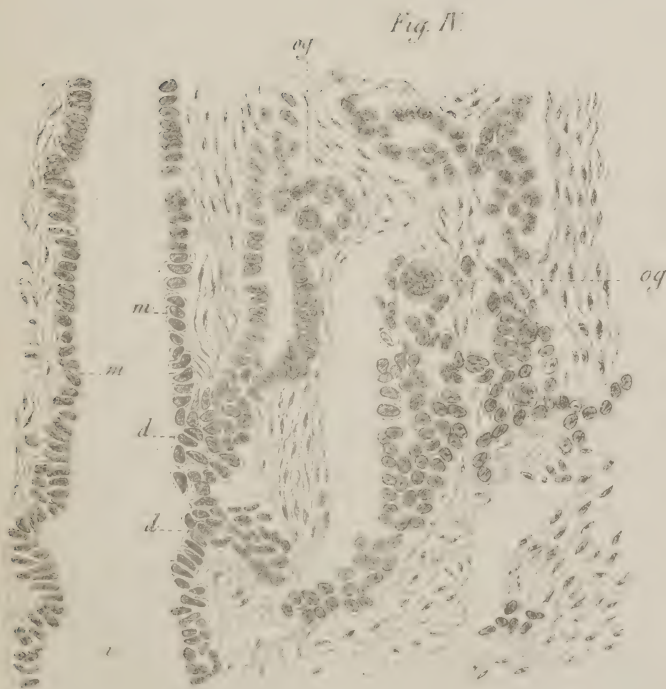
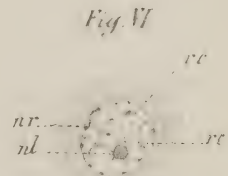
Fig. V. — È rappresentato un tratto della sostanza corticale: *aa* epitelio germinativo; *bb* rami della rete; *d* approfondamento dell' epitelio superficiale con un ovogonio *og*.

Fig. VI. — Ovogonio con nucleo a riposo *nr*, con rete nucleare cromatica *rc*, e con nucleolo *nl*.

Fig. VII. — Ovogonio con spirema *sp*.

Fig. VIII. — Ovogonio, con due spiremi *dsp*.

De Pietro Fr. dis.

De Pietro Fr. dis.

INTORNO ALL' ALGORITMO DI EUCLIDE; *Nota del socio ordinario* Alfredo Capelli.

(Adunanza del dì 19 Dicembre 1903)

In questa Nota presento alcuni studii da me fatti intorno all' algoritmo di Euclide, cioè intorno a quei numeri che si presentano nella ricerca del massimo comun divisore, a_k, fra due interi positivi dati a_0 ed a_1 ($a_0 > a_1$) secondo l' algoritmo ben noto:

$$a_0 = q_1 a_1 + a_2 , \quad a_1 = q_2 a_2 + a_3 , \ldots , a_{k-2} = q_{k-1} a_{k-1} + a_k , \quad a_{k-1} = q_k a_k$$

Questi studii hanno avuto la loro origine in certe ricerche nelle quali mi si era affacciata la questione di caratterizzare *a priori*, dati a_0 ed a_1, la parità o disparità del numero dei quozienti $q_1, q_2, \ldots, q_k$, indipendentemente dall' effettiva esecuzione delle divisioni che successivamente si presentano quando si applichi ai due numeri a_0 ed a_1 l' algoritmo di Euclide. A questo proposito sono giunto al seguente risultato: *se* a_0 *è primo con* a_1, *il numero* k *delle successive divisioni è pari ovvero dispari, secondochè il valore positivo minimo di* y *soddisfacente la congruenza*:

$$a_0 y \equiv 1 \qquad (\text{mod } a_1)$$

è minore ovvero maggiore di $\frac{a_1}{2}$.

A questo risultato se ne sono però venuti aggiungendo anche altri che non mancano forse di qualche novità; e questi pure vengono quì stabiliti così come essi mi si sono presentati nell' ulteriore svolgimento di quegli stessi procedimenti dimostrativi che mi hanno servito a stabilire il primo.

I.

1. Presi a piacere i numeri $q_1, q_2, \ldots, q_k$ ed $a_k, \xi_{k-1}, \eta_{k-2}$, imaginiamo dedotti da essi i numeri del quadro:

$$\begin{array}{cccccccc} a_0 & a_1 & a_2 & \ldots & a_{k-3} & a_{k-2} & a_{k-1} & a_k \\ \xi_0 & \xi_1 & \xi_2 & \ldots & \xi_{k-3} & \xi_{k-2} & \xi_{k-1} & \\ \eta_0 & \eta_1 & \eta_2 & \ldots & \eta_{k-3} & \eta_{k-2} & & \end{array} \qquad (1)$$

mediante le relazioni:

$$\begin{array}{ll} a_i = q_{i+1}\, a_{i+1} + a_{i+2} & (i = 0, 1, \ldots, k-1) \\ \xi_i = q_{i+1}\, \xi_{i+1} + \xi_{i+2} & (i = 0, 1, \ldots, k-2) \\ \eta_i = q_{i+1}\, \eta_{i+1} + \eta_{i+2} & (i = 0, 1, \ldots, k-3) \end{array} \qquad (2)$$

nelle quali si intenderà:

$$a_{k+1} = 0 , \qquad \xi_k = 0 , \qquad \eta_{k-1} = 0 . \qquad (3)$$

Dalle tre uguaglianze (2) corrispondenti ad un medesimo valore di i segue facilmente che, se esiste un numero ρ pel quale sia:

$$a_{i+2} = \rho\,\xi_{i+2} + \eta_{i+2} \quad , \quad a_{i+1} = \rho\,\xi_{i+1} + \eta_{i+1} \, ,$$

sarà anche:

$$a_i = \rho\,\xi_i + \eta_i \, .$$

Similmente poi si dedurrà dalle due uguaglianze:

$$a_{i+1} = \rho\,\xi_{i+1} + \eta_{i+1} \quad , \quad a_i = \rho\,\xi_i + \eta_i \, ,$$

in virtù delle stesse relazioni (2), l'uguaglianza

$$a_{i-1} = \rho\,\xi_{i-1} + \eta_{i-1}$$

e così proseguendo si otterrà finalmente l'eguaglianza:

$$a_0 = \rho\,\xi_0 + \eta_0 \, .$$

Prendendo dunque, come ci è lecito, $i = k - 3$, vediamo che, se esiste un numero ρ soddisfacente alle condizioni:

$$a_{k-1} = \rho\,\xi_{k-1} + \eta_{k-1} \quad , \quad a_{k-2} = \rho\,\xi_{k-2} + \eta_{k-2} \, , \tag{4}$$

sarà anche:

$$a_i = \rho\,\xi_i + \eta_i \qquad (i = 0\,,\ 1\,,\ 2\,, \ldots, k-1)$$

Essendo ora per le (2):

$$a_{k-1} = q_k a_k \quad , \quad a_{k-2} = q_k q_{k-1} a_k + a_k \quad , \quad \xi_{k-2} = q_{k-1} \xi_{k-1} \, ,$$

le condizioni (4) equivalgono alle due seguenti:

$$\xi_{k-1}\rho = a_k q_k \quad , \quad \eta_{k-2} = a_k$$

le quali si troveranno manifestamente soddisfatte prendendo

$$\xi_{k-1} = a_k \quad , \quad \eta_{k-2} = a_k \quad \text{e} \quad \rho = q_k \, .$$

Dunque: *se i numeri ξ_{k-1} ed η_{k-2} si assumono uguali ad a_k, sussisteranno le uguaglianze*:

$$a_i = q_k \xi_i + \eta_i \qquad (i = 0\,,\ 1\,, \ldots, k-1) \, .$$

2. Dalle relazioni (2) si ha subito:

$$\begin{vmatrix} a_i & a_{i+1} \\ \xi_i & \xi_{i+1} \end{vmatrix} = - \begin{vmatrix} a_{i+1} & a_{i+2} \\ \xi_{i+1} & \xi_{i+2} \end{vmatrix}, \qquad (i = 0\,, 1\,, \ldots, k-2)$$

d'onde segue poi facilmente:

$$\begin{vmatrix} a_i & a_{i+1} \\ \xi_i & \xi_{i+1} \end{vmatrix} = (-1)^{k-i+1} \begin{vmatrix} a_{k-1} & a_k \\ \xi_{k-1} & \xi_k \end{vmatrix} = (-1)^{k-i} a_k \xi_{k-1} \tag{5}$$

Supponendo che a_0 ed a_1 siano due numeri interi positivi primi fra loro ($a_0 > a_1$) scelti a piacere e $q_1, q_2, \ldots, q_k$ i quozienti successivi che si presentano nella ricerca del massimo comun divisore fra a_0 ed a_1; cosicchè $a_k = 1$ e $q_k > 1$, saranno appunto verificate le relazioni:

$$a_i = q_{i+1} a_{i+1} + a_{i+2} \qquad (i = 0, 1, \ldots, k-1)$$

dai numeri stessi a_0 ed a_1 e dai resti $a_2, a_3, \ldots, a_{k-1}, a_k = 1$ delle successive divisioni. Se dunque si prenda poi

$$\xi_{k-1} = a_k = 1,$$

la formola (5) ci darà:

$$a_0 \xi_1 - a_1 \xi_0 = (-1)^k .$$

II.

1. Essendo a_0 ed a_1 ($a_0 > a_1$) due numeri dati interi positivi e primi fra loro, si voglia risolvere l'equazione indeterminata:

$$a_0 y - a_1 x = 1 . \qquad (1)$$

Se indichiamo con $\overline{y}$ il più piccolo valore intero e positivo di y che, congiunto con un opportuno valore intero di x, soddisfa a questa equazione, e con $\overline{x}$ il più piccolo valore positivo di x che congiunto con opportuno valore intero di y soddisfa la stessa equazione, è facile riconoscere che sarà precisamente:

$$a_0 \overline{y} - a_1 \overline{x} = 1 .$$

Noi chiameremo per brevità la coppia $\overline{x}, \overline{y}$ così definita, la coppia *minima* dei valori di x ed y soddisfacenti all' equazione (1). Sarà simultaneamente:

$$\overline{x} < a_0 \quad , \quad \overline{y} < a_1$$

e, reciprocamente, queste due relazioni caratterizzeranno completamente la coppia $\overline{x}, \overline{y}$.

2. Ciò premesso, siano $q_1, q_2, \ldots, q_k$ i quozienti che si presentano nella ricerca del massimo comun divisore fra a_0 ed a_1, mediante i quali si calcola facilmente col noto procedimento di Lagrange *) una soluzione dell' equazione (1); cosicchè, detti $a_2, a_3, \ldots, a_k$ i successivi resti, l'ultimo dei quali $a_k = 1$ è il massimo comun divisore di a_0 ed a_1, si avranno le relazioni:

$$a_0 = q_1 a_1 + a_2 \; , \; a_1 = q_2 a_2 + a_3 , \ldots , a_{k-2} = q_{k-1} a_{k-1} + a_k \; . \; a_{k-1} = q_k q_k a_k = q_k \qquad (2)$$

*) Memorie di Berlino 1768.

Per quanto si è notato in fine del precedente §, l' equazione (1) sarà soddisfatta per

$$y=(-1)^k\xi_1 \quad , \quad x=(-1)^k\xi_0 \tag{3}$$

essendo ξ_0 e ξ_1 i due numeri interi e positivi dedotti dalle $q_1, q_2, \ldots q_k$ mediante le relazioni:

$$\xi_0=q_1\xi_1+\xi_2 \;,\; \xi_1=q_2\xi_2+\xi_3 ,\ldots,\ldots, \xi_{k-3}=q_{k-2}\xi_{k-2}+1 \;,\; \xi_{k-2}=q_{k-1} \tag{4}$$

Dal paragone di quest'ultime relazioni colle corrispondenti relazioni (2) appare facilmente che:

$$\xi_{k-2}<a_{k-2} \;,\; \xi_{k-3}<a_{k-3},\ldots,\xi_1<a_1 \;,\; \xi_0<a_0 \tag{5}$$

3. Se k è pari, la soluzione (3) ci dà dunque per y ed x due numeri interi positivi rispettivamente minori di a_1 ed a_0.

Nel caso di k pari si ha pertanto precisamente

$$\overline{y}=\xi_1 \quad , \quad \overline{x}=\xi_0 \tag{6}$$

Intanto, se η_0 ed η_1 sono i numeri interi positivi dedotti dalle $q_1, q_2, \ldots, q_k$ mediante le relazioni

$$\eta_0=q_1\eta_1+\eta_2 \;,\; \eta_1=q_2\eta_2+\eta_3,\ldots, \eta_{k-4}=q_{k-3}\eta_{k-3}+1 \;,\; \eta_{k-3}=q_{k-2} \,,$$

si ha per quanto si è trovato nel § precedente (art. 1):

$$a_0=q_k\xi_0+\eta_0 \quad , \quad a_1=q_k\xi_1+\eta_1$$

d' onde segue manifestamente, poichè $q_k \geqq 2$, che

$$a_0>2\xi_0 \quad , \quad a_1>2\xi_1 \tag{7}$$

e quindi anche per le (6):

$$\overline{y}<\frac{a_1}{2} \quad , \quad \overline{x}<\frac{a_0}{2} \,.$$

4. Supponiamo ora che k sia dispari. In questo caso, per dedurre dalla soluzione (3) dell'equazione (1) la soluzione minima $\overline{x}$, $\overline{y}$, bisognerà prendere, in luogo dei valori (3), i valori:

$$\overline{x}=a_0-\xi_0 \quad , \quad \overline{y}=a_1-\xi_1 \tag{6$'$}$$

Questi valori sono in fatti dei numeri positivi, rispettivamente inferiori ad a_0 ed a_1, che soddisfano la (1); come si verifica immediatamente tenendo presente che la (1) è già soddisfatta dai valori (3).

Ma dalle (6)' moltiplicate per 2 e sommate membro a membro colle or rispondenti (7) si trae:

$$2\overline{x}+a_0>2a_0 \quad , \quad 2\overline{y}+a_1>2a_1$$

d' onde:

$$\overline{x} > \frac{a_0}{2} \quad , \quad \overline{y} > \frac{a_1}{2} .$$

Concludiamo dunque il teorema: *i valori positivi minimi di* x *ed* y *che soddisfano l' equazione*:

$$a_0 y - a_1 x = 1$$

sono rispettivamente minori (ovvero maggiori) dei numeri $\frac{a_0}{2}$ ed $\frac{a_1}{2}$, *secondochè il numero* k *dei quozienti che si presentano nella ricerca del massimo comun divisore fra* a_0 *ed* a_1 *è pari (ovvero dispari).*

5. Da questo risultato discende immediatamente il teorema enunciato nella introduzione.

Se poi a_0 ed a_1 non sono primi fra loro, ma sia d il loro massimo comun divisore, il numero k relativo ad a_0 ed a_1 é manifestamente quello stesso che si avrebbe pei numeri $\frac{a_0}{d}$ ed $\frac{a_1}{d}$ i quali sono primi fra loro. Si può dunque riguardare quell' enunciato come contenuto nel seguente più generale: *se* d *è il massimo comun divisore di* a_0 *ed* a_1 $(a_0 > a_1)$, *il numero delle divisioni che si presentano nell' applicare ad* a_0 *ed* a_1 *l'algoritmo di Euclide, è pari o dispari secondochè il valore positivo minimo di* y *soddisfacente la congruenza*:

$$\frac{a_0}{d}\, y \equiv 1 \qquad \left(\mathrm{mod}\ \frac{a_1}{d}\right)$$

è minore ovvero maggiore di $\frac{a_1}{2d}$.

III.

1. Essendo $q_1, q_2, \ldots, q_k$ dei numeri per ora fissati a piacere, imaginiamo costruito il quadro di numeri:

$$\begin{array}{lllllll}
a_{00} & a_{01} & a_{02} & \cdots\cdots & a_{0,k-2} & a_{0,k-1} & a_{0,k} \\
a_{10} & a_{11} & a_{12} & \cdots\cdots & a_{1,k-2} & a_{1,k-1} & \\
a_{20} & a_{21} & a_{22} & \cdots\cdots & a_{2,k-2} & & \\
\cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & & \\
\cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & & \\
a_{k-2,0} & a_{k-2,1} & a_{k-2,2} & & & & \\
a_{k-1,0} & a_{k-1,1} & & & & & \\
a_{k,0} & & & & & &
\end{array} \qquad (1)$$

nel quale

$$a_{0,k} = a_{1,k-1} = a_{2,k-2} = \ldots = a_{k-2,2} = a_{k-1,1} = a_{k,0} = 1$$

e gli altri elementi $a_{i,j}$ sono stati dedotti da $q_1, q_2, \ldots, q_k$ mediante le relazioni:

$$a_{\rho i} = q_{i+1} a_{\rho, i+1} + a_{\rho, i+2} \qquad \begin{cases} \rho = 0, 1, \ldots, k-1 \\ i = 0, 1, \ldots, k-\rho-1 \end{cases} \tag{2}$$

intendendosi:

$$a_{0, k+1} = a_{1, k} = a_{2, k-1} = \ldots = a_{k-2, 3} = a_{k-1, 2} = a_{k, 1} = a_{k+1, 0} = 0 . \tag{3}$$

Per quanto si è già visto al § I, coesisteranno colle relazioni (2) anche le relazioni analoghe:

$$a_{i\rho} = q_{k-i} a_{i+1, \rho} + a_{i+2, \rho} \qquad \begin{cases} \rho = 0, 1, \ldots, k-1 \\ i = 0, 1, \ldots k-\rho-1 \end{cases} \tag{2)'$$

che si deducono dalle (2) cangiando in esse l'elemento a_{rs} coll' elemento a_{sr} e il numero q_j col numero q_{k+1-j} $\quad (j = 1, 2, \ldots, k)$.

2· In particolare, supponendo, come già si è fatto precedentemente, che a_{00}, a_{01} siano due numeri interi positivi primi fra loro e $q_1, q_2, \ldots, q_k$ i quozienti che si presentano nella ricerca del loro massimo comun divisore $a_{0k} = 1$, si vede di quì che, *unitamente alle relazioni*:

$$a_{00} = q_1 a_{01} + a_{02} , \; a_{01} = q_2 a_{02} + a_{03} , \ldots , a_{0, k-2} = q_{k-1} a_{0, k-1} + a_{0, k} , \; a_{0, k-1} = q_k a_{0k}$$

sussisteranno anche le relazioni

$$a_{00} = q_k a_{10} + a_{20} , a_{10} = q_{k-1} a_{20} + a_{30} , \ldots , a_{k-2, 0} = q_2 a_{k-1, 0} + a_{k, 0} , \; a_{k-1, 0} = q_1 a_{k, 0} .$$

Pertanto: se $q_1 > 1 \left(\text{cioè se } a_{01} < \frac{a_{00}}{2}\right)$, *i quozienti che si presentano nella ricerca del massimo comun divisore fra* a_{00} *ed* a_{10}, *sono quelli stessi che si presentano nella ricerca del massimo comun divisore fra* a_{00} *ed* a_{01}, *soltanto in ordine rovesciato* *)

Se invece $q_1 = 1 \left(\text{cioè se } a_{01} < \frac{a_{00}}{2}\right)$, i quozienti relativi alla coppia a_{00}, a_{10} saranno, come subito si riconosce:

$$q_k \;,\; q_{k-1}, \ldots, q_3 \;,\; q_2 + 1 .$$

Per quanto si è visto nel precedente § (art. 3) restano così determinati, *nel caso di* k *pari*, i quozienti che si presentano nella ricerca del massimo comun divisore fra a_{00} e la soluzione positiva minima $\overline{x}$ della equazione indeterminata:

$$a_{00} y - a_{01} x = 1 , \tag{3}$$

giacchè per k pari si ha appunto $\overline{x} = a_{10}$.

---

*) Questa proprietà ha una relazione assai stretta con quella ben nota delle parentesi di Gauss (cfr. *Disq. Arithm.* art. 27), dalla quale si potrebbe anche dedurre abbastanza facilmente.

3. Per k dispari, la soluzione minima $\overline{x}$ dell' equazione (3) è data invece da:

$$\overline{x} = a_{00} - a_{10} .$$

Poichè ora $a_{10} < \frac{a_{00}}{2}$ (essendo $q_k > 2$), i quozienti relativi alla coppia a_{00} ed $a_{00} - a_{10}$ si deducono subito dalle relazioni:

$$a_{00} = (a_{00} - a_{10}) + a_{10} \quad , \quad a_{00} - a_{10} = (q_k - 1)\, a_{10} + a_{20} \quad , \quad a_{10} = q_{k-1} a_{20} + a_{30} \, , \ldots$$

Questi quozienti sono dunque:

$$1 \, , \quad q_k - 1 \, , \quad q_{k-1} \quad , \quad q_{k-2} \, \ldots , q_2 \, , q_1$$

se $q_1 > 1$, e sono invece:

$$1 \, , \quad q_k - 1 \, , \quad q_{k-1} \quad , \quad q_{k-2} \, , \ldots , q_2 + 1$$

se $q_1 = 1$.

4. Come corollario della nostra analisi si ha evidentemente che: la somma dei quozienti che si presentano nella ricerca del massimo comun divisore fra due numeri interi e positivi a e b $(a > b)$ primi fra loro, coincide colla somma analoga relativa al numero a ed al minimo numero positivo x che risolve l' equazione

$$ay - bx = 1 .$$

5. Dati i due numeri interi e positivi a_{00} ed a_{01} $(a_{00} > a_{01})$ primi fra loro, si ricavano da essi, nel modo già spiegato, i due numeri perfettamente determinati a_{10} ed a_{11}, del pari positivi e primi fra loro, che noi chiameremo per brevità la coppia di numeri *derivati* dalla coppia a_{00} ed a_{01}. Essi soddisfano alle relazioni:

$$a_{10} < \frac{1}{2} a_{00} \quad , \quad a_{11} < \frac{1}{2} a_{01} \quad , \quad a_{00} a_{11} - a_{01} a_{10} = (-1)^k .$$

Se $q_{k-1} > 1$, la coppia derivata dalla coppia a_{10}, a_{11} è evidentemente la coppia a_{20}, a_{21} del quadro (1). Se invece $q_{k-1} = 1$, tale coppia sarà la coppia a_{30}, a_{31} dello stesso quadro (1). In questo caso in fatti i quozienti che si presentano nella ricerca del massimo comun divisore fra a_{10} ed a_{11} non sono già i numeri $q_1, q_2, \ldots, q_{k-2}, q_{k-1}$, ma bensì i numeri $q_1, q_2, \ldots, q_{k-3}, q_{k-2} + 1$, ed il quadro, analogo al quadro (1), costruito per la coppia a_{10}, a_{11} sarà il seguente

$$\begin{array}{llllll}
a_{10} & a_{11} & a_{12} & \ldots & a_{1,\,k-3} & a_{1,\,k-2} = 1 \\
a_{30} & a_{31} & a_{32} & \ldots & a_{3,\,k-3} = 1 & \\
a_{40} & a_{41} & a_{42} & \ldots & & \\
\ldots & \ldots & \ldots & \ldots & &
\end{array}$$

Esso coinciderà, a cominciare dalla orizzontale

$$a_{30}\ ,\ a_{31}\ ,\ a_{32}, \ldots, a_{3\,,\,k-3}$$

colla parte corrispondente del quadro (1). Per conseguenza, se $q_{k-3} > 1$, la coppia derivata dalla coppia a_{30}, a_{31} sarà la coppia a_{40}, a_{41} del quadro (1); in caso contrario sarà invece la coppia a_{50}, a_{51} dello stesso quadro per ragione analoga a quella di testè. Così procedendo si estrarranno successivamente dal quadro (1) tutte le coppie di numeri derivate successivamente dalla coppia a_{00}, a_{01}. Il numero h di tali coppie si deduce immediatamente dalla semplice ispezione dei quozienti $q_1, q_2, \ldots, q_k$ forniti dalla ricerca del massimo comun divisore fra a_{00} ed a_{01}.

Si riconoscerà infatti facilmente, dopo quanto si è ora visto, che: *se nella successione* $q_1, q_2, \ldots, q_k$ *si presenta un primo gruppo di* α *quozienti successivi tutti eguali ad* 1, *poi un secondo gruppo, non contiguo al precedente, di* β *quozienti successivi tutti eguali ad* 1, *e così via, sarà*

$$h = k - E\left(\frac{\alpha+1}{2}\right) - E\left(\frac{\beta+1}{2}\right) - \ldots .$$

dove E(x) *indica il massimo intero contenuto nel numero positivo* x.

Osservazioni Meteoriche

FATTE NEL R. OSSERVATORIO DI CAPODIMONTE

Dicembre 1903

Latitudine. . 40°52′N.
Longitudine . 14 15 E. da Greenwich.
Altitudine . . 149^m sul mare.

Giorni del mese	Pressione a 0° millimetri: 700 +				Temperatura centigrada						Umidità assoluta in mm.				Umidità relativa in cent.				Quantità delle nubi			Vento Direzione			Vento Velocità oraria in chilom.			Pioggia nelle 24 ore in mill.	Evaporazione nelle 24 ore in mill.
	9^h	15^h	21^h	Medio diurno	9^h	15^h	21^h	Min.	Mass.	Medio diurno	9^h	15^h	21^h	Medio diurno	9^h	15^h	21^h	Medio diurno	9^h	15^h	21^h	9^h	15^h	21^h	9^h	15^h	21^h		
1	32.4	33.9	35.5	33.93	15.2	15.3	15.8	9.3	16.0	14.07	10.1	10.2	9.1	9.80	78	79	67	74.7	10	10	10	WSW	WNW	SSE	5	2	4	13.1	2.0
2	42.1	44.9	48.3	45.10	13.6	13.8	11.6	10.8	16.7	13.18	7.0	8.5	6.8	7.43	60	72	67	66.3	10	5	4	SW	SW	W	13	6	0	0.8	3.0
3	48.7	46.2	44.6	46.50	11.0	12.8	15.2	10.2	15.4	12.95	6.8	7.5	8.8	7.70	69	68	68	68.3	10	10	10	NNE	NE	SE	0	1	12	—	2.0
4	39.4	37.4	39.7	38.83	13.6	12.5	10.3	10.0	15.5	12.35	10.0	9.5	7.5	9.00	87	89	79	85.0	10	10	10	NNE	SW	W	7	12	8	12.8	2.0
5	42.5	41.5	41.6	41.87	9.7	12.0	12.0	8.1	12.2	10.50	6.8	6.8	7.0	6.87	75	65	67	69.0	0	0	10	W	SW	SW	5	4	16	0.2	1.2
6	38.2	37.5	36.6	37.43	13.6	13.8	11.6	11.2	14.5	12.72	10.1	9.6	9.3	9.67	88	82	92	87.3	10	10	10	WSW	NE	SW	13	10	20	5.1	1.4
7	39.6	39.9	42.0	40.50	9.4	9.9	8.7	8.2	12.8	9.78	7.5	7.0	6.1	6.87	87	78	73	79.3	10	8	3	W	SE	E	0	0	3	8.0	1.8
8	43.6	42.6	40.9	42.37	8.4	10.9	6.6	6.6	11.8	8.35	6.1	6.8	7.0	6.63	74	70	96	80.0	4	6	10	NNW	W	WNW	2	4	7	9.4	0.9
9	41.5	42.2	44.4	42.70	8.7	11.2	8.3	5.6	11.4	8.50	5.2	5.6	5.1	5.30	61	57	62	60.0	5	0	0	NW	W	NE	3	2	0	1.5	0.9
10	46.5	46.5	47.5	46.83	8.9	11.7	9.7	7.0	12.6	9.55	5.1	6.5	5.0	5.53	61	63	65	63.0	0	5	0	NE	SE	N	0	1	1	—	1.4
11	48.8	47.6	47.8	48.07	10.8	12.5	11.9	8.2	13.2	11.02	6.9	7.6	6.8	7.10	71	71	66	69.3	5	10	5	NE	SE	NW	0	1	0	—	1.3
12	45.1	44.9	46.5	45.60	11.6	10.6	10.4	9.0	12.9	10.98	9.4	8.4	6.5	8.10	94	90	69	84.3	10	10	0	SW	SW	SW	0	7	20	15.5	1.1
13	49.1	48.1	48.0	48.40	10.3	12.5	10.0	8.2	12.8	10.32	5.7	7.3	6.2	6.40	61	68	68	65.7	0	0	3	N	SW	E	0	0	0	—	1.2
14	45.9	44.4	44.4	44.90	11.4	10.1	8.6	8.0	12.4	10.10	9.1	8.9	7.7	8.57	91	96	92	93.0	10	10	10	SW	W	SE	2	0	0	28.3	1.1
15	46.0	46.3	47.3	46.53	9.1	11.3	9.9	7.5	12.0	9.63	7.6	7.9	7.1	7.53	89	79	79	82.3	1	3	0	SE	SE	SE	0	0	0	1.0	0.3
16	46.9	45.9	45.9	46.23	10.2	12.6	12.3	8.1	13.0	10.90	6.5	8.2	6.5	7.07	70	76	61	69.0	9	8	0	SW	ESE	S	1	0	0	—	0.6
17	46.7	46.7	47.4	46.93	12.8	14.7	13.2	11.0	15.3	13.07	8.2	9.6	7.0	8.27	75	77	62	71.3	0	7	0	SE	WSW	SW	0	5	6	—	1.1
18	46.3	44.0	43.7	44.67	13.7	15.2	12.4	12.4	15.5	13.50	6.4	7.6	7.7	7.23	55	59	72	62.0	10	2	0	N	N	NNE	0	2	2	—	1.9
19	43.1	43.3	44.8	43.73	12.0	14.4	11.5	11.0	15.0	12.38	7.6	7.4	7.7	7.57	73	60	76	69.7	9	8	0	NE	NNE	NNE	1	4	3	—	2.1
20	48.2	49.6	52.0	49.93	11.2	14.6	12.4	9.9	15.1	12.15	7.1	8.0	7.7	7.60	72	64	72	69.3	0	2	6	N	W	NE	2	0	1	—	2.3
21	55.1	54.6	55.4	55.03	12.0	14.2	11.3	11.0	14.7	12.25	6.8	7.1	7.2	7.03	65	59	72	65.3	10	0	0	NE	E	NE	0	0	1	—	1.7
22	53.6	51.7	49.9	51.73	12.2	12.6	10.9	10.4	13.5	11.75	7.1	7.2	6.2	6.83	67	67	63	65.7	0	8	0	NNE	NE	NNE	6	7	10	—	2.4
23	47.1	46.2	47.0	46.77	10.4	11.4	10.0	9.3	11.7	10.35	6.1	6.6	6.2	6.30	65	65	68	66.0	7	2	9	NE	ENE	NNE	4	11	3	—	3.1
24	48.0	46.8	46.5	47.10	10.5	12.6	10.5	9.1	12.7	10.70	6.7	7.6	7.3	7.20	71	70	76	72.3	8	10	10	N	NE	S	2	0	1	—	2.3
25	46.4	46.4	46.8	46.53	10.7	12.7	10.7	9.3	13.0	10.92	8.1	7.9	8.8	8.27	85	73	96	84.7	9	2	10	NNE	WSW	SW	0	5	9	15.0	1.3
26	46.8	46.1	45.5	46.13	9.9	9.7	8.7	8.0	11.5	9.53	7.7	7.9	7.8	7.80	84	88	93	88.3	10	10	10	ESE	W	WSW	2	2	1	23.1	0.7
27	43.7	42.7	42.6	43.00	9.4	10.8	9.2	7.9	12.0	9.62	6.0	6.6	6.6	6.40	69	69	76	71.3	5	6	10	E	E	NW	0	1	0	14.6	0.5
28	43.5	43.5	44.7	43.90	8.8	10.6	8.5	7.5	11.5	9.08	6.1	7.0	7.4	6.83	72	73	89	78.0	3	9	5	NNW	NNE	SSE	0	0	0	3.5	0.9
29	45.3	45.3	46.3	45.63	8.2	9.5	8.7	7.2	10.5	8.65	7.0	7.2	7.1	7.10	87	82	86	85.0	10	7	10	E	S	SE	1	0	1	22.0	0.8
30	47.2	47.3	48.1	47.53	6.9	11.2	9.9	6.4	11.6	8.70	6.2	6.	5.8	6.30	90	69	64	74.3	4	3	10	SE	NNE	NE	1	0	0	7.2	0.6
31	46.6	46.2	45.2	46.00	10.9	9.8	11.1	8.1	12.3	10.60	7.1	8.1	8.0	7.73	72	89	81	80.7	10	10	10	SE	NNE	NE	9	7	10	15.3	1.0
Medi mens	45.30	44.84	45.38	45.17	10.81	11.85	10.71	8.85	13.26	10.91	7.23	7.71	7.13	7.36	74.8	73.1	74.7	74.2	6.7	6.2	5.6							somma 196.4	somma 45.5

CATALOGO

DELLE PUBBLICAZIONI PERVENUTE ALL'ACCADEMIA

dal 22 Novembre al 19 Dicembre 1903

PUBBLICAZIONI ITALIANE

Bologna — *R. Accademia delle Scienze* — Memorie, serie V, tome VIII, fasc. 3-4; tomo IX; Rendiconto delle sessioni, nuova serie, vol. IV, fasc. 3-4; vol. V, fasc. 1-4; vol. VI, fasc. 1-4 — 1903.

Catania — *Società degli spettroscopisti italiani* — Memorie, vol. XXXII, disp. 11ª — 1903.

Firenze — *Biblioteca nazionale centrale* — Bollettino delle pubblicazioni italiane, n. 35 — 1903.

Rivista scientifico-industriale — Anno XXXV, n. 20 — 1903.

Jesi — *Giornale di agricoltura* — Anno LXIV, n. 12 — 1903.

Livorno — *Periodico di matematica* — Supplemento, anno VII, fasc. 11—1903.

Milano — *Reale Istituto lombardo di scienze e lettere* — Rendiconti, serie II, vol. XXXVI, fasc. XVII; Memorie, vol. XIX, fasc. X — 1903.

Società italiana di Scienze naturali e del Museo civico di Storia naturale — Atti, vol. XLII, fasc. 3° — 1903.

Modena — *Le stazioni sperimentali agrarie italiane* — Vol. XXXVI, fasc. VIII-IX — 1903.

Pavia — *Rivista di fisica, matematica e scienze naturali* — Anno 4, n. 47 — 1903.

Pisa — *Società toscana di scienze naturali* — Processi verbali, vol. XIII, adunanza del dì 5 Luglio 1903.

Roma — *Reale Accademia dei Lincei* — Rendiconti, ser. V, vol. XII, fasc. 9-10 — 1903.

L'Elettricista — Anno XII, n. 12 — 1903.

Giornale medico del r. Esercito — Anno LI, fasc. XI — 1903.

Rivista di Artiglieria e Genio — Annata XX, vol. IV — 1903.

Associazione elettrotecnica italiana — Atti, vol. VII, fasc. 5 — 1903.

Specola vaticana — Catalogo fotografico stellare, zona vaticana. Coordinate rettilinee e costanti di correzione, vol. I — 1903.

PUBBLICAZIONI STRANIERE

Amsterdam — *K. Akademie van Wetenschappen* — Proceedings, vol. V, 1-2 part.; Verslag, Deel XI, 1ª-2ª ged.; Verhandelingen, Deel VIII, n. 3-5; Deel IX, n. 4-9 — 1903.

Berlin — *Physikalisch-technisch. Reichsanstalt* — Wissenschaftliche Abhandlungen, Band IV, Heft 1 — 1904.

Boston—*American Academy of arts and sciences*—Proceedings, vol. XXXVII, n. 11; vol. XXXVIII, n. 9 — 1903.

Giessen — *Oberhessisch. Gesellschaft für Natur- und Heilkunde*—Bericht 33— 1903.

Göttingen — *K. Gesellschaft der Wissenschaften* — Nachrichten, Math.-phys. Klasse, Heft 5 — 1903.

Leipzig — *K. sächsisch. Gesellschaft der Wissenschaften* — Berichte über die Verhandlungen der math.-phys. Cl., Band 55, III-V; Abhandlungen, Band XXVIII, n. IV-V — 1903.

Liverpool — *Biological Society* — Proceedings and transactions, vol. XVII — 1903.

London — *Royal Society* — Reports of the Sleeping Sickness Commission, n. II, IV; Proceedings, vol. LXXII, n. 484; Philosophical transactions A. 353-355; B 222 — 1903.

Nature — Vol. 69, n. 1777-1780 — 1903.

Linnean Society—Proceedings, 115th session; Journal, Botany, vol. XXXV, n. 247; vol. XXXVI, n. 252; Zoology, vol. XXIX, n. 188; List, 1903-1904.

Manchester — *Geological et Mining Society*—Transactions, vol. XXVIII, part. VIII-IX — 1903.

Mexico — *Direccion general de Estadistica* — Secretaria de fomento, colonización é industria Estadistica ganadera de la républica — 1902.

Montevideo — *Museo Nacional* — Anales, tomo V — 1902.

München — *K. B. Akademie der Wissenschaften* — Sitzungsberichte der math. phys. Klasse, Heft III; Abhandlungen, Band XXII, Abth. I—1903; Ueber wissenschaftliche Wahrheit: Justus von Liebig nach dem Leben gezeichnet — 1903.

Odessa — *Club alpin de Crimée* — Bulletin, n. 7-10 — 1903.

Paris — *Académie des sciences* — Comptes rendus hebdomadaires des séances, tome CXXXVII, n. 20 23 — 1903.

Archives de neurologie — Vol. XVI, n. 95 — 1903.

Société d'encouragement pour l' industrie nationale—Compte rendu, n. 13; Bulletin, tome 105, n. 5 — 1903.

Journal de l'anatomie et de la physiologie normales et pathologiques de l' homme et des animaux — Année XXXIX, n. 6 — 1903.

Bibliothèque de l'École des hautes études — Bulletin des sciences mathématiques, tome XXVII, Octobre-Novembre 1903.

Journal de mathématiques pures et appliquées—Tome 9me, fasc. 4 —1903.

Upsala — *R. Bibliothèque de l'Université* — Die progressive Myoklonus-Epilepsie — 1903.

Winterthur — *Naturwissenschaftlich. Gesellschaft*—Mitteilungen, Jahrg. 1897 u. 1898, Heft I; 1899, Heft II; 1900 u. 1901, Heft III; 1902, Heft IV.

*

OPERE PRIVATE

Amodeo Federico, *Elementi di Algebra. Parte prima del volume secondo degli Elementi di Matematica* — Napoli, 1903.

Nicolò Fergola — Napoli, 1903.

Mercalli Giuseppe, *Notizie vesuviane* (1894-1902) [12 fascicoli].

Le notizie sismo-vulcaniche riferite nelle cronache napoletane apocrife o sospette — Napoli, 1898.

Tufi olivinici di S. Venanzio (Umbria) — Roma, 1898.

Parosismo stromboliano ed esplosioni vulcaniane al Vesuvio nel maggio 1900 — Firenze, 1900.

Le antiche eruzioni della montagna Pelée — Milano, 1902.

Sul modo di formazione di una cupola lavica vesuviana — Roma, 1902.

Sulle modificazioni proposte alla scala sismica di Rossi-Forel — Modena, 1902.

Ueber den jüngsten Ausbruch des Vesuv — Laibach, 1903.

La storia e i fenomeni sismo-vulcanici — Firenze, 1903.

Contribuzione allo studio geologico dei vulcani viterbesi — Roma, 1903.

Pascal Ernesto, *Il secondo problema di riduzione per le forme differenziali di ordine dispari e ricerche complementari* — Roma, 1903.

INDICE